

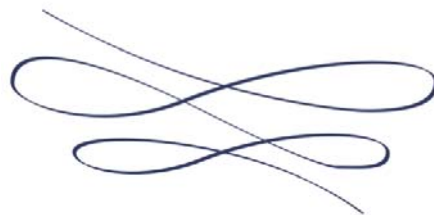
UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE



**MATEMÁTICA FINANCIERA Y
MATEMÁTICA ACTUARIAL.
UNA APROXIMACIÓN A SU ORIGEN
Y EVOLUCIÓN HASTA EL SIGLO XVIII**

**LECCIÓN INAUGURAL
CURSO 2018 / 2019**

Dra. Dña. Flor María Guerrero Casas



SEVILLA 2018

EDITA:
Universidad Pablo de Olavide

UNIVERSIDAD PABLO DE OLAVIDE



**MATEMÁTICA FINANCIERA Y
MATEMÁTICA ACTUARIAL.
UNA APROXIMACIÓN A SU ORIGEN
Y EVOLUCIÓN HASTA EL SIGLO XVIII**

**LECCIÓN INAUGURAL
CURSO 2018/ 2019**

Dra. Dña. Flor María Guerrero Casas
Catedrática de Universidad de Métodos Cuantitativos
para la Economía y la Empresa

SEVILLA
2 0 1 8

“Daría todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro”

René Descartes

ÍNDICE

PREÁMBULO	7
I. EDAD ANTIGUA	12
II. EDAD MEDIA	25
III. EDAD MODERNA	35
IV. EPÍLOGO	48
V. FUENTES Y REFERENCIAS	50

**MATEMÁTICA FINANCIERA Y
MATEMÁTICA ACTUARIAL.
UNA APROXIMACIÓN A SU ORIGEN
Y EVOLUCIÓN HASTA EL SIGLO XVIII**

SR. RECTOR MAGNÍFICO DE LA UNIVERSIDAD PABLO DE
OLAVIDE

SRA. CONSEJERA DE CONOCIMIENTO, INVESTIGACIÓN Y
UNIVERSIDADES DE LA JUNTA DE ANDALUCÍA

SRA. PRESIDENTA DEL CONSEJO SOCIAL

EXCELENCIA REVERENDÍSIMA, MONSEÑOR ASENJO,
ARZOBISPO DE SEVILLA

AUTORIDADES CIVILES Y MILITARES

COMPAÑEROS DE LA COMUNIDAD UNIVERSITARIA

AMIGOS

SEÑORAS Y SEÑORES:

Me corresponde este año el honor de impartir la lección inaugural del curso académico representando a la Facultad de Ciencias Empresariales.

El tema elegido lo titulo “Matemática Financiera y Matemática Actuarial. Una aproximación a su origen y evolución hasta el siglo XVIII”.

En la mayor parte de las definiciones de matemática no se considera su necesidad en el estudio de lo social y particularmente lo económico. Hoy quiero que hagan conmigo un recorrido histórico que, lejos de ser exhaustivo, a través de algunas pinceladas, nos permita observar la génesis, el desarrollo y la importancia de una parte de la matemática que secularmente ha estado olvidada por los estudiosos de esta maravillosa ciencia.

¿En qué consiste la Matemática Financiera? Como respuesta esquemática diré que es la matemática que resuelve situaciones de contraprestación, no simultáneas en el tiempo y en escenario de certeza. Este último es el elemento que la distingue de la Matemática Actuarial, otra importante rama que se encarga de las valoraciones de capitales en ambiente de incertidumbre.

Aquí solo me centraré en la operación de crédito y de seguro.

Para que puedan hacerse una idea de lo que voy a tratar, teniendo en cuenta que la matemática se entiende haciendo matemática, según el sabio, pondré dos ejemplos sencillos que ustedes mismos, con una calculadora, podrían completar. El primero muestra la operación más elemental de crédito y el segundo una operación de seguro simple.

Ejemplo 1

Un préstamo de 100.000,00 € al 2% de interés anual se amortiza a los 5 años en un solo pago. ¿Cuánto pagará el deudor al final de la operación?

La cantidad a devolver puede ser 110.000,00 €, considerando una capitalización simple:

$$100\ 000 \cdot (1+0,02 \cdot 5) = 110\ 000,00\text{€} \quad (1)$$

O bien, 110.408,08 €, si se considera que la capitalización es compuesta:

$$100\ 000 \cdot (1+0,02)^5 = 110\ 408,08\text{€} \quad (2)$$

Una operación similar se puede plantear en Matemática Actuarial de la siguiente forma:

Ejemplo 2

Una persona de 55 años desea contratar un seguro para recibir 110.408,08€ cuando transcurran 5 años, solo si al final de ese tiempo está vivo. Se pregunta cuánto debe entregar hoy, suponiendo que la operación se realiza a un interés técnico del 2% anual compuesto.

Como respuesta se obtiene que esa persona deberá entregar 96.460,54€, obtenida esa cantidad de la siguiente expresión

$$P \cdot (1+0,02)^5 = 110\ 408,08 \cdot {}_5p_{55} \quad (3)$$

Siendo ${}_5p_{55} = 0,964605403$, valor que representa la probabilidad de que un hombre de 55 años viva cinco años más¹.

La observación de los elementos que forman parte de esas expresiones, (1),

¹ Obtenida de las tablas de mortalidad para hombres PERM-2000.

(2) y (3), nos van a servir de guía en nuestro recorrido. En primer lugar, se utilizan grafías para los números que representan cantidades. Se emplean las operaciones suma, producto y potencia. ¿Existieron siempre los números y las operaciones que conocemos ahora?

Hoy en día tenemos asumido que en todo préstamo se cobra interés, que puede ser simple o compuesto, variando los resultados como se muestra en el primer ejemplo. Además, implícitamente se ha coordinado la referencia de la tasa de interés y la unidad de medida del tiempo, tanto de interés anual y número de años. ¿Cómo se aplicaba el interés a lo largo de los años?

Esas expresiones representan equivalencias financieras situadas en el momento inicial, en el que se plantea la operación, lo que requiere considerar el concepto de valoración de capitales, del que forma parte un trinomio íntimamente ligado: la cuantía monetaria-el tiempo-la tasa de interés. Nos preguntamos cuándo surge dicho concepto de valoración y cuándo se adopta un lenguaje algebraico para representar las equivalencias financieras.

En la operación de seguro, además de los elementos financieros y matemáticos anteriores, aparece otro factor, ${}_5p_{55}$, que representa la probabilidad de supervivencia mencionada anteriormente.

Voy a tratar de ubicar en la historia esos elementos señalados. Comencemos por los números.

I. EDAD ANTIGUA

Breve historia de los números y avances matemáticos

El concepto de número y asignación de grafías están motivados por dos grandes temas que preocupaban al hombre desde tiempos prehistóricos: la resolución de problemas económicos y el deseo de conocer la astronomía.

En todas las sociedades que han sido estudiadas hasta ahora existió la necesidad de contar y registrar números; distinguieron entre uno y muchos; uno, dos y muchos; otros fijaron como base los cinco dedos de una mano, contando de cinco en cinco; otros los diez de las dos manos o los veinte de manos y pies, o incluso algunos pueblos adoptaron la base sexagesimal. Una muestra prehistórica la tenemos en las incisiones del hueso de Ishango, datado en 20.000 años a.C. (Fig. 1), que parecen indicar un patrón de conteo.



Figura 1. Hueso de Ishango. Real Instituto Belga de Ciencias Naturales. Bruselas.

Cada una de las antiguas civilizaciones asignó grafías a los números, que

fueron evolucionando por la influencia de unas en otras, debido principalmente a los viajes de los mercaderes. Y como mencionábamos antes, los sistemas de numeración adoptados también fueron distintos.

En Babilonia, hay constancia, por tablas de arcilla de 2000 años a.C., de un sistema de numeración sexagesimal, que se va transformando en posicional; con un ensayo de cero, pero solo para señalar una posición vacía. En ellas aparecen representadas las grafías de los números naturales (Fig. 2). Otras contienen recopilación de datos sobre la producción agrícola y géneros intercambiados mediante trueque; en otras más actuales se refleja incluso el uso de fracciones, cuadrados, raíces cuadradas, cubos y raíces cúbicas.

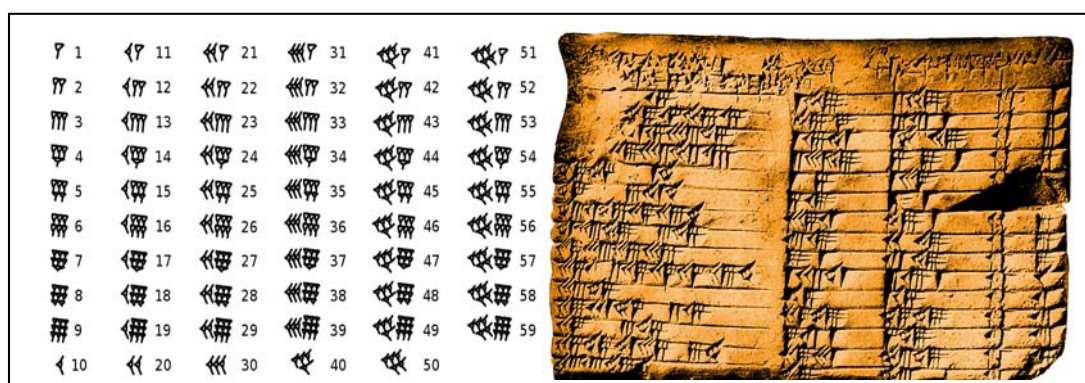


Figura 2. Numeración de Babilonia. Tablilla Plinton 322. Biblioteca de Manuscritos y Libros Raros de la Universidad de Columbia, en Nueva York.

En Egipto se pueden distinguir tres sistemas (Fig.3): el lucido sistema pictórico, utilizado principalmente en monumentos; el sistema hierático², de 2500 años a.C., más utilizado sobre papiros, con fines religiosos; y el sistema demótico, derivado del anterior, empleado principalmente en asuntos económicos y literarios. No fueron posicionales, sí sumativos los dos últimos y su base fue decimal.

² Los papiros de Abusir, datados en el Imperio Antiguo de Egipto, utilizaron numerales hieráticos.

Los documentos matemáticos egipcios más importantes que se conocen son el papiro de Moscú (alrededor de 1890 a.C.) y el papiro del Rhind (1650 a.C. aproximadamente). En escritura hierática contienen problemas con sus soluciones, posiblemente con una intención pedagógica y según Kline (1992) es probable que los conocimientos que plasman fueran conocidos por los egipcios 3500 años a.C.

Del jeroglífico al demótico pasando por el hierático									
Jeroglífico					Jeroglif. literario	Hierático			Demótico
2900-2800 a.C.	2700-2600 a.C.	2000-1800 a.C.	c. 1500 a.C.	500-100 a.C.	c. 1500 a.C.	c. 1900 a.C.	c. 1300 a.C.	c. 200 a.C.	400-100 a.C.

Figura 3. Sistemas de numeración egipcios.
<http://www.proel.org/index.php?pagina=alfabetos/hieratic>

En Grecia existió el llamado sistema acrofónico, del que derivó el sistema romano, y posteriormente, a partir del siglo IV a. C., un sistema alfabético cuasidecimal, llamado jónico, en el que se representaban las cifras por letras.

1	5	10	50	100	1	2	3	4	5	6	7	8	9
500	1.000	5.000	10.000		10	20	30	40	50	60	70	80	90
					100	200	300	400	500	600	700	800	900

Figura 4. Sistemas de numeración griegos: acrofónico y jónico.
<https://www.sectormatematica.cl/historia/griego.htm>

La numeración romana se desarrolló en la antigua Roma, es utilizada

todavía en algunos ámbitos, y constituye un sistema no decimal, aditivo y no posicional.

En India, el sistema de numeración a base de palitos evolucionó al de caracteres Brahmi (Fig. 5), con cierto parecido al jónico griego. Lo destacable del sistema de numeración hindú es la organización del sistema decimal posicional, desarrollando la escala en función de la posición y la consideración del cero, al que le asignaron varios nombres para que rimara en los poemas. “La primera aparición indudable del cero en la India es en una inscripción del año 876” (Boyer, 1996; p. 277).

Brahmi	↓		—	=	≡	+	८	७	५	४
Hindu	↓	०	१	२	३	४	५	६	७	८
Arabic	↓	•	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
Medieval	↓	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Modern		0	1	2	3	4	5	6	7	8

© G. Sartone, www.archimedes-lab.org

Figura 5. Evolución de los numerales indoárabes.

La llamada numeración indoárabe, fue la numeración hindú que adoptaron, adaptaron y difundieron los árabes en Europa a través de Al-Andalus; es la que finalmente llega a nosotros con algunas modificaciones. Su importancia radica en la aportación definitiva del cero y la consideración de los números irracionales.

En todas estas culturas se había llegado a un cierto desarrollo matemático dando respuesta a los distintos problemas de la vida cotidiana: mediciones, recuento de cosechas, de rentas, de personas, reparto de herencias, etc. Para ello empleaban las operaciones aritméticas, que hoy llamamos elementales, con no poca dificultad.

Sin profundizar en la descripción de lo conseguido por cada civilización, solo mencionaré el avance espectacular de la matemática griega.

Podría decirse que en Grecia ocurre el verdadero nacimiento de la matemática como ciencia. Los griegos adoptaron muchos elementos de otros pueblos, lo que les hizo avanzar con mayor rapidez. Y casi todo lo mejoraron. Se caracterizaron por hacer una matemática abstracta y por establecer conclusiones solo a través del razonamiento.

En la época griega las matemáticas fueron consideradas como un arte. La geometría, la aritmética y la astronomía eran el arte de la mente y la música el arte del espíritu.

El pensamiento heredado de Platón despreciaba el conocimiento aplicado, defendía que los objetos matemáticos no son simples invenciones humanas, sino objetos abstractos que existen por sí mismos. Y consideraba que la matemática aplicada era un mero instrumento en manos de artesanos, comerciantes y escribas, que formaban una clase social intelectual inferior a la que constituían filósofos y pensadores.

Y buena muestra de ello es la gran obra *Elementos* de Euclides (325-265 a.C.), en la que no figura ninguna aplicación práctica, ni siquiera un ejemplo numérico. *Elementos* es matemática pura, sin ningún tipo de contaminación, siguiendo el pensamiento de la época. Eso sí, ha sido durante más de veinte siglos el libro de texto en todos los centros de enseñanza de Occidente y el libro más traducido, publicado y estudiado en todo el mundo occidental, después de la Biblia.

De Arquímedes (287-212 a.C.), baste decir que fue un matemático original y creativo, el verdadero precursor del cálculo infinitesimal. Y aprovechó sus descubrimientos en diferentes ramas de la física, para construir artilugios³ que fueron utilizados repeliendo los ataques romanos a su

³ Entre otros, la “manus ferrea” llamada también “garra de Arquímedes”; o el sistema de espejos ustorios, llamado “fuego de Arquímedes”, para quemar barcos con los rayos de sol concentrados y dirigidos a ellos.

Siracusa natal.

El pensamiento de pureza de la matemática implantado en Grecia podríamos justificarlo por la necesidad de crear una importante base científica en la matemática, pero además de ocasionar cierto encorsetamiento en la propia ciencia, generó posteriormente una división entre matemática pura y matemática aplicada que ha perdurado a lo largo de los siglos, principalmente en Europa, heredera de aquella basta cultura. Y los matemáticos encuadrados en cada una de esas dos grandes divisiones han mirado con cierta displicencia a los que se situaban en la contraria.

¿Cuándo aparece el interés en las deudas?

Lo primero que debo aclarar es que usura ha sido sinónimo de interés durante muchos siglos. No solo era el interés que excedía del legal o habitual, como ahora es conocida. La distinción entre interés y usura es relativamente reciente.

El reconocimiento de la usura, del interés, está recogido en la legislación de los distintos pueblos.

En el propio Código de Hammurabi⁴, en torno a 1790 a.C., en Babilonia, se establece la legitimidad del cobro de intereses y se fija como limitación de los tipos de interés un 33,3% para el grano y un 20% para los préstamos en moneda.

En Egipto los préstamos se formalizaban en presencia de un escriba, plasmando en un documento las condiciones que lo regían, así un contrato recogía que la deuda era de cuatro medidas de trigo por haber entregado

⁴ Hammurabi (1820 a.C.-1750 a.C., rey de Babilonia desde 1792 a. C.) reunió en 282 leyes las tradiciones sumerias en materia de economía y contratos, penalizaciones por daños y relaciones de familia; leyes conocidas como código de Hammurabi.

tres y si no se devolvían en el plazo establecido, por cada mes de retraso se pagarían dos medidas más.

En la India los préstamos se documentan alrededor del siglo VII a.C., en las leyes de Manu⁵. Se estipula en ellas un 1,25% al mes, y si no hay prenda hasta el 2% mensual; pero este interés podía oscilar hasta el 5% mensual, según la casta. Establece como limitación que el interés pagado de una sola vez no debe sobrepasar al doble de la deuda; no así el pagado por mes o por día. Además, se reconoce la acumulación de intereses, permitiendo al acreedor renovar la deuda no pagada, escribiendo como deuda nueva la anterior y los intereses que debía haber pagado⁶.

En la ley de Asychis, rey de Egipto, 105 a.C., se reconoce el derecho de tomar el préstamo con intereses dejando en prenda la momia del padre (Goguet y Fugère, 1794; p.19); y todo deudor, que llegara a morir sin haber recuperado la prenda, sería privado de los derechos de sepultura. Sin lugar a dudas la medida buscaba su eficacia, dado el culto de este pueblo a los muertos.

Pronto se distinguió entre deudas para negocios y deudas personales, estas últimas no recibían ese nombre entonces, pero resulta ser el apropiado, pues el impago suponía que el deudor había de entregar sus bienes al acreedor y si no era suficiente debía entregar también a su familia y a sí mismo como esclavos. Con los intereses tan altos, parece que más bien se buscara ampliar la mano de obra gratis de esclavos que conseguir la usura

⁵ Según Fornero (2012) está fechado entre 600 a.C. y 200 d.C.

⁶ Sobre los modos de pagar la deuda encontramos en las leyes de Manu: “Un deudor puede pagar a su acreedor por medio de su trabajo si es de la misma clase o de una clase inferior; pero si es de una clase superior, que pague la deuda poco a poco según sus facultades” (Libro VIII, 153).

Y para el deudor moroso: “Para forzar a su deudor a que cumpla, puede recurrir el acreedor a los diferentes medios que están en uso. Por deber moral, por proceso, por astucia, por miseria y, en quinto lugar, por medidas violentas, puede el acreedor hacerse pagar la suma que le adeudan” (Libro VIII, 48-49).

del préstamo.

En aquellas sociedades el crédito y el tipo de interés fue un estimulador de la economía, pero tenía otras consecuencias sociales no deseadas, endurecía la vida de la población y afectaba a la organización de los ejércitos, pues esa población que podía caer en esclavitud formaba parte de la fuerza de lucha que el rey podía movilizar.

Dada la facilidad de caer en morosidad en esa época, cuando socialmente se llegaba a una situación límite, los gobernantes, además de promulgar leyes limitando los tipos de interés, concedían condonaciones de deudas. Este es el modelo que se siguió en todas las culturas en reiteradas ocasiones. El objetivo de las condonaciones no era tanto suavizar las duras condiciones de la población, como fortalecer el posicionamiento de los monarcas frente a las clases sociales altas y al mismo tiempo disponer de hombres para la guerra o el trabajo⁷.

Si de manera generalizada, contra la usura hubo oposición que llegó en muchos casos a la insurrección, en Grecia la fuerte crítica a los abusos de los prestamistas proviene de los intelectuales.

Aristóteles establece un paralelismo entre piratas y comerciantes, porque su actividad consiste en llevar bienes hacia los que quieren comprarlos. Y en relación al interés, en su obra “Política” dice que se debe aborrecer la usura porque se obtiene del mismo dinero, que se creó para el intercambio y no para generar más dinero. Los argumentos de Aristóteles sobre la improductividad intrínseca del dinero serán utilizados ampliamente en

⁷ Diodoro Sículo (c.90-20 a.C.) relata “los cuerpos de los ciudadanos debían pertenecer al Estado, con el fin de que pueda disponer de los servicios que los ciudadanos le deben, tanto en tiempo de guerra como de paz. Porque sería absurdo que quien arriesga su vida por su país fuera arrastrado a la prisión por su acreedor debido a un préstamo impagado, y que la codicia de ciudadanos privados pusiera de esa manera en peligro la seguridad de todos” (Fornero, 2012; p.64).

contra de la usura en la Edad Media.

¿Y quiénes prestaban dinero?

Hacia 1900 a.C. Babilonia se convierte en una ciudad estado y se perfeccionan los instrumentos crediticios, que van a sustituir en muchas ocasiones al trueque.

Según Michael Hudson (2000) donde se dio por primera vez un préstamo con remuneración fue en el comercio, antes que en la agricultura y en el mundo artesanal, y los primeros acreedores fueron las grandes instituciones complejas como los templos y los palacios.

Esos templos y palacios, con más seguridad que las casas individuales, se convirtieron en lo que hoy llamaríamos bancos; prestaban y además eran depositarios de granos, ganado, utensilios agrícolas, metales preciosos, etc. quedando constancia de todo ello en numerosas tablillas que recogían un formalismo estricto de los préstamos-depósitos. De esa época también se constata en dichas tablillas la práctica de otra operación financiera, la venta a plazos de granos y madera.

Otro hecho que produce una gran transformación del espacio económico es la acuñación de monedas⁸, según el concepto que ahora tenemos, y comienza en Lidia en el siglo VII a.C.. Este sistema sustituyó al de lingotes, que requería continuas pesadas, fue perfeccionado en la época de Creso, último rey de Lidia, separando la plata y el oro, se extendió rápidamente a Grecia que incrementó el arte y velocidad de acuñación en menos de un siglo.

⁸ Las primeras son de electro, aleación de plata y oro, han sido encontradas en el templo de Artemisa en Éfeso y tienen incisiones e inscripciones en las caras.

En Grecia, los templos, además de centros religiosos, eran los centros financieros de la época. En torno a ellos se construían casas y palacios y había gran actividad inmobiliaria, gestionada en parte por los mismos sacerdotes de los templos, que utilizaban el dinero de las ofrendas para tal fin.

En el templo de Apolo⁹ se concedían préstamos con garantía de inmuebles, llamados por los griegos “*hypotheke*”; esos inmuebles permanecían en uso del deudor en tanto cumpliera con los pagos acordados. Es el inicio del préstamo hipotecario.

También allí los cambistas fueron los banqueros privados, llamados *trapezitas*¹⁰, que adquirieron un papel cada vez más importante a partir del siglo V a.C.. Utilizaban sus propios fondos en su actividad o bien negociaban con los sacerdotes el dinero de las ofrendas. Otorgaban préstamos tanto a personas como a la ciudad. Y para mantener el monopolio de su actividad, ofrecían gratuitamente a los Estados el servicio de recaudación de impuestos.

En Roma, en el siglo IV, el primer grupo financiero de su historia es el de los *argentarios*, “*argentarii*”, que ejercían su profesión en las “*Tabernae argentariae*” situadas en cualquier lugar que hubiera actividad comercial o bien en algún local del dueño del negocio. El mismo Foro estaba rodeado de oficinas argentarias que eran propiedad del Estado y vendía el derecho de uso y el derecho a operar.

Durante la República y el Imperio se generaliza en Roma la contratación

⁹ Los templos más importantes eran el santuario de Olimpia en el Peloponeso, el templo de Apolo en Delfos y el Partenón en Atenas. En torno al año 400 a.C. las tasas de interés son de un 16%.

¹⁰ Trapezita, de trapeza, mesa en griego, tras la que se colocaban los primeros cambistas.

de préstamos con pagos periódicos. Precisamente del latín los pagos toman el nombre de anualidad.

Inicio de los seguros: coberturas comerciales y personales

Alrededor de 2500 a. C., con el perfeccionamiento de la escritura que permite registrar y transmitir sin alteraciones, se produce la expansión del comercio entre ciudades, Ur, Ashur y Kanesh, extendido después hacia China, el mar Negro y el Mediterráneo, y debido a la pérdida de mercancías por la continua piratería sobre las caravanas y los navíos, los mercaderes aceptaban préstamos mucho más caros que el correspondiente a la expedición. A cambio se liberaban del pago del mismo si la expedición no llegaba a buen término. Era una especie de seguro, si se interpreta que la prima de riesgo es la diferencia entre el interés corriente y el pagado. Este instrumento financiero más tarde sería el “préstamo a la gruesa ventura”, que se extendió a todo el comercio marítimo y perduró durante muchos siglos.

Y en el ámbito de las personas, otro germen de la actividad aseguradora existía ya en Babilonia, con las organizaciones de gremios para prever indemnizaciones por accidentes de trabajo o por muerte. Asociaciones que se repiten en Grecia y Roma.

Y en Egipto aparece un antecedente al seguro de decesos. Con el pago de cuotas, los asociados se aseguraban que el resto de miembros afrontara los caros ritos funerarios y el consuelo de la familia.

¿Cómo hacían los cálculos en todos estos siglos?

Hemos de pensar que los elementos de cálculo que se manejaban en el

mundo del comercio eran muy rudimentarios. Solo conocían las operaciones elementales, y hay que recordar que el cero para ellos no era un número.

Parece que en los tiempos más antiguos usaban tablas con los resultados de sumas, de multiplicaciones¹¹ y de algunas potencias, como se muestra en la tabla de arcilla de la Figura 6.

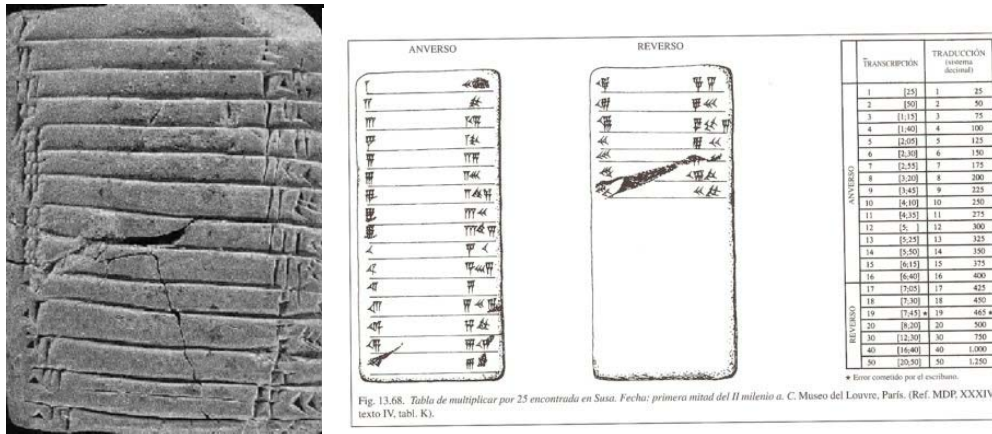


Figura 6. Tabla de multiplicar por 25, del II milenio a.C., encontrada en Susa (Irán). Museo del Louvre. Interpretación en Ifrah (2002).

Posteriormente se utilizaron distintas formas de ábaco, lo que requería mayor formación de los individuos. Algunos de esos ábacos, procedentes de los romanos, se han conservado, precisamente los realizados con materiales resistentes que estaban en manos de ricos comerciantes, artesanos de la construcción y altos funcionarios.

Otro problema que existía en la remuneración de los préstamos era la distinta base temporal de los tipos de interés, referida la mayoría de las veces al mes, pero también a la semana, al trimestre y al año; y no establecían equivalencias entre esos tantos de interés, lo que contribuía en

¹¹ En Babilonia, para hacer una multiplicación era preciso disponer de las 59 tablas de multiplicar (sistema sexagesimal) así es que para simplificar estas operaciones utilizaban identidades notables, sustituyendo el producto por sumas o diferencias de cuartos de cuadrados (Ifrah, 2002). Este método se ha utilizado secularmente y perdió protagonismo con la aparición de los ordenadores.

muchas ocasiones a generar confusión y al cobro abusivo de intereses.

Tampoco se tenía una información estadística sobre la esperanza de vida; y mucho menos se conocía el concepto de probabilidad para poder calcular anualidades vitalicias o los seguros marítimos.

II. EDAD MEDIA

Tras el período de agonía del imperio romano por las sucesivas crisis internas, la corrupción de sus funcionarios, la mala gestión de los gobernantes e incapacidad de los emperadores para resolver los problemas internos y detener las sucesivas invasiones de las tribus bárbaras, el último emperador, Teodosio, en el año 395, divide el imperio entre sus dos hijos, imperio romano occidental y oriental.

En el Imperio romano oriental, ante la cantidad de normas existentes sobre la contratación de préstamos y la forma de pago de intereses, permitida en según qué casos, el emperador Justiniano, reordena todas esas disposiciones en el Código de Justiniano del año 529. En relación con el tema que tratamos aquí, este código recoge la tradición romana sobre la limitación de tasas, se hace eco de la oposición cristiana a toda usura, pero favorece a los banqueros por su importancia para el Estado. Así, rebaja la limitación de tasas de interés fijándolas entre un 4% y un 8%. Los banqueros pueden cobrar la tasa más alta, 8%; los ciudadanos comunes un 6% y los “prestamistas ilustres”, como los senadores, no cobrarán más de un 4%. Sigue manteniendo el límite romano tradicional sobre los intereses acumulados, no pudiendo ser superiores al importe de capital. Mantiene también la prohibición sobre la capitalización de intereses ya sea junto al capital o como deuda nueva o como novación de la deuda. Y fija por primera vez un 12% como límite de los préstamos marítimos, a los que anteriormente no se había aplicado ninguna restricción.

La Europa occidental, en la que me centraré a partir de ahora, fragmentada

por el asentamiento de distintas tribus bárbaras, deja de ser una economía monetaria y vuelve a un ámbito primitivo con el recuerdo y la cultura del imperio romano que nunca llegó a perder.

La expansión árabe significó un fuerte impulso al comercio, tanto local como de larga distancia en los siglos VII y VIII, introduciendo un valioso repertorio de formas comerciales y financieras. Y en relación a las matemáticas, los árabes representaron el eslabón transmisor del conocimiento griego por sus traducciones.

Pasados los primeros siglos de retroceso, lo más importante es el cambio que se produce en el modelo de financiación: Europa pasa de agraria a comercial, lo que conlleva el paso del antagonismo prestamista-prestatario al modelo de colaboración.

El comercio internacional adquirió gran auge con centros importantes en Flandes y el norte de Italia; el mercader itinerante deja de viajar y dirige sus operaciones desde su casa central, enviando mercancías y órdenes a sus agentes situados en otras plazas.

Oposición religiosa a la usura y consecuencias financieras

Para comprender el desarrollo de la actividad crediticia y de seguro en este dilatado periodo de los siglos V a XV es preciso recordar la posición religiosa.

Para los judíos la usura, cobro de intereses, está prohibida si se hace entre hermanos, pero no con el extranjero. Así se viene a expresar en los libros Éxodo, Levítico y Deuteronomio¹².

¹² Deuteronomio 23: 19-20, “No cobrarás a tu hermano interés por el dinero, ni interés por la comida, ni interés por cosa alguna por la que se suele cobrar dinero. Al extranjero cobrarás interés, mas a tu hermano no se lo cobrarás, para que te bendiga Jehová en

El cristianismo, que tiene las mismas fuentes adopta la prohibición y la generaliza, en defensa de la hermandad universal.

La Iglesia cristiana, consolidada ya desde la época de Teodosio, en su primer Concilio¹³ había prohibido los préstamos con interés solo a los clérigos. En los Concilios que le siguieron se generalizó la prohibición y se fueron aumentando los castigos a quien ejerciera la usura y a sus protectores¹⁴. Sin embargo, el Concilio de Lyon, en 1274, incorporó la doctrina del precio justo, lo que supuso una puerta de escape para contrataciones en alza y con monedas con variación de valor.

Resumiendo, hasta el siglo XII la prohibición de la usura tiene una base teológica. Después la discusión se orienta a unos planteamientos de base económica más amplia.

Para los musulmanes la riba (usura) también está prohibida, porque va en contra de un sistema equitativo de justicia distributiva. Pero como ocurre en la Europa cristiana, también se relaja en el siglo XVI, en tiempos de Solimán el Magnífico, considerando admisibles los préstamos con un interés moderado para la época, no más del 15%.

¿Quiénes eran los prestamistas medievales?

En ese ambiente de prohibición los únicos que tienen permitido ejercer la usura, desde su posición religiosa, son los judíos, en tanto los préstamos los concedan a no judíos. Y casi ejercen el monopolio hasta el siglo XII.

toda la obra de tus manos en la tierra a la que vas a entrar para poseerla”.

¹³ Concilio de Nicea en el año 325, convocado por el propio emperador Constantino I.

¹⁴ La prohibición de usura se va extendiendo a la población, se condena a los usureros a la excomunión, los priva de la posibilidad de hacer testamento válido y de ser enterrados con ritos cristianos. Se termina dando el encargo de la vigilancia a las cortes eclesiales, quedando amenazadas las corporaciones y ciudades si dan hospitalidad y protección a los usureros.

Como consecuencia de la prohibición de cobro de intereses, se produce gran proliferación de matices en los instrumentos financieros para bordear la usura en apariencia, pero con aplicación de intereses oculta.

Y esas nuevas formas de poder prestar dinero con interés encubierto, junto con el incremento de circulación de moneda, hacen que también se multipliquen los usureros cristianos a partir del siglo XII.

Los llamados usureros y banqueros itinerantes llegan a cobrar intereses hasta del 80%. Por otra parte, los reyes y poderosos que adquieren deudas para sus misiones bélicas aprovechan la prohibición de cobro de interés para, en el caso de reclamación de la deuda adquirida, emitir una acusación de usura hacia el prestamista, que en muchos casos le costaba la vida.

Para proteger a los más débiles, una iniciativa importante es la llevada a cabo por el obispo de Londres, Michael Nothburg, quien financia un banco que ofrece préstamos con empeño, pero sin interés. Fracasa por los gastos de funcionamiento que pronto acaban con la aportación inicial. Eso mismo ocurre con otros proyectos semejantes, hasta la creación del Monte de Piedad de la mano de los franciscanos, en 1462 en Perugia, en el que se fija un tipo de interés del 6% anual para asegurar la permanencia de la institución. El papa le da su aprobación cinco años más tarde. Por primera vez, la Iglesia reconoce oficialmente una entidad que presta con interés, promovida además por órdenes religiosas.

Como era de esperar los banqueros y prestamistas, perjudicados directos, se oponen a tal iniciativa y según su influencia consiguen que en determinadas ciudades no se formen “mons pietatis” hasta años más tarde.

Instrumentos de crédito medievales

Los instrumentos de crédito que aparecen en esta época son algo distintos

en la Europa árabe y cristiana.

En la Europa cristiana tres modalidades de préstamo con garantía de inmueble, generalmente de una tierra, se dan durante los siglos XI, XII y XIII:

- El préstamo de prenda muerta (mort-gage): lo producido por la propiedad corresponde al prestamista y no es deducible del principal del préstamo.
- Préstamo de prenda viva (vif-gage): lo producido por la propiedad corresponde al prestamista, pero es deducible del capital prestado, extinguiéndose el préstamo después de un determinado lapso de tiempo.
- Renta hipotecaria (rente foncière): consiste en un pago anual por parte del deudor. Para el prestamista es un contrato perpetuo que puede transferir. El prestatario siempre puede extinguir el préstamo pagando un múltiplo de la cuantía anual, según las condiciones estipuladas, por ejemplo, entregando quince veces el pago anual.

Ante las reclamaciones populares por las frecuentes desposesiones, los dos primeros tipos son declarados usurarios quedando solo en el siglo XIV la tercera modalidad.

Otro instrumento, utilizado como crediticio y no solo de pago, que alcanza un gran desarrollo es la letra de cambio, con dos condicionantes para eludir la prohibición de usura, uno el cambio de moneda y otro que responda a una transacción comercial en diferentes lugares (así el interés se camuflaba como coste de transporte). Y agudizando más el ingenio, los mercaderes idearon el cambio seco, que suponía entregar dinero a cambio de una letra fingida, que no se cobrará en el lugar indicado, sino en el mismo en que se ha librado. De esa forma, quien entregó el dinero, en lugar de cambista es

prestamista, que logra el interés del cambio, y a veces el de recambio de la letra.

El concepto de descuento, que es lo que principalmente la matemática financiera trata de la letra de cambio, apareció más tarde, unido a la regulación del endoso, en el siglo XVI.

En la Europa árabe los pagos a distancia se realizaban mediante transferencias de dinero, a través de un instrumento parecido a la letra de cambio europea llamada suftaja (primera manifestación de la hawala¹⁵), que no incluye un interés implícito por la diferencia temporal, pero contiene un cargo por el servicio de no trasladar dinero entre lugares distintos.

La actividad bancaria del mundo islámico la define Udovitch (1975):

“La mayoría de los mercaderes realmente operan como sus propios banqueros, y cada aspecto de sus operaciones de crédito y banca puede ser vinculado directa o indirectamente con sus negocios comerciales. ..., podría decirse que los mercaderes del mundo islámico son banqueros sin bancos”.

¹⁵ La hawala es un instrumento financiero cuyas primeras referencias se encuentran en obras de juristas musulmanes del siglo VIII, mucho antes de que apareciera la moderna letra de cambio, según Holdswort (1925). Actualmente es uno de los sistemas de transferencia informal de fondos (TIF), opaco a cualquier sistema fiscal, con graves repercusiones directas e indirectas en las cifras macroeconómicas de los países. En el artículo *Una vieja forma de mover el dinero* de 14 de octubre de 2001 en El País, en referencia a la hawala: “Surgió en una época en la que los comerciantes confiaban más en sus facultades de contables que en sus posibilidades de no ser atracados cuando viajaban en caravana. Ahora, esa antigua necesidad se ha convertido en una forma cómoda de blanquear dinero, evadir impuestos o mover millones de dólares por el mundo para financiar una guerra santa”.

Actividad aseguradora medieval. Guía para establecer un seguro náutico

Se considera como primer seguro explícito el referido al navío Santa Clara cuya ruta era Génova-Mallorca.

Sin embargo, para fijar la prima de riesgo solo se tenía en cuenta la experiencia y la información informal que podían obtener los mercaderes.

La obra “*Della mercatura et del mercante perfetto*”, del interesante autor Benedetto Cotrigli, publicada en 1458, contiene un apartado dedicado a los seguros marítimos en el que recomienda que para

“... suscribir un seguro es necesario reunir todas las noticias marítimas con especial atención, y averiguar constantemente acerca de los piratas, guerras, treguas, represalias y todo lo que perturba el tránsito por el mar. Hay que tener mapas de navegación en el escritorio y un buen conocimiento de los puertos y playas, y de la distancia entre un lugar y otro; también hay que tener en cuenta la condición de los capitanes, de los mercaderes que se aseguran, de los barcos; y también debe considerarse la mercadería” (Ceccarelli, 2007; p. 5).

Es el análisis más detallado que se encuentra en época medieval de los factores que influyen en la prima de este tipo de seguros. Sin duda supuso una guía de trabajo.

También en el Mediterráneo, como complemento del seguro marítimo, se desarrollan los seguros de vida, dirigidos a los pasajeros, los marinos, y los esclavos de los barcos. En ocasiones los seguros de vida se convertían en apuestas sobre la llegada a puerto de las personas, dieron lugar a algunos crímenes y fueron prohibidas por las sucesivas ordenanzas de seguros de los países.

Por cierto, es en Barcelona donde se dicta la primera Ordenanza del Seguro Marítimo en 1435, transformada 50 años más tarde en el Código de Barcelona que servirá de modelo para las reglamentaciones de otros países.

Progreso de los métodos de cálculo comercial. Dos obras importantes de matemática comercial

En esos siglos se pasa de una aritmética rudimentaria a la llamada “revolución aritmética de la Edad Media”.

Las herramientas de cálculo eran los antiguos ábacos y los tableros de calcular. Se utilizaba también un sistema digital en el que se representan los números con posiciones distintas de los dedos de las manos.

Tenían grandes dificultades para el cálculo. Trabajaban con los números romanos, sistema de numeración sumativo, no decimal. Las multiplicaciones se hacían a base de sucesivas sumas y las divisiones resultaban realmente complicadas. Todo ello, además, requería un aprendizaje que estaba al alcance de pocos.

En los documentos de comercio que se conservan solo se anotaba el resultado final de las operaciones, por lo que resulta complicado conocer con exactitud el procedimiento seguido y su comprobación.

Leonardo de Pisa (1175-1250), conocido como Leonardo Pisano o Fibonacci (Fig.7) escribe en 1202 la obra “Liber Abbaci” en cuyo comienzo aparece

“Las nueve cifras hindúes son: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Con estas nueve cifras y con el 0 cualquier número puede ser escrito”¹⁶.

¹⁶ Aunque la primera referencia a los números árabes en occidente es de Gerberto de Aurillac (Papa Silvestre II) a finales del siglo X, se considera que Fibonacci fue el que

¡Por fin llega el cero! Y gracias al gran matemático árabe Al-Khwarizmi que lo había tomado de los hindúes, a partir de la obra de Fibonacci se difunde en Europa.



Figura 7. Leonardo de Pisa (1175-1250) Fibonacci y su obra Liber Abaci (1202).

Fibonacci explica en su obra la utilidad de esos números para los cálculos comerciales. Es un libro extenso, escrito como un manual práctico en el que describió métodos para realizar operaciones, especialmente las multiplicaciones a través de un damero. Para el cálculo comercial ofrece una novedad importante, por primera vez se establece matemáticamente una valoración de capitales mediante la comparación de dos flujos de dinero a través de una actualización compuesta. Fibonacci la llama actualización multiperiodica, ya que la expresa como un producto repetido del factor de actualización.

Esta obra se difundió poco, solo en el ámbito del comercio, ya que por su extensión resultaban costosas sus copias y en el sector tampoco interesaba que se conociera.

Nunca le dieron la importancia suficiente a la obra de Fibonacci los historiadores de las matemáticas. Es William Goetzmann, en 2005, quien descubre el papel que podría haber tenido Fibonacci en la difusión de los cálculos financieros, ya que suponen un gran salto sobre sus predecesores.

contribuyó a su divulgación.

Otro gran matemático, contador y economista italiano, Luca Pacioli (1445-1517) (Fig. 8) escribe y publica a finales del siglo XV la obra “*Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità*”, obra que es considerada por muchos historiadores como el punto de partida de la matemática financiera.



Figura 8. Luca Pacioli (1445-1517) y su obra ” *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità*” (1496).

Inspirada en la *Liber Abbaci* de Fibonacci, refleja la visión de la matemática como ciencia aplicada al mundo del comercio de la mano de la contabilidad; es de carácter enciclopédico y en ella supo sintetizar toda la matemática de su tiempo y presentarla en una obra de divulgación. Este libro tuvo una rápida difusión en toda Europa, convirtiéndose en referencia para cualquier estudio de matemática comercial posterior. De ahí su importancia.

III. EDAD MODERNA

Comienza una época, la Edad Moderna, de grandes transformaciones en el conocimiento matemático y en la práctica comercial. La imprenta ayudará a incrementar la difusión del conocimiento con menos errores que los contenidos en las copias manuales. La matemática experimenta un considerable avance en muchas de sus ramas.

Y algo importante, se vislumbra entre los matemáticos un acercamiento y cierto interés por la resolución de los problemas suscitados en el ámbito financiero, abandonando la rigidez y oposición del espíritu griego por la aplicación de la matemática.

Por otra parte, se debilita la doctrina de prohibición de la usura, en parte por la Reforma, y se va entendiendo por usura el cobro abusivo de interés.

¿Cómo evoluciona la Matemática Financiera en estos siglos?

De la mano de ese progreso matemático, se puede afirmar que la matemática financiera llega a unas cotas de consolidación no alcanzadas en tiempos anteriores. Conceptos fundamentales sobre valoración de capitales se habían difundido ya por la obra de Pacioli, pero faltaban los elementos que le dieran agilidad al cálculo. Su búsqueda da lugar a nuevos conceptos.

En primer lugar, se facilita la notación, ya no es preciso repetir factores iguales para expresar una potencia, como se había hecho hasta entonces, se simplifica con la notación exponencial.

Uso de la notación del exponente

Colocar los números en un superíndice aparece en el siglo XIV con Nicolás Oresme (1323-1382), y Nicolas Shuquet (1445-1500) utiliza números como exponentes, pero no corresponde a la notación que ahora usamos.

Definitivamente es René Descartes (1596-1651) quien hace universal la notación a^2 , a^3 y así sucesivamente,

Otro elemento importante es la tabulación de los cálculos.

Tablas financieras

Por primera vez, en 1558, se publican en Lyon unas tablas financieras utilizando el interés compuesto en la obra “*L’Arithmetique*” de Jean Trenchant (1525- 1598). Contienen, para una tasa del 4% y un número de períodos de uno a seis ($n = 1,2,3,4,5,6$) el valor del factor de capitalización compuesta, $(1 + i)^n$, y el valor final de la renta financiera unitaria, $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$. Añade una tabla de valor final para una tasa del 10%, con la aclaración -de acuerdo con la prohibición de la época- de no ser un interés admisible, pero podía resultar útil para algunos.

Otras tablas muy aceptadas, más completas que las anteriores, fueron las de Sir Samuel Morland (1625-1695). Y para disminuir su costoso cálculo, Morland inventa varios aparatos de cálculo, uno de ellos en la Figura 9.



Figura 9. Samuel Morland y su máquina para calcular, de 1666. Science Museum Mathematics: The Winton Gallery.

Con objeto de disminuir el trabajo y tiempo de cálculo, casi simultáneamente se definen los logaritmos.

Los logaritmos

Jonh Napier (1550-1617) cuando se hizo cargo de la administración de Merchiston, a pesar de su pasión por la matemática, no soportaba los tediosos y numerosos cálculos financieros, y esa fue la motivación para inventar sus logaritmos. Este concepto fue muy bien acogido por la sociedad matemática de la época, lo publicó en su obra “*Mirifici Logarithmorun Canonis Descriptio*” y aunque es diferente del logaritmo conocido actualmente, cumple los mismos objetivos, ambos transforman productos en sumas y potencias en productos más simples.

Además, para realizar esas operaciones aritméticas, inventó lo que vino a llamarse huesos de Napier, o varillas de Napier, basándose en el algoritmo árabe de multiplicación por celosía¹⁷ (Fig. 10).

La existencia del logaritmo hace posible el cálculo del tiempo de una inversión cuando se ha fijado el montante a conseguir. También se utilizó su desarrollo en serie para establecer fórmulas de cálculo aproximado del interés de una inversión.



Figura 10. Jonh Napier (1550-1617). Varillas de Napier.

Utilizando logaritmos, Isaac Newton (1642-1727) también se acercó al

¹⁷ Método inventado por Luca Pacioli.

cálculo financiero y desarrolló una fórmula para el cálculo aproximado del rendimiento de una anualidad. Michael Dary (1613-1679) propone por carta a Newton una solución basada en un cálculo iterativo del desarrollo en potencias del valor actual; pero esta solución converge muy lentamente. Y otra aportación importante, si no para la práctica comercial, sí para el desarrollo teórico posterior, es la capitalización continua que dio lugar al número e .

El número e y la capitalización continua

Jacob Bernouilli (1654-1705) atraído por las demandas de las compañías de seguro sobre las valoraciones del riesgo estudió el interés compuesto en forma continua.

Consideró el capital acumulado por una unidad monetaria en t años, a un tipo de interés de i capitalizable n veces al año, obtenido a través de la función de acumulación:

$$Acum(t) = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{nt}$$

Y llegó al número e suponiendo que la tasa de interés es del 100%, el tiempo de acumulación es un año y la acumulación de intereses se produce infinitas veces al año, es decir cuando n tiende a infinito,

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

De este número¹⁸ e demuestra que se encuentra entre 2 y 3.

El valor acumulado de la unidad monetaria, invertida durante t años, viene

¹⁸ Inicialmente Leibniz le asigno el nombre “b” en una carta a Huygens, pero finalmente Leonhard Euler, en 1727, lo llamará “e” (por exponencial) y lo obtiene con una aproximación de 18 cifras decimales.

Define además la exponencial $e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$.

dado por el resultado: $Acum(t) = e^{it}$.

Todas estas aportaciones, como decía anteriormente, le dan la solidez a la matemática financiera que no había tenido antes.

En cuanto a las técnicas actuariales, su evolución lleva otro ritmo totalmente diferente. Aunque el desarrollo de la actividad aseguradora sea milenario, es a final del siglo XVIII cuando podemos datar el nacimiento de la Matemática Actuarial, algo posterior al de la Teoría de la Probabilidad.

Nacimiento del Cálculo de Probabilidad

Sin duda para que un concepto nuevo aparezca debe haber un ambiente de necesidad que propicie el nuevo descubrimiento o invento. Así ocurrió en este caso.

Según distintos manuscritos italianos de los siglos XIII y XIV se discutía cómo resolver el problema de reparto cuando es preciso dividir una sociedad, “commenda”, antes del plazo previsto.

Problema similar tratan en sus cartas Blaise Pascal (1623-1662) y Pierre Fermat (1601-1665), que analizan el problema de reparto¹⁹ de los importes apostados en un juego de sucesivas partidas que se interrumpe durante el desarrollo. Aquí, mediados del siglo XVII, se considera simbólicamente el nacimiento del cálculo de probabilidades²⁰, comienza la revolución probabilística²¹ en la que se plantea la matemática de la probabilidad (“geometría del azar” es la expresión usada por Pascal) y se dan los

¹⁹ Soluciones a este problema ofrecen Luca Paccioli en 1492 y Niccolò Fontana, Tartaglia, en 1556, ambas sin intervención del azar.

²⁰ También se atribuye a Cardano, gran jugador, que escribió en 1520 “*El libro de los juegos de azar*”, aunque no se publicó hasta un siglo después.

²¹ Norbert Meusnier (1995) lo califica como “Una de las más profundas revoluciones ideológicas del mundo moderno: la revolución probabilística”; “... La esperanza es el mediador de la emergencia matemática de lo probable, el balance de riesgos del jugador-mercader en un cálculo prudente”.

primeros pasos de una lógica de la decisión basada en la conjetura sobre la probabilidad. Por cierto, que también Pascal inventa una máquina para calcular, la llamada Pascalina.

De la teoría de probabilidad mención especial merece la ley de los grandes números por su importancia en la ciencia actuarial. Está basada en el “teorema dorado” de Jacob Bernouilli a quien costó veinte años conseguir una demostración suficientemente rigurosa, publicada en su “Ars Conjectandi”. Demostración que posteriormente la completó y nombró Poisson (1781-1840).

La ley de los grandes números establece que en la medida que el número de casos expuestos a un riesgo es mayor, la posible desviación del resultado de la probabilidad de que ocurra es menor.

Abraham de Moivre (1667-1754) analizó la probabilidad condicional, introdujo la distribución de frecuencias, la desviación media y la función generatriz de probabilidad. Y como los matemáticos de los siglos XVI y XVII habían perdido el miedo al paso al infinito, que tenían los griegos, de Moivre formuló la aproximación de una distribución específica como límite de la distribución binomial y estableció su forma integral, trataba de la que más tarde se llamó distribución normal.

Aplicando estos nuevos conceptos se perfeccionan los trabajos de supervivencia y mortalidad y se realizan importantes estudios empíricos que dan lugar a las tablas de mortalidad, imprescindibles para resolver cualquier operación financiera ligada a la vida.

Tablas de mortalidad

Conocido y admitido el concepto de probabilidad, y por la necesidad de resolver problemas sanitarios -como la predicción de la propagación de la peste bubónica- o financieros -como la valoración de las anualidades

vitalicias- se avanzó en estudios de supervivencia y mortalidad con importantes estudios empíricos.

John Graunt²² (1620-1674) es el primer experto en demografía y epidemiología. Basándose en registros de 30 años efectuó predicciones del número de personas que morirían de varias enfermedades y de las proporciones esperadas de nacimientos de varones y mujeres. Su obra “*Natural and Political Observations on the Bills of Mortality*” (Fig.11) representa la primera aproximación de una tabla de mortalidad y tuvo gran repercusión en los países europeos.

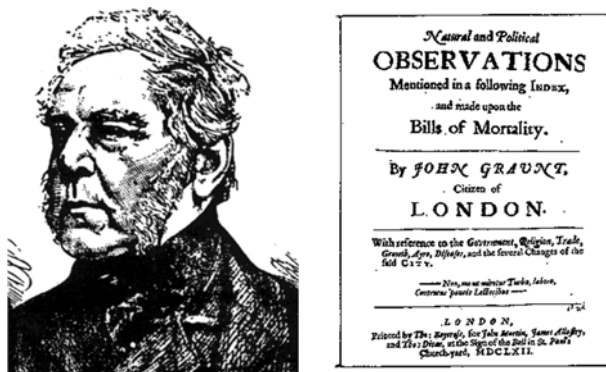


Figura 11. John Graunt (1620-1674) y su obra “*Natural and Political Observations on the Bills of Mortality*”.

Dos décadas después de la muerte de Graunt, con métodos similares a los actuales, se considera que las primeras tablas de mortalidad son las realizadas por el astrónomo, matemático y físico inglés, Edmund Halley (1656-1742) (Fig. 12). Además de calcular la trayectoria del cometa que lleva su nombre, elaboró las tablas a través de “*Una estimación de los grados de mortalidad humana, extraídos de las tablas de nacimiento y los funerales en la ciudad de Breslaw; con un intento de determinar el precio de las rentas vitalicias*”, obra que es publicada por la Royal Society, en

²² Comerciante de lencería y tejidos, bien relacionado, lo que le dio acceso a mucha información con la que realizó los estudios estadísticos y epidemiológicos. A pesar del rechazo inicial, por su actividad principal, y de la mano de Carlos II de Inglaterra, John Graunt fue admitido como miembro de la Royal Society.

1693. En ella, además, realizó un análisis pionero para valorar el problema de la venta de anualidades que dependen de dos vidas, ya que en esos años en Londres se vendían anualidades que debían finalmente pagar al suscriptor y, si moría, a su viuda. Tuvo mucho mérito resolviendo en esos años este difícil problema.



Figura 12. Edmund Halley (1656-1742).

El seguro en la Edad Moderna. Forma de cálculo el seguro marítimo

Hasta la aparición de la teoría de Probabilidad se siguen calculando las primas de los seguros marítimos teniendo en cuenta la información que cada corredor o grupo de corredores tiene en su poder.

En el siglo XVI no existían aún las bases técnicas para cuantificar los seguros. En los seguros náuticos, teniendo en cuenta la ya mencionada obra de Benedetto Cotrigli, el factor que fundamentalmente se valoraba era la distancia, unida al tiempo de duración; y la rectificación de la ruta suponía elevar la prima. Otro criterio que era preciso añadir era la componente estacional, que tuvo una aplicación desigual dependiendo de la zona geográfica; en las rutas del Mediterráneo apenas influía, no así en las del Atlántico en las que había grandes diferencias en las primas según las estaciones. A estos factores básicos se superponían los elementos específicos de la operación asegurada, tipo de embarcación, armamento, y tripulantes. A través de la experiencia centenaria se fueron estableciendo

unos criterios sistemáticos; el tonelaje hacía incrementar o disminuir la prima. Una mayor capacidad defensiva reducía la prima, en especial en periodos de guerra o actividad corsaria. Las embarcaciones que viajaban en convoy tenían una disminución de la prima. De igual forma podía influir en el coste del seguro la experiencia y la confianza que merecían los dirigentes de la embarcación. También se tenía en cuenta la valoración del momento histórico y cuando había conflictos bélicos se disminuía la prima si los capitanes o patrones y la tripulación eran sustituidos por personas neutrales.

Todos esos criterios estaban implícitos a la hora de fijar la prima por parte de los aseguradores, sin embargo, no se manifestaron por escrito. Tan solo se encuentra un documento de 1688 en Cádiz, en el que, para evitar el abuso de los corredores que operaban allí, los aseguradores extranjeros establecidos firmaron un acuerdo²³ que fijaba las primas que se pagarían en las distintas pólizas contratadas en esta ciudad.

La primera vez que se regula el contrato de seguro marítimo es en “*Las Ordenanzas del Consulado de Burgos*” dictada por el rey Carlos V en 1549. Adquiere un carácter obligatorio, así se recoge, y pasa de su forma individual a entidades pluripersonales. Esto derivaría en las sociedades por acciones y posteriormente en las sociedades anónimas.

Tras el descubrimiento de América y la consiguiente intensificación del tráfico marítimo, España adquiere gran preponderancia. La cuestión de los seguros quedó bajo la supervisión de la Casa de Contratación de Sevilla. Las Ordenanzas de Monzón (1552) dedican dos párrafos a los seguros, uno para evitar los contratos verbales y otro para asegurar la carga y el navío por más de dos tercios de su valor (Bernal, 1994).

²³ Este acuerdo se actualizó en 1691 y se encuentra en el Archivo Provincial de Cádiz (Ravina, 1983; p. 484).

En los siglos XVI y XVII aparecen en casi todos los países ordenanzas y reglamentaciones en torno al seguro marítimo, con diversos fines, evitar fraudes, distribuir el riesgo, fijar las responsabilidades, establecer procedimientos legales, etc.

Hasta finales del siglo XVII, la actividad aseguradora era practicada por aseguradores individuales, como una actividad económica más; era la forma de diversificar el riesgo. Esos contratos se debían realizar ante notario o corredor. A veces, si la expedición era valiosa, el seguro marítimo se dividía en varias participaciones que eran compradas por los comerciantes aseguradores como forma de inversión; en caso de siniestro, en función de su participación, debían pagar la parte de cantidad convenida.

Con el crecimiento del comercio inglés, el centro marítimo mundial pasó a Inglaterra y Londres se convirtió en capital aseguradora para carga y casco. El centro de información del tráfico marítimo llegaba al café inglés de propiedad de Edward Lloyd, donde se publicaba en la hoja Lloyd's News todas las noticias que llegaban de los viajes recientes, de los cargamentos enviados, de las pérdidas en el mar, de los mercados del mundo, etc. Era un centro de información valiosísimo, que utilizaban para valorar los riesgos de cada expedición. El famoso y reputado café Lloyd se convirtió en un centro asegurador, donde los suscriptores aceptaban y distribuían coberturas.

En Inglaterra hubo varios intentos fallidos desde principios de siglo XVI de crear compañías de seguros marítimos. A principios del siglo XVII la gran burbuja especulativa en torno a las acciones de la South Sea Company hizo que se prohibiera la creación de compañías por acciones con la ley Bubble Act. Su repercusión se hizo notar en Europa continental y tardan casi un siglo, mitad del siglo XVIII, en constituirse las sociedades por

acciones vinculadas a las compañías privilegiadas²⁴. En España las compañías de seguros creadas fueron víctimas de las coyunturas bélicas, ya que aumentó el número de siniestros y los capitales, reservas y provisiones eran escasos; los socios respondían con todo su patrimonio.

Seguro de incendios, seguro de vida y anualidades vitalicias

En cuanto a otros tipos de seguro, cabe destacar el de incendios que se desarrolló lentamente. El seguro mercantil contra incendios tuvo problemas que no aparecieron en el seguro marítimo. En este el contrato tenía una duración limitada y tanto el casco como la carga tenían valores conocidos. El seguro de incendios era un contrato a largo plazo, o corto renovable, difícil de asumir por el grupo de individuos que se responsabilizaban del riesgo; otro inconveniente era la estimación de los siniestros y la gestión de las indemnizaciones que requerían personal con cierta especialización, lo que suponía otro gasto. Todo esto motivó que copiaran el modelo de Hamburgo que llevaba muchos años funcionando, y estaba basado en el principio de mutualidad.

El gran incendio de Londres en 1666 impulsó definitivamente la creación del seguro de incendios, con gran número de demandantes. Se constituye la primera empresa privada Fire Office²⁵ (más tarde Phoenix Office, por el ave fénix que aparece en su emblema) seguida de otra patrocinada por el Ayuntamiento, Corporation of London, que cobraba prima doble si la casa era de madera y sencilla si de ladrillo.

En relación con el seguro de vida, recordemos que venía de una asociación o fondos mutuos desde la antigüedad, pasando por algo similar a una

²⁴ Bernal (1992) y Tortella (2014).

²⁵ Creada por el médico Nicolás Barbon que abandonó su profesión de médico y se dedicó a la especulación inmobiliaria.

apuesta en la Edad Media.

“La primera póliza conocida de seguro sobre la vida es de un londinense, William Gibbons, en el año 1583. Aunque la póliza cerró con la plegaria *Dios, al nombrado, William Gibbons, Salud y Larga Vida*, Mr. Gibbons falleció dentro del mismo año. Solamente había pagado 32 libras de prima, sin embargo, sus herederos recibieron el capital de 400 libras, por las que había sido asegurado” (Sánchez, 2000; p.4).

Al inicio del siglo XVII aún no se podía calcular el coste real de un seguro de vida, pero se reconocía la necesidad de conocer estadísticamente los sucesos asegurables y de medir el riesgo que asume el asegurador.

La gran evolución del seguro de vida a finales de la Edad Moderna está condicionada por la existencia del concepto de probabilidad. Las primeras sociedades de seguro de vida hacían sus cálculos sin base científica y pasaron por grandes dificultades para poder hacer frente a las indemnizaciones. No tuvieron éxito.

Todas las aportaciones en el campo de la probabilidad y trabajos sobre la supervivencia y mortalidad que se hicieron en el siglo XVIII, algunos mencionados anteriormente, permitieron que se fundara la Society for the Equitable Assurance of Live and Survivorships, que adoptó la forma de mutua. Para esta compañía trabajaron varios matemáticos que aplicaron los nuevos conceptos.

El estudio del seguro de vida corre paralelo al de anualidades vitalicias²⁶ con el que venían financiándose los Estados desde siglos anteriores y que siempre se habían valorado como las rentas de la tierra, sin tener en cuenta la edad de los inversores, dando lugar a insolvencias en muchos casos.

²⁶ El comprador, a cambio de una aportación inicial, se aseguraba una renta durante toda la vida.

Johan de Witt (1625-1672), primer ministro holandés, fue el primero en escribir²⁷ cómo calcular el valor de una renta vitalicia como suma de los pagos futuros esperados descontados.

A final del siglo XVIII el matemático Richard Price (1723-1791) en su exitosa obra “*Observations on Reversionary Prayments*” desarrolla la explicación de las situaciones de las anualidades vitalicias, las contingentes a supervivencia u otros sucesos y los seguros de vida y calcula los valores ofreciendo además las tablas para ello.

William Morgan (1750-1833), (Fig. 13) sobrino de Price, realizó nuevas contribuciones a las anualidades vitalicias y calculó por primera vez el capital de reserva necesario para hacer frente a los pagos futuros. Es la llamada Reserva Matemática, imprescindible para el funcionamiento de una compañía de seguros. Todo ello está recogido en su obra “La doctrina de anualidades y seguros de vida y supervivencia” de 1779. Se considera el fundador del cálculo actuarial moderno.

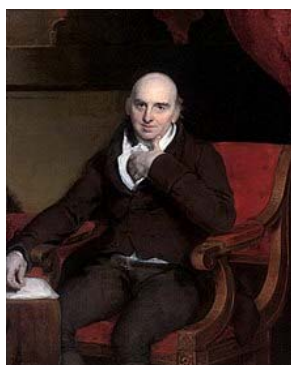


Figura 13. William Morgan (1750-1833).

En esa época apareció la profesión de actuario²⁸ y se denominaron así a los matemáticos que se dedicaban al estudio de los seguros.

²⁷ En 1671, “*El Valor de las Rentas Vitalicias comparadas con los Bonos de Rescate*”.

²⁸ Nombre que tiene su origen en Roma, el “actuarius” era la persona encargada de la gestión empresarial del Senado Romano.

IV. EPÍLOGO

Hasta aquí hemos llegado en esta sintetizada andadura histórica con lentes matemáticas, siguiendo las preguntas que formulaba al principio.

Gran parte de mi vida académica la he dedicado a la enseñanza de este tipo de matemática, sin detenerme en su desarrollo histórico. La preparación de esta lección me ha permitido corroborar su importancia y percibir, a veces con sorpresa, la dificultad de la evolución de cada uno de los conceptos, métodos y técnicas que ahora consideramos tan habituales, apreciando el esfuerzo realizado por nuestros antecesores.

Y durante el tiempo de búsqueda obligada de información histórica, he sentido gran agradecimiento a todos los que han contribuido a conocer la génesis de esta parte de la matemática olvidada por los propios matemáticos durante muchos siglos y tan unida a la actividad humana.

El importante avance conceptual, experimentado en la Edad Moderna, en los elementos que constituyen la base de la matemática financiera y actuarial se debe sin duda a la colaboración entre dos mundos, el económico y el matemático.

Como reflexión, me pregunto si la presencia del conocimiento matemático en el ámbito comercial de épocas pasadas hubiera disminuido el sufrimiento de las clases sociales más desfavorecidas. Y no deja de asombrarme que el desconocimiento de lo matemático-financiero siga persistiendo hoy día con las mismas consecuencias pasadas.

Termino a las puertas de unos siglos (XIX, XX y XXI) en los que se ha

venido produciendo la llamada transformación exponencial que hoy conocemos en los métodos financieros, actuariales y estadísticos, muy evolucionados por los ordenadores, que han cambiado la actividad financiera y aseguradora.

Pero la revisión de todo ello será para otra lección y en otro lugar.

¡Muchas gracias por acompañarme!

V. FUENTES Y REFERENCIAS

- Atiyah, M. (2002). Las Matemáticas en el siglo XX. *Números*, 50, 35-55.
- Bernal, A.M. (1992). *La financiación de la carrera de Indias (1492-1824): dinero y crédito en el comercio colonial español con América*. Fundación El Monte.
- Boyer, C.B. (1996). *Historia de la Matemática*. Alianza Universidad Textos.
- Ceccarelli, G. (2007). The price for risk-taking: Marine insurance and probability calculus in the late Middle Ages. *Journal Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, 3(1), Article 3, 26 p.
- Chancellor, E. (2000). *Sálvese quien pueda: una historia de la especulación financiera*. Ediciones Granica. Buenos Aires.
- Diodorus Siculus (1814). *The Historical Library of Diodorus the Sicilian*. Vol I, 1814. Trad. George Booth. Ed. W. M'Dowall.
- Franklin, J. (2015). *The Science of Conjecture: Evidence and Probability before Pascal*. Johns Hopkins University Press. Baltimor.
- Fornero, R.A. (2012). *Cronología ilustrada de las finanzas*. Parte I. Universidad Nacional del Cuyo.
- Fornero, R.A. (2007). *Cronología fotográfica de las finanzas. Los instrumentos, los conceptos, las herramientas*. Universidad Nacional del Cuyo.
- Goetzmann, W. (2004). *Fibonacci and the Financial Revolution*. NBER Working Paper No. w10352. SSRN: <https://ssrn.com/abstract=515246>

- Goguet, A.Y. y Fugère A. C. (1794). *Del origen de las leyes, artes, ciencias y sus progresos en los pueblos antiguos*. Tomo V. Traducción de francés a español. Imprenta real, Madrid.
- Gutiérrez, S. (1982). Origen y desarrollo de la estadística en los siglos XVII y XVIII. *Estadística Española*, 97, 19- 32.
- Holdsworth, W.S. (1925). *A History of English Law*, Vol. VIII.
- Hudson, M. (2000). The mathematical economics of compound interest: a 4,000 - year overview. *Journal of Economic Studies*, 27(4/5), 344-363.
- Hudson, M. and Van de Mierop, M. (2002), The early evolution of interest-bearing debt: Some unresolved issues. *Debt and Economic Renewal in the Ancient Near East*. Bethesda (Md.), CDL press.
- Ifrah, G. (2002). *Historia universal de las cifras*, Espasa.
- Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días I*. Alianza Universidad. Madrid.
- Meusnier, N. (1995) La passe de l'espérance. L'émergence d'une mathématique du probable au XVIIème siècle. *Mathématiques et Sciences humaines*, 131, 5-28.
- Milevsky, M. A. and Salisbury, T. S. (2015). Optimal retirement income tontines. *Insurance: Mathematics and Economics* 64, pp 91–105.
- Millán, A. (2007). *Euclides. La fuerza del razonamiento matemático*. Nivola. Madrid.
- Miskimin, H.A. (1978). *La Economía de Europa en el Alto Renacimiento (1300-1460)*. Cátedra. Madrid.

- Núñez, J.M. (2003). El tablero medieval de cálculo y las operaciones con números romanos: Estudio histórico y pedagógico. *Revista EMA*, 8(2), 183-207.
- Rabina, M. (1983). Participación extranjera en el comercio indiano: el seguro marítimo a fines del siglo XVII. *Revista de Indias*, 172, 481-513.
- Rubin, J. (2010). Bills of Exchange, Interest Bans, and Impersonal Exchange in Islam and Christianity. *Explorations in Economic History*, 47(2), 213-227.
- Sánchez, O.G. (2000). *La Institución del seguro en México*. Editorial Porrúa. México.
- Santos, M.B. (2013). *Concepto, historia y formación de los bancos*. Monografías.
- Searle, G. (sin fecha). La aritmética con arena y guijarros. https://www.astic.es/sites/default/files/articulosboletic/finde1_0.pdf
- Tortadella, G. et al. (2014). Historia del seguro en España. Fundación MAPFRE, Madrid.
- Trener, C.F. (1926). *The Origin and Early History of Insurance*. Londres.
- Udovitch, A.L. (1975). Reflections on the institutions of credits and banking in the medieval Islamic near east. *Studia Islamica*, 41, 5-21.
- Umer, M. (2006). The nature of riba in Islam. *The Journal of Islamic Economics and Finance*, 2(1), January-June, 7-25. Bangladesh.



UNIVERSIDAD

**PABLO DE
OLAVIDE**

SEVILLA