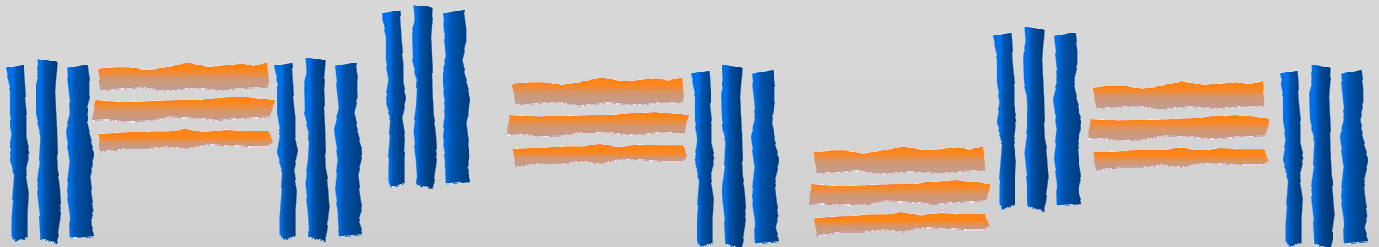


REVISTA DE
MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA



UNIVERSIDAD
**PABLO_D
OLAVIDE**
SEVILLA

Número 8
Diciembre de 2009
ISSN: 1886-516X
D.L: SE-2927-06

**REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA**

**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

Número 8. Diciembre de 2009.

ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/>

Editores:

Dr. Eugenio M. Fedriani Martel
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, Km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: efedmar@upo.es

Dr. Alfredo García Hernández-Díaz
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, Km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: agarher@upo.es

Comité Editorial:

Dr. S. Ejaz Ahmed, University of Windsor, Ontario (Canadá)
Dr. Carlos A. Coello Coello, CINVESTAV-IPN, México D.F. (México)
Dr. Ignacio Contreras Rubio, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. Manuela Coromaldi, University of Social Sciences UNISU, Roma (Italia)
Dr. Miguel Ángel Hinojosa Ramos, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Matías Irigoyen Testa, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires (Argentina)
Dr. M. Kazim Khan, Kent State University, Ohio (EE.UU.)
Dr. Manuel Laguna, University of Colorado at Boulder, Colorado (EE.UU.)
Dra. María Amparo León Sánchez, Universidad de Pinar del Río (Cuba)
Dr. Jesús López-Rodríguez, Universidad de A Coruña, (España)
Dr. Cecilio Mar Molinero, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dra. Ana M. Martín Caraballo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. M^a Carmen Melgar Hiraldo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Gábor Nagy, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dr. José Antonio Ordaz Sanz, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Andrés Rodríguez-Pose, London School of Economics, Londres (Reino Unido)
Dr. José Manuel Rueda Cantuche, IPTS-DG J.R.Centre-European Commission
Dra. Mariagrazia Squicciarini, VTT Technical Research Centre (Finlandia)
Dra. Mariangela Zoli, Università degli Studi di Roma 'Tor Vergata', Roma (Italia)

Editorial

Con este número que ahora publicamos, la Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa (Journal of Quantitative Methods for Economics and Business Administration) completa su cuarto año de vida. Hasta la fecha, se han publicado 8 volúmenes (en junio y diciembre de cada año, como estaba previsto inicialmente), compuestos por 33 artículos de investigación y 4 editoriales; hemos recibido más de 14.200 visitas a la portada de nuestra página web, aunque nuestros artículos han sido incluidos en numerosas bases de datos internacionales y han recibido muchas más visitas a través de dichas plataformas. En cuanto a la participación de los autores, en general, se ha observado un considerable aumento en el número de artículos recibidos para evaluación.

Crecemos, pero seguimos fieles a nuestros principios: publicar de forma gratuita artículos, originales e inéditos, en español o inglés, sobre técnicas Matemáticas, Estadísticas o Económicas y sus posibles aplicaciones al ámbito económico o empresarial. No obstante, los criterios internacionales de calidad nos proponen restringir la publicación exclusivamente a artículos que cumplen unos estándares. Además de la originalidad, el artículo debe ser riguroso y estar escrito de forma apropiada. Por eso, aparte de recordar la necesidad de seguir los requisitos formales (ortográficos y gramaticales) del idioma elegido para la redacción, nos atrevemos a comentar a continuación algunas sugerencias para la elaboración de los documentos que se envíen para su evaluación a nuestra Revista. Creemos que seguir estas recomendaciones puede servir para mejorar la calidad de algunos trabajos y también para acelerar el proceso de revisión de la mayoría de los envíos.

Lo primero que salta a la vista de un documento es su maquetación. Por eso, una vez concluido el proceso de escritura, los autores deberían dedicar unos minutos a homogeneizar el texto a lo largo del documento (mismo tipo de letra y tamaño para el texto normal, que recomendamos que sea del tipo *Times* y de entre 10 y 12 puntos), con especial atención a los títulos y subtítulos (comprobar si se ha elegido el mismo tipo de letra y de numeración para apartados del mismo nivel...). También deberían revisarse otros aspectos de estilo y formato, como si se han dejado espacios en blanco innecesarios (entre dos palabras o entre dos renglones), si no se ha justificado alguna parte del texto a derecha e izquierda o si se han utilizado indebidamente los márgenes (en caso de que se corten palabras al final de cada renglón, esto también debe hacerse conforme a la norma), etc.

Una cuestión especialmente frecuente en la práctica es la relativa a la puntuación de los titulares. En español, ni títulos ni subtítulos deben llevar

punto al final. Recomendamos (porque es una costumbre bastante extendida entre los autores que nos envían sus trabajos y ellos son quienes han sugerido estas líneas) que los títulos de las secciones vayan en mayúsculas y negrita, mientras que las subsecciones solo en negritas (en el mismo tipo de letra y tamaño que el resto del texto). Es recomendable (no obligatorio, pero sí hay que hacer siempre lo mismo en un mismo documento) no sangrar el primer párrafo después de un título. Además las sangrías de los párrafos (en caso de existir) deben medir todas lo mismo. Los espacios entre renglones (esto es, el espaciado interlineal) y entre párrafos (si hay alguno extra) deben ser similares a lo largo del documento y proporcionados unos y otros. Los espacios antes y después de títulos deben ser también similares entre sí.

Se recuerda que, en español, después de dos puntos y seguido van minúsculas; esta norma, sin embargo, es distinta en inglés. En español, la palabra “solo” no debe llevar tilde si no es adverbio, pero tampoco si lo es y no hay posibilidad de confusión con el adjetivo de misma escritura. Cualquier expresión en un idioma distinto del usado para el resto del documento, debe escribirse en cursiva, que es lo correcto ortotipográficamente. Así, por ejemplo, *et al.* debe llevar punto al final e ir en cursiva. No es necesario que las fórmulas vayan numeradas (sobre todo, si no hay que hacer muchas referencias a ellas), pero hay que respetar el mismo tipo de letra para los elementos que vayan tanto en fórmulas como en el resto del texto; es decir, si alguna letra usada en una fórmula va allí en cursiva, también debe ir así en cualquier otro lugar dentro de los párrafos normales (si es usada para representar el mismo concepto). Tanto en español como en inglés, los nombres propios (como, por ejemplo, “Sección 2”, “Teorema de Euler”, “Lema 4.1”, “Figura 3”, etc.) deben ir en mayúsculas.

En la mayoría de las cuestiones de estilo, somos flexibles (por ejemplo, admitimos que se hagan las referencias a obras en el texto utilizando el nombre del autor y la fecha o bien el número que se le asigna a dicha obra en un listado al final del artículo), pero es preciso comentar que hay unos mínimos exigibles para elaborar las referencias bibliográficas de un documento científico. De este modo, las obras incluidas deben relacionarse en algún orden claro (normalmente, se recomienda el orden alfabético del primer autor, aunque hay quien prefiere el orden de aparición en el texto) y la bibliografía debe tener un formato homogéneo, aunque pueden usarse distintas formas de cita para los distintos tipos de documentos; es decir, que se puede usar un formato para los libros referenciados y otro para los artículos o las tesis, por ejemplo. En cualquier caso, suele ser apropiado usar raya (y no guion) para separar la página inicial y la final de un artículo referenciado (esto es, usar 123–145 en lugar de 123-145). En el resto de cuestiones de estilo, formato, aspecto y demás, sugerimos que los autores comprueben lo que se suele hacer en documentos similares. El objetivo final

es que el documento sea legible y agradable. Esta editorial es un ejemplo de por qué deben evitarse las interrupciones continuas mediante paréntesis; algo similar puede decirse de las excesivas notas a pie.

Dejando a los autores y revisores la tarea de preparar documentos interesantes, adecuados, útiles y correctos, los editores procuraremos facilitar las herramientas apropiadas para su difusión entre la comunidad científica. Para ello, estamos preparando una nueva versión de nuestra página web y esperamos presentarla pronto, porque contará con más funcionalidades. De momento, seguimos proporcionando algunos servicios básicos, como nuestro buscador (que permite localizar, en los contenidos de la Revista, palabras en cualquier parte del texto, autores, etc.), las metaetiquetas en la página de presentación, la guía de enlaces, el servicio de alertas para los subscriptores y abundantes hipervínculos.

Siguiendo con las novedades, desde nuestro último volumen se han incorporado varios prestigiosos investigadores al equipo editorial, ahora lo forman 19 doctores, de los que 5 representan a la entidad editora, la Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España). En el resto de dicho Comité Editorial, más de dos terceras partes, hay miembros de universidades y centros de investigación de una decena de nacionalidades. Además de asesorarnos en la estrategia a seguir por la Revista, estos investigadores son los encargados de garantizar la presencia de suficientes evaluadores externos a la entidad editora.

Queremos recordar aquí que el proceso de revisión de artículos seguirá siendo doblemente anónimo y por pares de expertos, lo que ha hecho posible ya que nuestra Revista sea incluida en algunos listados exclusivos de revistas científicas de calidad y que los autores que han publicado aquí se hayan visto favorecidos por la buena reputación de nuestra Revista. A modo de ejemplo, con todo lo comentado anteriormente, ya cumplimos todos los criterios de calidad comprobados por Latindex. La lista de sus requisitos está en: http://www.latindex.unam.mx/latindex/busquedas1/revistas_elec.html. En resumen, confiamos en poder seguir llevando a cabo este proceso de mejora de la Revista y que sigamos siendo una herramienta útil para los investigadores que nos consultan a diario.

A continuación de esta editorial, como en ocasiones previas, publicamos la lista de los revisores anónimos que han accedido a aparecer en esta relación. Como a los lectores y autores, les agradecemos su ayuda, que hace posible que este proyecto siga adelante.

LOS EDITORES.



Listado de evaluadores de la Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa (actualizada a 1 de diciembre de 2009):

Prof.^a Dra. D.^a M^a Teresa Arévalo Quijada;
Prof. Dr. D. Francisco J. Blancas Peral;
Prof. Dr. D. Raúl Brey Sánchez;
Prof.^a Dra. D.^a M^a Dolores Caro Vela;
Prof. Dr. D. Ignacio Contreras Rubio;
Prof.^a Dra. D.^a Mónica Domínguez Serrano;
Prof. Dr. D. Eugenio M. Fedriani Martel;
Prof.^a Dra. D.^a Ana Fernández Carazo;
Prof. Dr. D. Javier Fernández Navas;
Prof.^a Dra. D.^a Inmaculada Fortes Ruiz;
Prof. Dr. D. Osvaldo A. Fosado Tllez;
Prof. Dr. D. Alfredo García Hernández-Díaz;
Prof.^a Dra. D.^a Patricia Herranz Peinado;
Prof. Dr. D. Manuel Hidalgo Pérez;
Prof. Dr. D. Miguel Ángel Hinojosa Ramos;
Prof. Dr. D. Matías Irigoyen Testa;
Prof.^a Dra. D.^a M^a Amparo León Sánchez;
Prof.^a Dra. D.^a Sara López Pintado;
Prof. Dr. D. Jesús López Rodríguez;
Prof.^a Dra. D.^a Macarena Lozano Oyola;
Prof. Dr. D. Francisco José Martínez Estudillo;
Prof.^a Dra. D.^a Ana M. Martín Caraballo;
Prof.^a Dra. D.^a M^a Carmen Melgar Hiraldo;
Prof. Dr. D. Julián Molina Luque;
Prof.^a Dra. D.^a Pilar Moreno Navarro;
Prof. Dr. D. Rafael Moyano Franco;
Prof. Dr. D. Francisco Javier Muñoz Almaraz;
Prof. Dr. D. José Antonio Ordaz Sanz;
Prof.^a Dra. D.^a Concepción Paralera Morales;
Prof. Dr. D. Nelson Perera;
Prof. Dr. D. Rafael Pino Mejías;
Prof. Dr. D. José Manuel Ramírez Hurtado;
Prof.^a Dra. D.^a Laura Riesgo Álvarez;
Prof.^a Dra. D.^a Inmaculada Rodríguez Puerta;
Prof. Dr. D. José Manuel Rueda Cantuche;
Prof. Dr. D. Sixto Sánchez Merino;
Prof. Dr. D. Luis Vicente Santana Quintero;
Prof.^a Dra. D.^a M^a Manuela Segovia González;
Prof.^a Dra. D.^a Mariagrazia Squicciarini;
Prof.^a Dra. D.^a Cecilia Téllez Valle;
Prof. Dr. D. Ángel F. Tenorio Villalón;
Prof. Dr. D. Carlos Usabiaga Ibáñez.

Análisis multinivel de cadenas de suministros: dos técnicas de resolución del efecto bullwhip

CIANCIMINO, ELENA

Tecnologia Meccanica, Produzione e Ingegneria Gestionale
Università degli studi di Palermo
Correo electrónico: eciancimino@unipa.it

CANNELLA, SALVATORE

Tecnologia Meccanica, Produzione e Ingegneria Gestionale
Università degli studi di Palermo
Correo electrónico: cannella@unipa.it

CANCA ORTIZ, JOSÉ DAVID

Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas
Universidad de Sevilla
Correo electrónico: dco@us.es

FRAMIÑÁN TORRES, JOSÉ MANUEL

Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas
Universidad de Sevilla
Correo electrónico: framinan@us.es

RESUMEN

El efecto bullwhip es un fenómeno causante de ineficiencias en la gestión de la cadena de suministros. El objetivo del presente artículo es analizar el impacto sobre el rendimiento de una cadena de suministro de dos de las técnicas más comunes de resolución del efecto bullwhip: la regla de pedido (S, R) amortiguada y la adopción de prácticas de colaboración. Para ello, se adopta un sistema de métricas con el objetivo de evaluar los efectos sobre los diferentes eslabones de la cadena. Estos efectos se miden en términos de la estabilidad de la orden de pedido y de los inventarios, de la robustez del sistema y de los beneficios para el cliente. Los resultados se analizan desde un punto de vista puramente técnico y desde el punto de vista de las implicaciones para las empresas.

Palabras clave: multi-escalón; redes de empresas; gestión de la cadena de suministro; efecto bullwhip; efecto de Forrester; regla de abastecimiento amortiguado; gestión del inventario; APIOBPCS; condisión de la información; EPOS; métricas de rendimiento.

Clasificación JEL: C61; C63; C67.

2000MSC: 90B05; 90B06; 90B30; 91B74; 91B38; 93A30; 93C10; 93C55.

Artículo recibido el 3 de abril de 2009 y aceptado el 29 de octubre de 2009.

Supply Chain Multi-level Analysis: Two Bullwhip Dampening Approaches

ABSTRACT

The bullwhip effect is a phenomenon that causes inefficiencies in supply chains. The aim of this paper is to investigate on the different impact on the performance of a supply chain of two bullwhip solving techniques: the (S, R) smoothing replenishment policy and collaboration practices. Performance is evaluated through a comprehensive set of metrics, aimed at assessing the order rate stability, the inventory stability, the robustness of the system and the customer service level. Results are analysed both from a technical perspective and from the managerial point of view.

Keywords: multi-echelon; business network; supply chain management; bullwhip effect; false demand; order policy; periodic review; order-up-to; APIOBPCS; smoothing replenishment; information sharing; EPOS; supply chain metrics; customer service level.

JEL classification: C61; C63; C67.

2000MSC: 90B05; 90B06; 90B30; 91B74; 91B38; 93A30; 93C10; 93C55.



1 INTRODUCCIÓN

La gestión moderna de las cadenas de suministro considera la premisa de que los miembros de la cadena están primordialmente interesados en optimizar sus propios objetivos. Este enfoque de autoabastecimiento se traduce frecuentemente en un fenómeno contraproducente (Disney y Lambrecht 2008). Un ejemplo clave de tal ineficiencia es el efecto bullwhip (Lee *et al.* 1997a), un fenómeno global variante en el tiempo que se refiere a la amplificación de los pedidos aguas arriba de la cadena de suministro. Los síntomas de dicha distorsión se traducen en niveles de inventario excesivos, previsiones erróneas de la demanda del mercado, capacidad insuficiente o excesiva, escaso servicio al cliente, planos de producción inciertos, etc. (Lee *et al.* 1997b). Se ha estimado que las consecuencias económicas del efecto bullwhip pueden suponer hasta un 30% de aumento en costes innecesarios para una empresa (Metters 1997).

La investigación relacionada con el problema de la amplificación de las señales en los sistemas de producción y distribución data de principio del siglo XX (Holweg y Disney 2005). El estudio de este fenómeno ha atravesado diferentes fases, desde estudios empíricos y *ad hoc* sobre las causas del efecto bullwhip hasta el desarrollo de modelos matemáticos para entender las potenciales soluciones; durante cien años de historia de la Dirección de Operaciones, numerosos académicos y profesionales (Mitchell 1923, Forrester 1961, Towill 1982, Houlihan 1987, Sterman 1989, Burbidge 1991, Wikner *et al.* 1991, Chen *et al.* 2000, Dejonckheere *et al.* 2004, Warburton 2004) se han visto atraídos por el problema de la amplificación de la demanda: el “cubo de Rubik” de la cadena de suministro.

En la última década, las investigaciones en esta línea se han centrado fundamentalmente en el estudio de las técnicas de resolución del efecto bullwhip. Entre estas, cabe mencionar las reglas de reabastecimiento amortiguado mediante el ajuste de los controladores proporcionales y la adopción de prácticas de colaboración. Las reglas de reabastecimiento amortiguado se emplean para evitar el sobredimensionamiento de las órdenes de producción. El controlador proporcional de la regla de abastecimiento es la variable de decisión que permite ajustar el nivel de amortiguamiento de las órdenes. Esta variable actúa como un filtro sobre la demanda del mercado y permite limitar potenciales pedidos que superen el tamaño realmente solicitado por el cliente final. Las prácticas de colaboración consisten en el intercambio de información operacional entre los miembros de la cadena de suministro con la finalidad de tomar decisiones conjuntas que puedan conllevar un beneficio extendido para toda la red de producción-distribución.

Diferentes publicaciones ponen de manifiesto como la colaboración conlleva beneficios en lo que se refiere a la reducción del efecto bullwhip (Disney y Towill 2002,

Chatfield *et al.* 2004, Kim *et al.* 2006), la estabilización de los inventarios (Shang *et al.* 2004, Kelepouris *et al.* 2004, Byrne y Heavey 2006) y la mejora del servicio al cliente (Hosoda *et al.* 2008). Por su parte, la regla de abastecimiento amortiguado limita el efecto bullwhip y los costes de inventario (Warburton 2004, Boute *et al.* 2007, Jakšič y Rusjan 2008, Kim y Springer 2008, Wright y Yuan 2008), pero puede causar una disminución en el nivel de servicio al cliente (Dejonckheere *et al.* 2003, Disney *et al.* 2007).

Este trabajo presenta un estudio sobre la utilización conjunta de las prácticas de colaboración y de las reglas de reabastecimiento amortiguado. El objetivo es analizar el impacto de estas dos técnicas de reducción del efecto bullwhip sobre el rendimiento de una cadena de suministro, estudiando en cada caso el rendimiento operacional de la cadena y el nivel de servicio al cliente. Para ello se consideran tres posibles niveles de colaboración y tres niveles de amortiguamiento del pedido. Los niveles de colaboración se identifican con tres configuraciones de cadena de suministro: tradicional, EPOS y sincronizada, mientras que los diferentes niveles de amortiguamiento del pedido se consiguen utilizando tres valores del controlador proporcional. Se adopta un sistema de métricas para evaluar los beneficios internos de la cadena, medidos en términos de la estabilidad de la orden de pedido y de los inventarios, de la robustez del sistema y de los beneficios para el cliente (nivel de cumplimiento de la demanda del mercado).

El artículo está organizado como sigue: La Sección 2 resume conceptos sobre integración en las cadenas de suministro, la regla de pedido amortiguado y los modelos estudiados. La Sección 3 presenta los diferentes modelos de cadena de suministro considerados y las medidas de rendimiento adoptadas. El diseño del experimento y el análisis de los datos se presentan en la Sección 4. La Sección 5 recoge la discusión de resultados. Finalmente, la Sección 6 presenta algunas consideraciones sobre las implicaciones en la gestión.

2 CADENAS DE SUMINISTRO INTEGRADAS Y REGLAS DE PEDIDO AMORTIGUADO: MODELOS ESTUDIADOS

Numerosos autores han descrito y clasificado los enfoques al problema de la amplificación y de la inestabilidad de la cadena de suministro (Riddalls *et al.* 2000, Disney *et al.* 2004, Kleijnen y Smits 2003, Dejonckheere *et al.* 2004, Holweg y Disney 2005, Geary *et al.* 2006, Towill *et al.* 2007). En 1993 van Ackere *et al.* (1993) proporcionaron un marco útil para clasificar las medidas que se pueden utilizar en una cadena de suministro con el objeto de reducir o evitar el efecto bullwhip. En la realización de este trabajo se consideran dos formas diferentes de solucionar el efecto bullwhip: (1) rediseño del proceso físico (reducción de los plazos de entrega, eliminación de un nivel en la cadena); (2) rediseño del canal de información

(intercambio de los datos de venta en tiempo real, previsión de la demanda, políticas de reabastecimiento de los inventarios, informes de inventario) (Dejonckheere *et al.* 2004). Las prácticas de colaboración permiten rediseñar el canal de información. En la última década la investigación en esta dirección se ha enfocado a la evolución de aplicaciones tecnológicas y al estudio de los mecanismos de coordinación entre los integrantes de la cadena (Holweg *et al.* 2005). La esencia de las practicas de colaboración se basa en el intercambio de información operacional en la red de producción-distribución: intercambio de los datos de venta en tiempo real, previsión de la demanda, políticas de reabastecimiento de los inventarios e informes sobre inventarios. Gracias al intercambio de información, los miembros de la cadena pueden convertir decisiones sub-optimales en soluciones coordinadas.

En este artículo, los niveles de colaboración se representan mediante la consideración de tres arquetipos de cadena de suministro (Holweg *et al.* 2005): (1) *cadena tradicional*: cada integrante dispone de información local sobre los niveles de inventario, WIP (work in progress o inventario en proceso) y ventas; el minorista pronostica la demanda del mercado a partir del análisis de series temporales; los restantes miembros de la cadena se reabastecen considerando exclusivamente los pedidos procedentes de los niveles inferiores; (2) *cadena EPOS* (Exchange Point of Sales): todos los integrantes basan su política de reabastecimiento en los niveles locales de inventario y de trabajo en proceso, en los pedidos recibidos de los niveles inferiores y en la demanda del mercado; (3) *cadena sincronizada*: la política de reabastecimiento se desarrolla a partir de bases de datos que integran información en tiempo real acerca de los inventarios y el trabajo en proceso propios y de los miembros de nivel inferior, de los pedidos recibidos y de la demanda del mercado.

El pedido amortiguado¹ consiste en disminuir las cantidades pedidas en los diferentes niveles de la cadena en presencia de posibles distorsiones de la demanda del mercado. La disminución en la cantidad solicitada es función del valor del controlador proporcional: la variable de decisión que permite ajustar el nivel de amortiguamiento de las órdenes. En concreto, el controlador proporcional de una regla de pedido (S, R) amortigua la discrepancia entre los niveles real y deseado de inventario de productos finales y de trabajo en proceso. Esta variable de decisión ha recibido tradicionalmente diferentes nombres, tiempo de ajuste (Forrester 1961, Sterman 1989, Warburton 2004), fracción de la discrepancia del inventario y del WIP (John *et al.* 1994), tiempo de ajuste de los errores del WIP y del net stock (Dejonckheere *et al.* 2004), control proporcional

¹ La familia de reglas de pedido amortiguado más notorias pertenece al Inventory and Order Based Production Control System, conocido como IOBPCS (Coyle 1977), que consta de cinco componentes principales de control del sistema de producción e inventarios: un mecanismo de previsión de la demanda, un conjunto de parámetros y valores de tiempos, una retroalimentación de los niveles de inventario, una retroalimentación de los niveles de trabajo en proceso y un conjunto de niveles deseados de trabajo en proceso e inventario (Lalwani *et al.* 2006). Una configuración particular de APIOBPCS es la de Deziel y Eilon (1967). Esta regla se refiere al caso en el cual el controlador proporcional es igual para las dos discrepancias de la regla de pedido (inventario y WIP). Se ha demostrado en la literatura que un ajuste apropiado de este parámetro puede traducirse en una reducción del efecto bullwhip (Disney y Towill 2003).

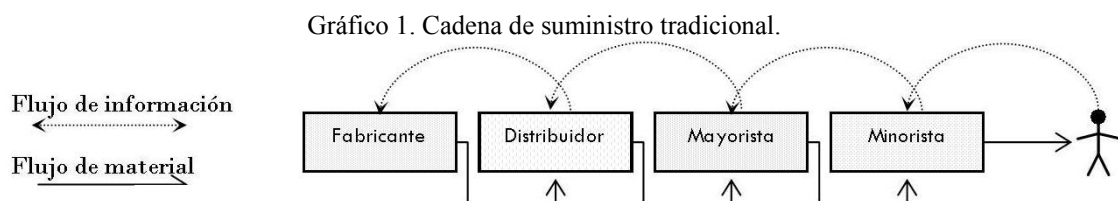
del inventario (Disney y Grubbström 2004), fracción del déficit del inventario (Boute *et al.* 2007), parámetro de ajuste (Jakšič y Rusjan, 2008). Varios investigadores (Disney *et al.* 2004, Bayraktar *et al.* 2008, Boute *et al.* 2007, Chen y Disney 2007) han demostrado que un incremento del valor del controlador proporcional puede mejorar la estabilidad de los pedidos y de los inventarios. En el caso de ‘demand signal processing’, primera causa del efecto bullwhip reseñada por Lee *et al.* (1997a), el ajuste de la regla de pedido (y en particular del controlador proporcional) se utiliza como uno de los métodos clave para la reducción del efecto bullwhip.

3 MODELOS DE CADENA DE SUMINISTRO Y MEDIDAS DE RENDIMIENTO

En los tres casos estudiados se han considerado cadenas de suministro formadas por cuatro eslabones: fabricante, distribuidor, mayorista y minorista. Para explicar el funcionamiento de la cadena se efectúa una distinción entre flujo de materiales y flujo de información.

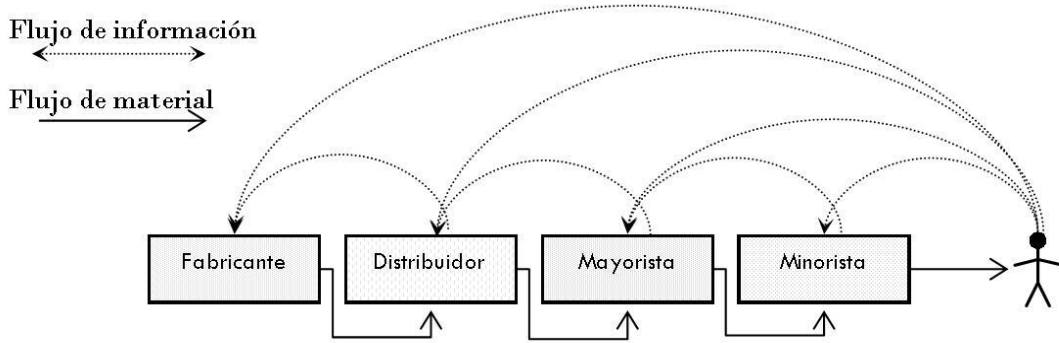
Por flujo de materiales se entiende el conjunto de unidades enviadas por un miembro a su cliente directo (ejemplo: distribuidor-mayorista). Por flujo de información se entiende el conjunto de datos intercambiados entre los miembros. Las tres cadenas estudiadas difieren en cuanto al modelo seguido en el flujo de información y en la regla utilizada para generar los pedidos.

La configuración tradicional es una cadena descentralizada donde cada miembro toma las decisiones independientemente de las de los otros miembros. Cada miembro toma sus decisiones en función de los pedidos que recibe de su cliente directo. Por ejemplo, el mayorista ordenará una cantidad de producto en función del pedido del minorista (Gráfico 1).



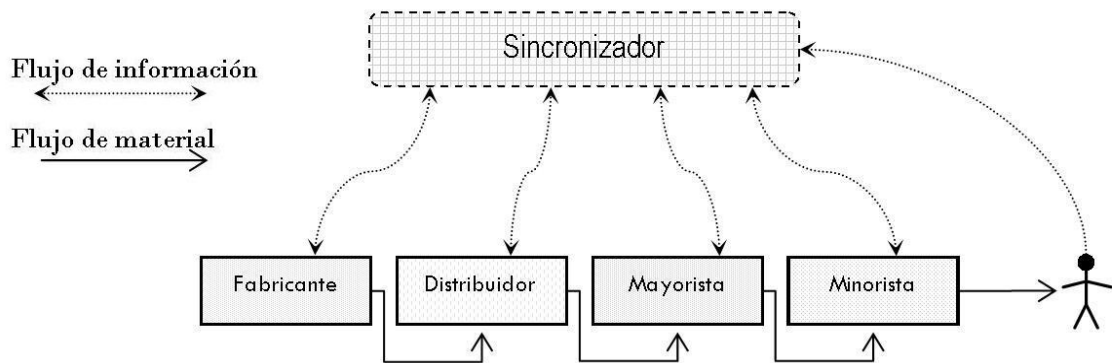
En la cadena EPOS los miembros siguen ordenando pedidos de forma independiente. Pero en esta situación, a diferencia de la cadena tradicional, todos los miembros conocen en tiempo real la demanda de mercado y la utilizan para generar una previsión de la demanda futura (Gráfico 2).

Gráfico 2. Cadena de suministro EPOS.



La cadena sincronizada es un ejemplo de cadena centralizada, en cuanto que todos los miembros efectúan órdenes de modo coordinado. Un miembro genérico de la cadena recibe datos en tiempo real sobre los niveles de inventario y los niveles de WIP y de variables del sistema de producción como el tiempo de cobertura del inventario y el tiempo de producción y suministro de todos los miembros “agua abajo” (Gráfico 3).

Gráfico 3. Cadena de suministro sincronizada.



En la Tabla 1 se detallan los tipos de datos compartidos en las tres configuraciones.

Tabla 1. Informaciones compartidas por los miembros en las tres cadenas de suministro.

	Tradicional	EPOS	Sincronizada
<i>Información</i>	- Orden del miembro subsiguiente P_{i+1}	- Orden del miembro subsiguiente P_{i+1} - Demanda del mercado d	- Orden del miembro subsiguiente P_{i+1} - Demanda del mercado d - Tiempos de cobertura del inventario de todos los miembros subsiguientes $Z_{i+1}; Z_{i+2} \dots Z_K$ - Tiempos de producción-suministro de todos los miembros subsiguientes $L_{i+1}; L_{i+2} \dots L_K$ - Niveles de Inventario de todos los miembros subsiguientes $I_{i+1}, I_{i+2}; I_K$ - Niveles de Inventario en proceso de todos los miembros subsiguientes $W_{i+1}, W_{i+2} \dots W_K$

En este trabajo se ha considerado que todas las cadenas, tradicional, EPOS y sincronizada, siguen una regla de abastecimiento (S, R) amortiguada. La regla básicamente está compuesta por tres términos:

1. *Previsión de la demanda.*
2. *Discrepancia entre el nivel deseado y nivel real del WIP.*
3. *Discrepancia entre el nivel deseado y nivel real del inventario de productos terminados.*

En la cadena tradicional, cada miembro calcula la previsión de la demanda en función de las órdenes de su cliente directo y de los niveles deseados de inventario en proceso y de productos terminados sin considerar la situación de los otros miembros de la cadena.

En la cadena EPOS, cada miembro calcula la previsión de la demanda en función de la demanda real de mercado. Como en la cadena tradicional, los niveles deseados de inventario en proceso y de productos terminados se establecen sin considerar la situación de los otros miembros de la cadena.

En la cadena sincronizada, cada miembro calcula la previsión de la demanda en función de la demanda real de mercado y los niveles deseados de inventario en proceso y de productos terminados considerando la situación en tiempo real de los otros miembros de la cadena.

En este trabajo, las tres cadenas de suministro se modelan con el enfoque de tiempo continuo. El flujo de materiales y el flujo de información entre los miembros de las tres cadenas se reproducen con un sistema de ecuaciones diferenciales. El formalismo matemático de los modelos de cadena de suministro y la nomenclatura de las variables se encuentran en el Apéndice. Para detalles sobre la regla de pedido amortiguada, se sugiere la lectura de Campuzano Bolarín *et al.* (2008) y Cannella *et al.* (2008).

Las medidas utilizadas para evaluar los resultados de la simulación se muestran en la Tabla 2 y se comentan brevemente a continuación. El subíndice i se refiere al miembro genérico de la cadena, el subíndice K al cliente final ($i=1,\dots,K$).

Tabla 2. Medidas de rendimiento.

Bullwhip (Chen <i>et al.</i> 2000)	$Bullwhip = \frac{\sigma_p^2 / \mu_p}{\sigma_d^2 / \mu_d}$	σ_d^2 varianza de la demanda del mercado σ_p^2 varianza de los pedidos σ_i^2 varianza del inventario
Inestabilidad del Inventario (Disney y Towill 2003)	$InestInv = \frac{\sigma_i^2 / \mu_i}{\sigma_d^2 / \mu_d}$	μ_p valor promedio de los pedidos μ_d valor promedio de la demanda del mercado μ_i valor promedio del inventario
Inventario Promedio	$IP = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T I_i(t)$	$I(t)$ nivel del inventario T horizonte temporal
Inventario Promedio Sistémico	$IPS = \sum_{i=0}^K IP_i$	
Fill Rate (Zipkin 2000)	$FR(t) = \frac{E_k(t)}{d(t)}$	$E_k(t)$ unidades entregadas al cliente final $d(t)$ demanda del mercado
Fill Rate Promedio	$FRP = \frac{1}{\Gamma} \sum_{t=\tilde{\tau}'}^{\tilde{\tau}''} FR(t)$ $\Gamma = \max(\tilde{\tau}'' - \tilde{\tau}') = \tilde{\tau}'' - \tilde{\tau}'$	Γ intervalo de tiempo limitado τ' tiempo de inicio de stock-out (FR<1) en el experimento genérico τ'' tiempo de fin de stock-out en el experimento genérico $\tilde{\tau}'$ tiempo de inicio de stock-out en el caso más largo $\tilde{\tau}''$ tiempo de fin de stock-out en el caso más largo
Cero-Órdenes	$CO = \sum_{t=0}^T x_i(t);$ $x_i(t) = \begin{cases} 1 & E_i(t) = 0 \\ 0 & E_i(t) \neq 0 \end{cases}$	$E_i(t)$ unidades entregadas
Cero-Órdenes Sistémico	$COS = \sum_{i=1}^K CO_i$	

Bullwhip

La medida fue propuesta por Chen *et al.* (2000) y es hasta el momento la más conocida y utilizada para el cálculo del efecto bullwhip. La medida, obtenida como la ratio de la

varianza de los pedidos y la varianza de la demanda del mercado (ambos divididos por su valor promedio), cuantifica la inestabilidad de las órdenes en la red de distribución.

Inestabilidad del Inventario

La medida fue propuesta por Disney y Towill (2003) y se obtiene como la ratio de la varianza de los niveles de inventario y la varianza de la demanda del mercado (ambos divididos por su valor promedio). Cuando la varianza del inventario crece, aumentan los costes de almacenamiento y de backlog² (Disney y Lambrecht 2008).

Inventario Promedio

La medida se calcula como el promedio de los valores de inventario de los miembros de la cadena en el intervalo de tiempo T . Esta medida se usa en el análisis de los sistemas de producción-distribución para proporcionar una información sucinta sobre la inversión de capital en inventario. Como ejemplo, se puede consultar el cálculo de costes de almacenamiento modelados como una función linealmente dependiente de los niveles de inventario en Cachon y Fisher (2000), Disney y Grubbström (2004), Shang *et al.* (2004), Chen y Disney (2007), Reichhart *et al.* (2008) y Wright y Yuan (2008).

Fill Rate

El Fill Rate representa el nivel de servicio al consumidor (Zipkin 2000), calculado como el nivel de cumplimiento de la demanda del mercado. La medida se evalúa cada Δt y la serie temporal reproduce la historia de la eficacia del sistema de entrega. El Fill Rate informa sobre las consecuencias negativas de la distorsión de la demanda y contribuye a estimar la efectividad de la técnica adoptada para la solución del bullwhip.

Fill Rate Promedio

El Fill Rate promedio es el valor medio de un subconjunto de valores de Fill Rate calculados en un intervalo de tiempo limitado $\Gamma \subseteq T$. El intervalo Γ se selecciona considerando entre todas las simulaciones numéricas Ω , el intervalo de tiempo más largo con valores de Fill Rate menores que 1 (Cannella y Ciancimino 2008, Cannella y Ciancimino *in press*). Este procedimiento se adopta para analizar la red de producción-distribución solamente durante el stock-out y para comparar la magnitud del backlog entre las diferentes estructuras de cadena de suministro con distintos parámetros. La adopción de un intervalo de tiempo limitado para computar el nivel de servicio es un supuesto ampliamente utilizado para estimar el coste de stock-out (Hax y Candea 1984). Se puede asumir un coste proporcional al número de unidades no entregadas en el periodo de stock-out y a la duración del stock-out (Holt *et al.* 1960).

Cero-Órdenes

Para una regla de abastecimiento de tipo (S, R), el fenómeno de Cero-Órdenes se define como aquella situación en que, para un periodo de revisión, un miembro de la cadena no

² El backlog representa el trabajo atrasado, es decir, las unidades pendientes de entrega.

efectúa ninguna orden. En un determinado horizonte temporal, si la demanda es una señal estacionaria y positiva y los parámetros de la regla de abastecimiento permanecen inalterados, la aparición del fenómeno de Cero-Órdenes puede ser indicativo de un excesivo dimensionamiento de los pedidos previos.

La medida Cero-Órdenes se calcula como la suma de las ocurrencias del fenómeno de Cero-Órdenes en un intervalo dado de observación (Cannella y Ciancimino 2008, Ciancimino y Cannella 2009). La métrica se utiliza para evaluar las características de reactividad y escalabilidad de las operaciones.

El Cero-Órdenes no se puede considerar una medida de rendimiento exhaustiva y se debe utilizar conjuntamente con una medida de nivel de servicio al consumidor: aparentemente un valor de Cero-Órdenes nulo o bajo podría indicar operaciones y tamaño de lotes óptimos; sin embargo, esto se puede afirmar solamente si el sistema asegura simultáneamente un alto nivel de servicio al cliente. Por el contrario, un bajo nivel de servicio al consumidor asociado a un valor de Cero-Órdenes nulo o bajo refleja poca capacidad de reacción del sistema.

4 DISEÑO DEL EXPERIMENTO Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

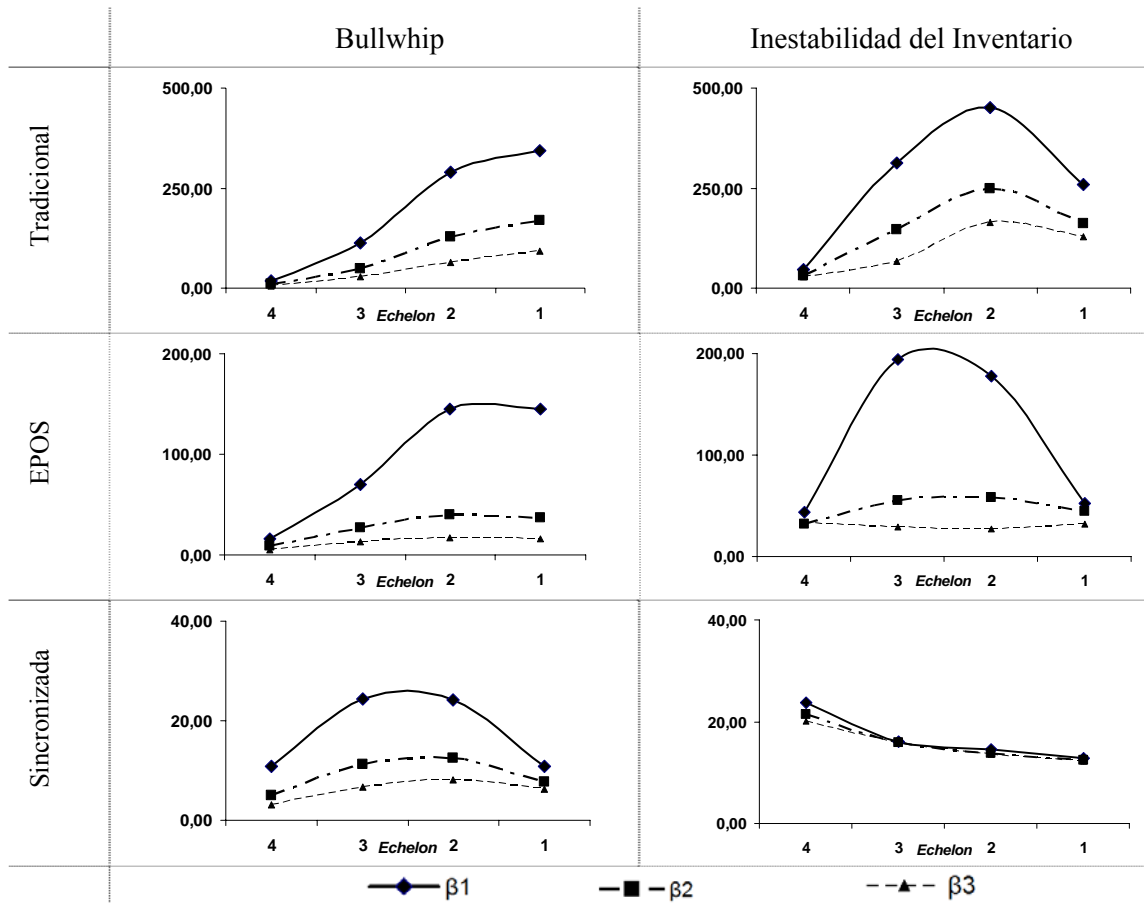
Para alcanzar el objetivo de este trabajo, se han estudiado tres valores del controlador proporcional de la regla de pedido amortiguado (S, R) para tres niveles de colaboración, identificados con las distintas configuraciones de la cadena de suministro: tradicional, EPOS y sincronizada.

Para cada configuración, se exploran tres valores del controlador proporcional β de la regla de pedido (S, R), ($\beta_1=1/2$, $\beta_2=1/3$, $\beta_3=1/4$). Los valores experimentados se basan en los diseños de John *et al.* (1994) y Disney y Towill (2006).

Los valores de Bullwhip e Inestabilidad del Inventario se representan en el Gráfico 4. Los gráficos se han obtenido representando el valor de las dos medidas, Bullwhip e Inestabilidad del Inventario, en un diagrama cartesiano, utilizando la posición en la cadena del miembro genérico i como variable independiente. Se observa que en la cadena tradicional el efecto bullwhip se amplifica respecto al obtenido en la cadena EPOS. En cambio, en la cadena sincronizada, el efecto se puede considerar eliminado. Se aprecia la misma tendencia para la medida Inestabilidad del Inventario. Analizando los resultados para distintos valores del controlador proporcional, se observa que en la cadena tradicional el fabricante muestra un valor de Bullwhip de 345 para $\beta_1=1/2$, reduciéndose a 92 si $\beta_3=1/4$. En cambio, en la sincronizada, se pasa a 11 para $\beta_1=1/2$ y a 6 por $\beta_3=1/4$. Estos resultados resumen (1) que la colaboración impacta de forma masiva sobre el rendimiento de la cadena en términos de reducción de efecto bullwhip, (2) que en la cadena tradicional el uso del controlador proporcional reduce

notablemente la entidad del fenómeno, (3) que en las cadenas que utilizan practicas de colaboración el uso del controlador proporcional tiene un impacto relativamente bajo.

Gráfico 4. Bullwhip e Inestabilidad del Inventario.



En la Tabla 3 se encuentran los valores de Inventario Promedio y Cero-Órdenes. Los valores de estas dos medidas reflejan las consideraciones sobre Bullwhip e Inestabilidad del Inventario. La colaboración puede reducir los costes de almacenamiento y estabilizar los planos de producción. Por ejemplo, se observa cómo la métrica Cero-Órdenes alcanza los valores de óptimo teórico (cero) exclusivamente en la cadena sincronizada.

Tabla 3. Inventario Promedio y Cero-Órdenes.

		INVENTARIO PROMEDIO				CERO-ÓRDENES			
		<i>i</i> =4	<i>i</i> =3	<i>i</i> =2	<i>i</i> =1	<i>i</i> =4	<i>i</i> =3	<i>i</i> =2	<i>i</i> =1
<i>Tradicional</i>	β_1	21	65	165	129	6	25	35	33
	β_2	19	32	68	77	3	14	27	30
	β_3	18	23	39	48	0	9	17	21
<i>EPOS</i>	β_1	21	41	59	41	6	18	28	29
	β_2	19	22	23	22	1	9	12	12
	β_3	18	18	18	17	0	2	4	5
<i>Sincronizada</i>	β_1	20	19	18	18	2	6	0	0
	β_2	19	19	18	17	0	0	0	0
	β_3	18	18	18	17	0	0	0	0

Los valores de Fill Rate Promedio que estiman el nivel de servicio al cliente se presentan en la Tabla 4. La cadena sincronizada muestra un nivel promedio de cumplimiento de la demanda más elevado que la tradicional y la EPOS. Además, se muestra cómo la variación del valor del controlador proporcional impacta en mayor medida en el Fill Rate de la cadena tradicional (0.825 para $\beta_1=1/2$, 0.775 para $\beta_3=1/4$) que en la EPOS (0.842 para $\beta_1=1/2$, 0.809 para $\beta_3=1/4$) y en la sincronizada (0.886 para $\beta_1=1/2$, 0.869 para $\beta_3=1/4$).

Tabla 4. Fill Rate Promedio.

	β_1	β_2	β_3
<i>Tradicional</i>	0.825	0.797	0.775
<i>EPOS</i>	0.842	0.836	0.809
<i>Sincronizada</i>	0.886	0.877	0.869

5 DISCUSIÓN

Los resultados se analizan para las tres diferentes configuraciones de cadenas de suministros.

5.1 Cadena tradicional

En general, los resultados indican que en la cadena tradicional el ajuste del controlador proporcional puede impactar ampliamente sobre el rendimiento de la cadena.

Cuando se amortigua más la orden, todas las métricas internas de proceso (Gráfico 4, Tabla 3) muestran una mejora respecto a las demás simulaciones. Se puede apreciar que las variaciones del controlador proporcional impactan fuertemente en dirección “aguas arriba” de la cadena. Por otro lado, la métrica de servicio al cliente muestra un significativo decremento (Tabla 4).

Como conclusión se puede afirmar que:

- Al crecer de amortiguamiento, el rendimiento de estabilidad interna de la cadena tiende a aumentar y el rendimiento de servicio al cliente a disminuir.
- La variación de los parámetros de amortiguamiento impacta fuertemente sobre el rendimiento de las cadenas con un nivel de integración muy bajo. El ajuste del controlador proporcional es crucial para las cadenas tradicionales y en particular en los niveles más altos de la cadena (fabricante).
- Como demuestran Dejonckheere *et al.* (2004), el abastecimiento amortiguado es un mero sedante del efecto bullwhip: en caso de que no se intercambie la información entre los miembros de la cadena, esta solución limita la propagación de la falsa demanda y puede perder sus propiedades de reducción del bullwhip en los niveles más altos. Además puede degenerar en una pérdida de servicio al cliente. No obstante, cuando la cadena de suministro no cuenta con un sistema

de colaboración, el abastecimiento amortiguado es una de las técnicas más efectivas contra el efecto bullwhip.

- Se reconfirma un paradigma de la Dirección de Operaciones (Disney *et al.* 2004): la cadena tradicional está fuertemente predispuesta al efecto bullwhip.

5.2 Cadena EPOS

En la cadena EPOS, las métricas internas muestran una mejora del rendimiento cuando se amortigua más la orden (Gráfico 4, Tabla 3), así como en la cadena tradicional. En cambio, el Fill Rate muestra una disminución del rendimiento al aumentar el nivel del controlador proporcional (Tabla 4). Sin embargo, la cadena EPOS muestra en general una mejora respecto al modelo tradicional.

En consecuencia, se puede decir que:

- La variación de los parámetros de amortiguamiento sigue impactando sobre el rendimiento de la cadena pero con una magnitud inferior respecto al modelo tradicional.
- En general el sistema de colaboración basado en el intercambio de información de la demanda del mercado permite una mejora considerable en el rendimiento de la cadena.

5.3 Cadena Sincronizada

Los resultados indican que la variación del controlador proporcional impacta en modo poco significativo en el rendimiento de la cadena sincronizada.

En esta última configuración de cadena de suministro las métricas internas (Gráfico 4, Tabla 3) y la métrica de servicio al cliente (Tabla 4) muestran una mejora considerable respecto a los dos modelos analizados previamente. Además se nota que la variación de los parámetros del controlador proporcional impacta en modo muy limitado en el rendimiento: la cadena sincronizada resume todos los beneficios de la colaboración en términos de rendimiento del negocio y robustez del sistema.

En consecuencia, se puede decir que:

- La cadena sincronizada es el método más efectivo para eliminar el efecto bullwhip, permitiendo alcanzar una estabilidad de los inventarios y simultáneamente altos niveles de servicio al cliente, a pesar de la variación de los valores del controlador proporcional.
- Compartir información sobre la demanda del mercado, los niveles de inventario y los productos en tránsito a lo largo de la cadena tiene un peso considerablemente mayor que el ajuste de la regla de pedido.

6 CONCLUSIONES

En una cadena de suministro pueden surgir ineficiencias en la gestión derivadas del comportamiento de los agentes participantes en la cadena. El fenómeno bullwhip se refiere a la transformación sufrida por la demanda del mercado a medida que se transmite desde los agentes más cercanos al cliente final hacia los más alejados de la cadena de suministros. Las decisiones, basadas en la información recibida, no se corresponden con la realidad del mercado y las ineficiencias resultantes van en aumento.

El objetivo del presente artículo ha sido estudiar el impacto de dos técnicas de resolución del efecto bullwhip: el ajuste del controlador proporcional de la regla de pedido amortiguado (S, R) y la adopción de prácticas de colaboración.

Los niveles de colaboración se representan mediante la consideración de los tres tipos e cadenas de suministro propuestas por Holweg *et al.* (2005): tradicional, EPOS y sincronizada. Sobre estos arquetipos se han considerado distintos valores del controlador proporcional, basados en los diseños de John *et al.* (1994) y Disney y Towill (2006).

Se ha adoptado un sistema extendido de métricas para evaluar los beneficios internos de la cadena, medidos en términos de estabilidad de la orden de pedido, estabilidad de los inventarios, robustez del sistema y beneficios para el cliente (cumplimiento de la demanda del mercado).

El resultado, en general, muestra que el beneficio del sistema de colaboración sobresale respecto al obtenido como consecuencia del ajuste del controlador proporcional. Estos resultados concuerdan con las experiencias de casos industriales en los que se ha solucionado el efecto bullwhip. Barilla (Hammond 1994), Procter y Gamble, HP y Bristol-Myers (Lee *et al.* 1997b), Campbell (Cachon y Fisher 1997) son claros ejemplos de ello. En estos casos, la colaboración se ha mostrado como una herramienta eficaz para eliminar los costes innecesarios debidos a la amplificación de la demanda. La sintonización del controlador proporcional de la regla de pedido ofrece un buen compromiso entre costes de backlog y costes de almacenamiento, como puso de manifiesto Disney (2007) en la cadena de suministro de Tesco.

Sin embargo, la adopción de prácticas de colaboración es una decisión estratégica empresarial que conlleva mayores riesgos que la decisión táctica del ajuste de la regla de pedido.

Así, el ajuste del controlador proporcional se puede considerar como el proceso mediante el cual la gerencia se asegura que los recursos están siendo usados eficaz y efectivamente para alcanzar los objetivos de la organización en el medio plazo, mientras que la adopción de un sistema de colaboración forma parte del proceso de toma de decisiones acerca de los objetivos de la organización y de su continua revisión. Para las

empresas, ejecutar un sistema de colaboración significa adoptar un sistema de información empresarial extendido. Esta solución, por su naturaleza, impone su propia lógica a la estrategia de la organización y a la cultura global de la empresa. Además, conlleva grandes inversiones. Por otra parte, la decisión acerca de la sintonización del controlador proporcional influye sobre un área más específica del negocio.

Esta reflexión empuja a la necesidad de un análisis *trade-off*. El controlador proporcional debería ajustarse mediante la búsqueda de un mínimo local entre los costes operacionales y los costes ocasionados por un bajo nivel de servicio al cliente final. Por supuesto, un análisis de este tipo está fuertemente relacionado con el contexto operacional de la empresa. La adopción de un sistema de colaboración, que tiene un impacto muy elevado en términos de rendimiento, conlleva también riesgos debidos a un potencial fracaso (Davenport 1998). Por lo tanto, es necesario realizar un análisis profundo de costes y beneficios, apoyado en marcos robustos y referenciados que puedan mostrar los beneficios concretos en el contexto estratégico, táctico y operacional de las empresas o de la red de empresas involucradas (Shang y Seddon 2002).

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al co-editor Eugenio M. Fedriani Martel y a los dos revisores anónimos que, con sus comentarios, han contribuido a mejorar el artículo.

Elena Ciancimino y Salvatore Cannella quieren también agradecer al Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas de la Universidad de Sevilla. Igualmente desean dedicar el presente artículo a sus padres: Maria, Rosaria, Lorenzo y Mariano. La investigación ha sido realizada gracias al programa de becas doctorales del Ministerio Italiano de la Universidad e Investigación (MIUR).

APÉNDICE

Tabla 5. Nomenclatura.

W_i	<i>Work in progress</i>	WvD_i	<i>Work in progress virtual deseado</i>
I_i	<i>Inventario de productos terminados</i>	IvD_i	<i>Inventario virtual deseado</i>
E_i	<i>Unidades entregadas</i>	d	<i>Demanda del mercado</i>
B_i	<i>Unidades pendientes de entrega (backlog)</i>	α	<i>Peso de la formula de previsión de la demanda</i>
P_i	<i>Pedidos</i>	\hat{d}	<i>Pronóstico de la demanda de mercado</i>
ID_i	<i>Inventario deseado</i>	L	<i>Tiempo de producción- suministro</i>
WD_i	<i>Work in progress deseado</i>	z	<i>Tiempo de cobertura del inventario</i>
Iv_i	<i>Inventario virtual</i>	β	<i>Factor de amortiguamiento (controlador proporcional)</i>
Wv_i	<i>Work in progress virtual</i>	i	<i>Miembro genérico de la cadena ($i=1, \dots, K$)</i>

Las cadenas de suministro se modelan mediante un clásico método cuantitativo aplicado a la Economía: las ecuaciones diferenciales. Empleado por primera vez por Herbert

Simon (1952), su genial aplicación de la Teoría de Control Lineal determinista al control de la producción contribuyó a la obtención del Nobel de Economía en 1978. Para una mayor comprensión de la modelización de un sistema de producción mediante la metodología adoptada se sugiere al lector la revisión de un texto sobre el control del inventario (Hax y Candea 1984, Zipkin 2000, de Kok y Graves 2003).

Las ecuaciones 1 y 2 representan las variables de estado del modelo. El inventario en proceso WIP e Inventario describen el flujo físico de piezas en dirección “aguas arriba”. En cada escalón, los elementos enviados por el proveedor se convierten en WIP.

$$W_i(t) = W_i(t-1) + E_{i-1}(t) - E_{i-1}(t-L) \quad (1)$$

$$I_i(t) = I_i(t-1) + E_{i-1}(t-L) - E_i(t) \quad (2)$$

Las unidades pendientes de entrega, backlog o trabajo atrasado (ecuación 3) son representativas del nivel de servicio de cada integrante. En cada nivel, el backlog desaparecerá cuando el inventario esté disponible.

$$B_i(t) = B_i(t-1) + P_{i+1}(t) - E_i(t) \quad (3)$$

La ecuación 4 expresa la dinámica de las órdenes satisfechas.

$$E_i(t) = \min\{P_{i+1}(t) + B_i(t-1); I_i(t-1) + E_i(t-L)\} \quad (4)$$

La ecuación 5 corresponde un modelo de ajuste exponencial simple para la previsión de la demanda (Makridakis *et al.*, 1978).

$$\hat{d}_i(t) = \alpha P_{i+1}(t-1) + (1-\alpha)\hat{d}_i(t-1) \quad (5)$$

$$P_{K+1}(t) = d_{market}(t) \quad (6)$$

La regla de abastecimiento del modelo de cadena de suministro tradicional se expresa mediante la ecuación 7.

$$P_i(t) = \hat{d}_i(t) + \beta(WD_i(t) - W_i(t) + ID_i(t) - I_i(t)) \quad (7)$$

La ecuación 8 modela la condición de no negatividad de la cantidad pedida.

$$P_i(t) \geq 0 \quad (8)$$

La regla de abastecimiento del modelo de cadena de suministro EPOS se expresa a partir de la ecuación 9, que incluye la previsión de la demanda de mercado.

$$P_i(t) = \hat{d}_K(t) + \beta(WD_i(t) - W_i(t) + ID_i(t) - I_i(t)) \quad (9)$$

La ecuación 10 expresa la regla de abastecimiento del modelo de cadena de suministro sincronizada.

$$P_i(t) = \hat{d}_K(t) + \beta(WvD_i(t) - Wv_i(t) + IvD_i(t) - Iv_i(t)) . \quad (10)$$

El WIP deseado (ecuación 11) se calcula en base a la previsión de la demanda y el tiempo de producción-distribución.

$$WD_i(t) = L\hat{d}_i(t) . \quad (11)$$

El Inventario deseado (ecuación 12) se actualiza en cada periodo en función del tiempo de cobertura del inventario y del valor obtenido a partir de la previsión de la demanda.

$$ID_i(t) = z\hat{d}_i(t) . \quad (12)$$

La variable WIP virtual (ec. 13) se obtiene como la suma del WIP local más los valores de WIP de los niveles sucesivos. Análogamente el Inventario virtual (ecuación 14) se obtiene como la suma del Inventario local más los valores de Inventario de los niveles sucesivos.

$$Wv_i(t) = \sum_{j=i}^K W_j(t) . \quad (13)$$

$$Iv_i(t) = \sum_{j=i}^K I_j(t) . \quad (14)$$

El WIP virtual deseado (ecuación 15) depende de la previsión de la demanda de mercado y de la suma de los tiempos de cobertura del inventario local y de los integrantes sucesivos.

$$WvD_i(t) = \hat{d}_K(t) \sum_{j=i}^K L_j . \quad (15)$$

El Inventario virtual deseado (ecuación 16) depende de la previsión de la demanda de mercado y de la suma de los tiempos de producción-distribución local y de los integrantes sucesivos.

$$IvD_i(t) = \hat{d}_K(t) \sum_{j=i}^K z_j . \quad (16)$$

Los valores iniciales del experimento son los siguientes:

- Controlador proporcional: $[\beta_1=1/2, \beta_2=1/3, \beta_3=1/4]$.
- El vector de las variables de estado en el instante $t=0$, $[W_i(0), I_i(0), B_i(0)]$, asume los valores del conjunto de Sterman (1989) así como la demanda del mercado $d(t) = \{4 \text{ si } t < 5, 8 \text{ en otro caso}\}$.
- La simulación se ejecuta en un intervalo de 52 unidades temporales.
- Se adopta como método numérico el mono-step de Euler-Cauchy, con incremento constante igual a $\Delta t = 0.25$.

- El número de escalones de las cadenas de suministro es $K=4$.
- En el escalón 1 el tiempo de producción-suministro se asume nulo.

El factor de alisamiento α de la formula de previsión de la demanda asume el valor comprobado por Syntetos y Boylan (2001); para el tiempo de producción-suministro L y el tiempo de cobertura del inventario z se utilizan los valores de Sterman (1989).

REFERENCIAS

- Bayraktar, E., Lenny Koh, S.C., Gunasekaran, A., Sari, K., Tatoglu, E.: The role of forecasting on bullwhip effect for E-SCM applications. *International Journal of Production Economics* 113, pp. 193–204 (2008).
- Boute, R.N., Disney, S.M., Lambrecht, M.R., Van Houdt, B.: An integrated production and inventory model to dampen upstream demand variability in the supply chain. *European Journal of Operational Research* 178, pp. 121–142 (2007).
- Burbidge, J.L.: Period batch control (PBC) with GT – the way forward from MRP. In *BPICS Annual Conference*. Birmingham (1991).
- Byrne, P.J., Heavey, C.: The impact of information sharing and forecasting in capacitated industrial supply chains: A case study. *International Journal of Production Economics* 103, pp. 420–437 (2006).
- Cachon, G., Fisher, M.: Campbell Soup’s continuous replenishment program: Evaluation and enhanced inventory decision rules. *Productions and Operations Management* 6, pp. 266–276 (1997).
- Cachon, G., Fisher, M.: Supply chain inventory management and the value of shared information. *Management Science* 46, pp. 1032–1048 (2000).
- Campuzano Bolarín, F., Lario Esteban, F.C., Ros McDonnell, L.: Consecuencias del efecto Bullwhip según distintas estrategias de gestión de la cadena de suministro: Modelado y simulación. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* 5, pp. 49–66 (2008).
- Cannella, S., Ciancimino, E., Márquez, A.C.: Capacity constrained supply chains: A simulation study. *International Journal of Simulation and Process Modelling* 4, pp. 139–147 (2008).
- Cannella, S., and Ciancimino, E.: The APIOBPCS Deziel and Eilon parameter configuration in supply chain under progressive information sharing strategies. In *Proceedings Winter Simulation Conference*, art. no. 4736385, pp. 2682–2690 (2008).
- Cannella, S., Ciancimino, E. On the bullwhip avoidance phase: supply chain collaboration and order smoothing. *International Journal of Production Research* (*in press*).
- Chatfield, D.C., Kim, J.G., Harrison, T.P., Hayya, J.C.: The bullwhip effect-Impact of stochastic lead time, information quality, and information sharing: a simulation study. *Production and Operations Management* 13, pp. 340–353 (2004).

- Chen, Y.F., Disney, S.M.: The myopic order-up-to policy with a proportional feedback controller. *International Journal of Production Research* 45, pp. 4351–368 (2007).
- Chen, F., Drezner, Z., Ryan, J.K., Simchi-Levi, D.: Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: the impact of forecasting, lead-times and information. *Management Science* 46, pp. 436–43 (2000).
- Ciancimino, E., Cannella, S.: Modelling the bullwhip effect dampening practices in a limited capacity production network. *Lecture Notes in Business Information Processing* 20, pp. 475–486 (2009).
- Coyle, R.G.: *Management System Dynamics*. John Wiley & Sons, New York (1977).
- Davenport, T.H., 1998. Putting the enterprise into the enterprise system. *Harvard Business Review*, 76 (4), pp. 121–131.
- de Kok, A.G., Graves, S.C.: *Handbooks in OR & MS*, vol.11. Elsevier, Amsterdam (2003).
- Dejonckheere, J., Disney, S.M., Lambrecht, M.R., Towill, D.R.: Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach. *European Journal of Operational Research* 147, pp. 567–590 (2003).
- Dejonckheere, J., Disney, S.M., Lambrecht, M.R., Towill, D.R.: The impact of information enrichment on the bullwhip effect in supply chains: a control engineering perspective. *European Journal of Operational Research* 153, pp. 727–750 (2004).
- Deziel, D.P., Eilon, S.: A linear production-inventory control rule. *The Production Engineer* 43, pp. 93–104 (1967).
- Disney, S.M., Towill, D.R.: A discrete transfer function model to determine the dynamic stability of a vendor managed inventory supply chain. *International Journal of Production Research* 40, pp. 179–204 (2002).
- Disney, S.M., Towill, D.R.: On the bullwhip and inventory variance produced by an ordering policy. *Omega, the International Journal of Management Science* 31, pp. 157–167 (2003).
- Disney, S.M., Grubbström, R.W.: Economic consequences of a production and inventory control policy. *International Journal of Production Research* 42, pp. 3419–3431 (2004).
- Disney, S.M., Naim, M.M., Potter, A.T.: Assessing the impact of e-business on supply chain dynamics. *The International Journal of Production Economics* 89, pp. 109–118 (2004).
- Disney, S.M., Towill, D.R.: A methodology for benchmarking replenishment-induced bullwhip. *Supply Chain Management: an International Journal* 11, pp. 160–168 (2006).
- Disney, S.M.: *The Dynamics of Material Flows in Supply Chains*. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1013326> (September 10, 2007).
- Disney, S.M., Farasyn, I., Lambrecht, M.R., Towill, D.R., van de Velde, W.: Controlling bullwhip and inventory variability with the golden smoothing rule. *European Journal of Industrial Engineering* 1, pp. 241–265 (2007).
- Disney, S.M., Lambrecht, M.R.: On Replenishment Rules, Forecasting, and the Bullwhip Effect in Supply Chains. *Foundations and Trends in Technology, Information and Operations Management* 2, pp. 1–80 (2008).

- Forrester, J.: *Industrial Dynamics*. MIT Press, Cambridge, MA (1961).
- Geary, S., Disney, S.M., Towill, D.R.: On bullwhip in supply chains - historical review, present practice and expected future impact, *International Journal of Production Economics* 101, pp. 2–18 (2006).
- Hammond, J.H.: *Barilla SpA (A)*. Harvard Business School Case 694-046 (1994).
- Hax, A.C., Candea, D.: *Production and Inventory Management*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall (1984).
- Holt, C.C., Modigliani, F., Muth, J.F., Simon, H.A.: *Planning Production, Inventories and Work Force*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall (1960).
- Holweg, M., Disney, S.M.: The Evolving Frontiers of the Bullwhip Problem. In *Euroma: Operations and Global Competitiveness*, pp. 777–716. Budapest (2005).
- Holweg, M., Disney, S., Holmström, J., Småros, J.: Supply chain collaboration: making sense of the strategy continuum. *European Management Journal* 23, pp. 170–81 (2005).
- Hosoda, T., Naim, M.M., Disney, S.M., Potter, A.: Is there a benefit to sharing market sales information? Linking theory and practice. *Computers and Industrial Engineering* 54, pp. 315–326 (2008).
- Houlihan, J.B.: International supply chain management. *International Journal of Physical Distribution and Materials Management* 17, pp. 51–66 (1987).
- Jakšič, M., Rusjan, B.: The effect of replenishment policies on the bullwhip effect: a transfer function approach. *European Journal of Operational Research* 184, pp. 946–961 (2008).
- John, S., Naim, M., M., Towill, D., R.: Dynamic analysis of a WIP compensated decision support system. *International Journal of Management Systems Design* 1, pp. 283–297 (1994).
- Kelepouris, T., Miliotis, P., Pramataris K., The impact of replenishment parameters and information sharing on the Bullwhip effect: a computational study. *Computers and Operations Research* 35, 3657–3670 (2008).
- Kim, J.G., Chatfield, D., Harrison, T.P., Hayya, J.C.: Quantifying the bullwhip effect in a supply chain with stochastic lead time. *European Journal of Operational Research* 173, pp. 617–636 (2006).
- Kim, I., and Springer, M. Measuring endogenous supply chain volatility: Beyond the bullwhip effect. *European Journal of Operational Research* 189, pp. 172–193 (2008).
- Kleijnen, J.P.C., Smits, M.T.: Performance metrics in supply chain management. *The Journal of Operational Research Society* 54, pp. 507–514 (2003).
- Lalwani, C.S., Disney, S.M. Towill, D.R.: Controllable, Observable and controllable state space representations of a generalized Order-Up-To policy. *International Journal of Production Economics* 101, pp. 173–184 (2006).
- Lee, H.L., Padmanabhan, V., Whang, S.: Information distortion in a supply chain: the bullwhip effect. *Management Science* 43, pp. 546–58 (1997a).
- Lee, H.L., Padmanabhan, V., Whang, S.: The Bullwhip effect in supply chains. *Sloan Management Review* 38, pp. 93–102 (1997b).

- Makridakis, S., Wheelwright, S.C., McGee, V.E.: *Forecasting. Methods and applications*. John Wiley and Sons, West Sussex, UK (1998).
- Metters, R.: Quantifying the bullwhip effect in supply chains. *Journal of Operations Management* 15, pp.89–100 (1997).
- Mitchell, T.: Competitive illusion as a cause of business cycles. *Quarterly Journal of Economics* 38, pp. 631–52 (1923).
- Reichhart, A. Framiñán, J.M., Holweg, M.: On the link between inventory and responsiveness in multi-product supply chains. *International Journal of Systems Science* 39, pp. 677–688 (2008).
- Riddalls, C.E., Bennett, S., Tipi, N.S.: Modelling the dynamics of supply chains. *International Journal of Systems Science* 31, pp. 969–976 (2000).
- Shang, S., Seddon, P.B.: Assessing and managing the benefits of enterprise systems: the business manager's perspective. *Information Systems Journal* 12, pp. 271–299 (2002)
- Shang, J.S., Li, S. Tadikamalla, P.: Operational design of a supply chain system using the Taguchi method, response surface methodology, simulation, and optimization. *International Journal of Production Research* 42, pp. 3823–3849 (2004).
- Simon, H.A.: On the application of servomechanism theory to the study of production control. *Econometrica* 20, pp. 247–268 (1952).
- Sterman, J.D.: Modelling managerial behaviour: misperceptions of feedback in a dynamic decision-making experiment. *Management Science* 35, pp. 321–339 (1989).
- Syntetos, A.A., Boylan, J.E.: On the bias of intermittent demand estimates. *International Journal of Production Economics* 71, pp. 457–466 (2001).
- Towill, D.R.: Dynamic analysis of an inventory and order based production control system. *International Journal of Production Research* 20, pp. 369–383 (1982).
- Towill, D.R., Zhou, L., Disney, S.M.: Reducing the bullwhip effect: looking through the appropriate lens. *International Journal of Production Economics* 108, pp. 44–453 (2007).
- van Ackere, A., Larsen, E.R. Morecroft, J.D.W.: Systems thinking and business process redesign: An application to the beer game. *European Management Journal* 11, pp. 412–423 (1993).
- Warburton, R.D.H.: An Analytical Investigation of the Bullwhip Effect. *Production and Operations Management* 13, pp. 150–160 (2004).
- Wikner, J., Towill, D.R., Naim, M.M.: Smoothing supply chain dynamics. *International Journal of Production Economics* 22, pp. 231–48 (1991).
- Wright, D., Yuan, X.: Mitigating the bullwhip effect by ordering policies and forecasting methods. *International Journal of Production Economics* 113, pp. 587–597 (2008).
- Zipkin, P.H.: *Foundations of Inventory Management*. New York: McGraw-Hill (2000).

A Decision Making Method for Educational Management Based on Distance Measures

MERIGÓ LINDAHL, JOSÉ M.

Departamento de Economía y Organización de Empresas. Universidad de Barcelona

Correo electrónico: jmerigo@ub.edu

LÓPEZ-JURADO, MARÍA PILAR

Departamento de Economía y Organización de Empresas. Universidad de Barcelona

Correo electrónico: lopezjurado@ub.edu

GRACIA RAMOS, MARÍA CARMEN

Departamento de Economía y Organización de Empresas. Universidad de Barcelona

Correo electrónico: gracia@ub.edu

ABSTRACT

We develop a new approach for decision making in educational management based on the use of distance measures. We focus on the selection of a studies plan from the perspective of an academic institution. We try to develop this approach showing the benefits of establishing an ideal plan that we compare with the available alternatives. We use the Minkowski distance, the ordered weighted averaging (OWA) operator and the interval numbers. The use of the Minkowski distance allows to make comparisons between the ideal plan and the available ones in the market. The OWA operator is an aggregation operator that provides a parameterized family of aggregation operators that includes the maximum, the minimum and the average criteria, among others. And the interval numbers is a very useful technique to represent the information when the environment is very complex, because it gives all the possible results from the minimum to the maximum. We introduce a new aggregation operator called the uncertain generalized ordered weighted averaging distance (UGOWAD) operator. It is a distance aggregation operator that uses the main characteristics of the Minkowski distance, the OWA operator and the interval numbers. We develop an illustrative example where we can see the usefulness of the UGOWAD operator to select a studies plan in education management. The main advantage of using the UGOWAD is that we can consider a wide range of distance aggregation methods in the decision problem. Then, the decision maker gets a more complete view of the decision problem, being able to select the alternative that better fits the interests.

Keywords: decision making; selection of studies plan; uncertainty; Minkowski distance; aggregation operators.

JEL classification: C44; C49; D81; D89.

2000MSC: 90B50.

Artículo recibido el 21 de octubre de 2009 y aceptado el 24 de noviembre de 2009.

Toma de decisiones en procesos de gestión de la educación basados en las medidas de distancia

RESUMEN

Se desarrolla un nuevo modelo para la toma de decisiones en procesos de gestión de la educación basados en las medidas de distancia. El análisis se enfoca en analizar un proceso de selección de plan de estudios desde la perspectiva de una institución académica. Se intenta mostrar la practicidad de utilizar un plan de estudios imaginario que sería el ideal a partir del cual se compararían las diferentes alternativas disponibles. Para realizar esto, se utilizarán diferentes técnicas disponibles en Teoría de la Decisión, como son la distancia de Minkowski, el operador de medias ponderadas (OWA) y los intervalos de confianza. La utilización de la distancia de Minkowski nos permite hacer comparaciones entre un plan de estudios ideal y los disponibles en la realidad. El operador OWA es un operador de agregación que proporciona una familia parametrizada de operadores de agregación entre los cuales se destaca el máximo, el mínimo y la media aritmética. Los intervalos de confianza son de gran utilidad para representar la información cuando el entorno es muy complejo, porque proporciona todos los resultados que se podrían producir desde un mínimo hasta un máximo. Por eso, incluye todos los posibles resultados que se pueden producir. Para realizar esto, se introduce un nuevo operador de agregación denominado como el operador de distancia media ponderada ordenada generalizada incierta (UGOWAD o UMOWAD). Es un operador de agregación de distancias que utiliza las principales características de la distancia de Minkowski, del operador OWA y de los intervalos de confianza. Se desarrolla un ejemplo ilustrativo en donde se puede ver la utilidad del operador UGOWAD para la selección de un plan de estudios en la gestión de la educación. La principal ventaja de utilizar el operador UGOWAD está en poder considerar una amplia gama de operadores de agregación de distancias en el problema decisional. Entonces, el decisor obtiene un visión mucho más completa del problema y está capacitado para seleccionar la alternativa que se acerca más a sus intereses.

Palabras clave: toma de decisiones; selección de plan de estudios; incertidumbre; distancia de Minkowski; operadores de agregación.

Clasificación JEL: C44; C49; D81; D89.

2000MSC: 90B50.



1. INTRODUCTION

Decision making problems are very common in a lot of disciplines, including educational management. Most of the decisions carried out in an educational problem are taken from an intuitive point of view or only with some very basic information. However, in the real life the problems are often not so easy and it is necessary to analyze the information in more detail. Therefore, it is necessary to establish a *decision making model* for making the decision. In the literature, there are a lot of decision making methods (Bustince *et al.*, 2008; Canós and Liern, 2008; Figueira *et al.*, 2005; Merigó, 2008; Xu, 2008b; 2008c; Yager, 1988; 1992; Yager and Kacprzyk, 1997). Some of them are based on the use of distance measures (Gil-Aluja, 1998; 1999; 2001; Gil-Lafuente, 2005; Kaufmann and Gil-Aluja, 1986; 1987; Merigó, 2008; Merigó and Casanovas, 2008; Merigó and Gil-Lafuente, 2006; 2007; 2008a; 2008b; 2008c; 2009a). The distance measures (Hamming, 1950; Kaufmann, 1975; Kaufmann *et al.*, 1994; Merigó, 2008; Szmidt and Kacprzyk, 2000) are a very useful tool for a lot of problems. One of the most known distance measures is the Minkowski distance. It generalizes a wide range of other distances such as the Hamming and the Euclidean distances.

Another useful tool for decision making is the ordered weighted averaging (OWA) operator (Yager, 1988). It is an aggregation operator that provides a method for representing the attitudinal character of the decision maker (the degree of optimism) in the aggregation process. Therefore, by using the OWA we are able to consider uncertain environments according to our attitudinal character. Since its appearance, the OWA operator has been studied by a lot of authors (Beliakov *et al.*, 2007; Calvo *et al.*, 2002; Fodor *et al.*, 1995; Herrera *et al.*, 2003; Merigó, 2008; Merigó and Casanovas, 2009; Merigó and Gil-Lafuente, 2009b; Yager, 1993; 2002; 2008; Yager and Kacprzyk, 1997).

An interesting extension of the OWA is the one that uses distance measures. In general, it is known as the ordered weighted averaging distance (OWAD) operator (Merigó, 2008; Merigó and Gil-Lafuente, 2006; 2007). Further extensions of this approach include the one that uses the OWA operator in the Minkowski distance. It is known as the Minkowski OWAD (MOWAD) operator (Merigó and Gil-Lafuente, 2008b) and it uses generalized means (or the generalized OWA (Karayiannis, 2000; Yager, 2004)) in the OWAD operator. Other extensions are found in Merigó and Gil-Lafuente (2008a; 2008c; 2009a).

Sometimes, the available information can not be represented with exact numbers because the environment is very uncertain. In these cases, it is necessary to use another approach for representing the uncertainty such as the use of interval numbers (Moore, 1966).

The use of interval numbers in the OWA operator is known as the uncertain OWA (UOWA) operator (Xu and Da, 2002). Further developments of the UOWA are found in Merigó (2008), Merigó and Casanovas (2007), Xu (2008a) and Xu and Da (2003).

In this paper we suggest a generalization of the previous aggregation operators that we call the uncertain Minkowski ordered weighted averaging distance (UMOWAD) operator (or also the uncertain generalized OWAD (UGOWAD) operator). It is an aggregation operator that uses distance measures, generalized means, the OWA operator and uncertain information represented in the form of interval numbers. The main advantage of this operator is that it provides a robust formulation that includes a wide range of particular cases. Thus, the decision maker is able to consider a wide range of scenarios and select the one that is in accordance with his interests. Moreover, by using interval numbers we can represent the uncertain information in a more complete way because we can consider the best and worst result that may occur in the problem.

We apply this approach in a decision making problem about the selection of studies plan. We focus on a PhD program where the decision maker wants to select new courses to be implemented in the program. He considers some key relevant factors such as the skills of the professors and the research perspectives of the courses. By using the UMOWAD operator we can consider a wide range of methods for aggregating the information and select the one that it is closest to our interests.

This paper is organized as follows. In Section 2 we briefly describe the interval numbers and some basic distance measures and aggregation operators. Section 3 and Section 4 present the new aggregation operators (the UMOWAD and the Quasi-UOWAD). In Section 5 we briefly describe the decision making process in the selection of studies plan and in Section 6 we give a numerical example. Section 7 summarizes the main conclusions of the paper.

2. PRELIMINARIES

In this Section we briefly review the interval numbers, some basic distance measures and aggregation operators to be used in the selection process. Note that all this aggregation operators are particular cases of the general formulation that will be presented in Section 3. We consider the Minkowski distance, the OWA operator, the UOWA operator, the GOWA operator, the OWAD operator and the MOWAD operator.

2.1 Interval Numbers

The interval numbers (Moore, 1966) are a very useful and simple technique for representing the uncertainty. It has been used in an astonishingly wide range of applications.

The interval numbers can be expressed in different forms. For example, if we assume a 4-tuple (a_1, a_2, a_3, a_4) , that is to say, a quadruplet, we could consider that a_1 and a_4 represents the minimum and the maximum of the interval number, and a_2 and a_3 , the interval with the highest probability or possibility, depending on the use we want to give to the interval numbers. Note that $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$. If $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$, then, the interval number is an exact number; if $a_2 = a_3$, it is a 3-tuple known as triplet; and if $a_1 = a_2$ and $a_3 = a_4$, it is a simple 2-tuple interval number.

In the following, we are going to review some basic interval number operations as follows. Let A and B be two triplets, where $A = (a_1, a_2, a_3)$ and $B = (b_1, b_2, b_3)$. Then:

- 1) $A + B = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.
- 2) $A - B = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$ – the Minkowski subtraction.
- 3) $A \cdot k = (k \cdot a_1, k \cdot a_2, k \cdot a_3)$; for $k > 0$.
- 4) $A \cdot B = (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3)$; for R^+ .

Note that R^+ refers to all the positive real numbers. Note also that other operations could be studied (Moore, 1966) but in this paper we will focus on these ones.

2.2 The Minkowski Distance

The normalized Minkowski distance is a distance measure that generalizes a wide range of distances such as the normalized Hamming distance and the normalized Euclidean distance. In fuzzy set theory, it can be useful, for example, for the calculation of distances between fuzzy sets, interval-valued fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets, etc. It can be formulated for two sets A and B as follows.

Definition 1. A normalized Minkowski distance of dimension n is a mapping $d_m: R^n \times R^n \rightarrow R$ such that:

$$d_m(A,B) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (1)$$

where a_i and b_i are the i^{th} arguments of the sets A and B and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that $\lambda \neq 0$ and if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ . If we give different values to the parameter λ , we can obtain a wide range of special cases. For example, if $\lambda = 1$, we obtain the normalized Hamming distance (NHD). If $\lambda = 2$, the normalized Euclidean distance (NED).

Sometimes, when normalizing the Minkowski distance, we prefer to give different weights to each individual distance. Then, the distance is known as the weighted Minkowski distance. It can be defined as follows.

Definition 2. A weighted Minkowski distance of dimension n is a mapping $d_{wm}: R^n \times R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$. Then:

$$d_{wm}(A,B) = \left(\sum_{i=1}^n w_i |a_i - b_i|^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (2)$$

where a_i and b_i are the i^{th} arguments of the sets A and B and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that $\lambda \neq 0$ and if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ . In this case, we can also obtain a wide range of special cases by using different values in the parameter λ .

2.3 The OWA Operator

The OWA operator was introduced by Yager (1988) and it provides a parameterized family of aggregation operators that include the arithmetic mean, the maximum and the minimum. It can be defined as follows.

Definition 3. An OWA operator of dimension n is a mapping $OWA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$, then:

$$OWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j, \quad (3)$$

where b_j is the j^{th} largest of the a_i .

From a generalized perspective of the reordering step, we can distinguish between the descending OWA (DOWA) operator and the ascending OWA (AOWA) operator [24]. The OWA operator is commutative, monotonic, bounded and idempotent. For further information on the OWA and its applications, see for example Beliakov *et al.* (2007), Bustince *et al.* (2008), Calvo *et al.* (2002) and Merigó (2008).

2.4 The UOWA Operator

The UOWA operator (Xu and Da, 2002) is an extension of the OWA operator. Essentially, its main difference is that it uses interval numbers in the arguments to be aggregated. The reason for using this aggregation operator is that sometimes the environment is very uncertain and the information is not clear. Thus, it can only be assessed by using interval numbers. The UOWA operator provides a parameterized family of aggregation operators that include the uncertain maximum, the uncertain minimum and the uncertain average (UA), among others. It can be defined as follows.

Definition 4. Let Ω be the set of interval numbers. An UOWA operator of dimension n is a mapping $UOWA: \Omega^n \rightarrow \Omega$ that has an associated weighting vector W of dimension n with the following properties:

- 1) $\sum_{j=1}^n w_j = 1$,
- 2) $w_j \in [0, 1]$,

and such that:

$$UOWA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j, \quad (4)$$

where b_j is the j^{th} largest of the \tilde{a}_i , and the \tilde{a}_i are interval numbers.

From a generalized perspective of the reordering step, we can distinguish between the descending UOWA (DUOWA) operator and the ascending UOWA (AUOWA) operator. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j th weight of the DUOWA and w_{n-j+1}^* the j th weight of the AUOWA operator.

The UOWA operator is commutative, monotonic, bounded and idempotent. Different families of UOWA operators can be found by choosing a different manifestation in the weighting vector such as the median-UOWA, the olympic-UOWA or the centered-UOWA operator.

2.5 The GOWA Operator

The GOWA operator (Karayiannis, 2000; Yager, 2004) represents a generalization of the OWA operator by using generalized means. Then, it is possible to include in the same formulation, different types of OWA operators such as the OWA operator or the ordered weighted geometric (OWG) operator. It can be defined as follows.

Definition 5. A GOWA operator of dimension n is a mapping $GOWA: R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that $w_j \in [0, 1]$ and $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, then:

$$GOWA(a_1, \dots, a_n) = \left(\sum_{j=1}^n w_j b_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (5)$$

where b_j is the j^{th} largest of the a_i and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that $\lambda \neq 0$ and if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ . As we can see, if $\lambda = 1$ we get the OWA operator. If $\lambda \rightarrow 0$ the OWG operator and if $\lambda = 2$ the ordered weighted quadratic averaging (OWQA) operator. Note that it is possible to further generalize the GOWA operator by using quasi-arithmetic means. The result is the Quasi-OWA operator (Fodor *et al.*, 1995).

2.6 The OWAD Operator

The OWAD (or Hamming OWAD) operator (Merigó, 2008; Merigó and Gil-Lafuente, 2006; 2007) is an extension of the traditional normalized Hamming distance by using OWA operators. The main difference is the reordering of the arguments of the individual distances according to their values. Then, it is possible to calculate the distance between two elements, two sets, two fuzzy sets, etc., modifying the results according to the interests of the decision maker. It can be defined as follows.

Definition 6. An OWAD operator of dimension n is a mapping $OWAD: [0, 1]^n \times [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ that has an associated weighting vector W , with $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ and $w_j \in [0, 1]$ such that:

$$OWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = \sum_{j=1}^n w_j D_j, \quad (6)$$

where D_j represents the j^{th} largest of the pairs $\langle \mu_i, \mu_i^{(k)} \rangle$ represented in the form of individual distances $|\mu_i - \mu_i^{(k)}|$, $\mu_i \in [0, 1]$ for the i^{th} characteristic of the ideal P , $\mu_i^{(k)} \in [0, 1]$ for the i^{th} characteristic of the k^{th} alternative P_k , and $k = 1, 2, \dots, m$.

Note that this definition can be generalized to all the real numbers R by using $OWAD: R^n \times R^n \rightarrow R$. Note also that it is possible to distinguish between ascending and descending orders. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j^{th} weight of the descending OWAD (DOWAD) operator and w_{n-j+1}^* the j^{th} weight of the ascending OWAD (AOWAD) operator.

2.7 The MOWAD Operator

The Minkowski OWAD (MOWAD) operator (Merigó, 2008; Merigó and Gil-Lafuente, 2008b) represents an extension of the traditional normalized Minkowski distance by using OWA operators. The difference is that we reorder the arguments of the individual distances according to their values. It can be defined as follows.

Definition 7. A Minkowski OWAD operator of dimension n is a mapping $MOWAD: R^n \times R^n \rightarrow R$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$. Then, the distance between two sets is:

$$MOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = \left(\sum_{j=1}^n w_j D_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (7)$$

where D_j represents the j^{th} largest of the $|\mu_i - \mu_i^{(k)}|$, μ_i is the i^{th} characteristic of the ideal P , $\mu_i^{(k)}$ is the i^{th} characteristic of the k^{th} alternative P_k , $k = 1, 2, \dots, m$, and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that $\lambda \neq 0$ and if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ . Note that it is possible to distinguish between descending and ascending orders by using $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j^{th} weight of the descending MOWAD (DMOWAD) operator and w_{n-j+1}^* the j^{th} weight of the ascending MOWAD (AMOWAD) operator.

3. THE UNCERTAIN MINKOWSKI ORDERED WEIGHTED AVERAGING DISTANCE OPERATOR

The uncertain Minkowski OWAD (UMOWAD) operator is an extension of the MOWAD operator for situations where the available information can not be assessed with exact numbers but it is possible to use interval numbers. The interval numbers are useful for representing uncertain information giving the best and worst possible result that may occur and some knowledge about the most possible results. It can be defined as follows.

Definition 8. Let Ω be the set of interval numbers. An UMOWAD operator of dimension n is a mapping $UMOWAD: \Omega^n \times \Omega^n \rightarrow \Omega$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$. Then, the distance between two sets is:

$$UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = \left(\sum_{j=1}^n w_j D_j^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad (8)$$

where D_j represents the j^{th} largest of the $|\mu_i - \mu_i^{(k)}|$, μ_i and $\mu_i^{(k)}$ are interval numbers, μ_i is the i^{th} characteristic of the ideal P , $\mu_i^{(k)}$ is the i^{th} characteristic of the k^{th} alternative P_k , $k = 1, 2, \dots, m$, and λ is a parameter such that $\lambda \in (-\infty, \infty)$.

Note that $\lambda \neq 0$ and if $\lambda \leq 0$, we can only use positive numbers R^+ . Note also that the reordering of the individual distances (the arguments) has an additional difficulty because now we are using interval numbers. Then, in some cases, it is not clear which interval number is higher, so we need to establish an additional criteria for reordering the interval numbers. For simplicity, we recommend the following criteria. For 2-tuples, calculate the arithmetic mean of the interval: $(a_1 + a_2) / 2$. For 3-tuples and more, calculate a weighted average that gives more importance to the central values; that is, $(a_1 + 2a_2 + a_3) / 4$. Then, for 4-tuples we could calculate: $(a_1 + 2a_2 + 2a_3 + a_4) / 6$. And so on. In the case of tie, we will select the interval with the lowest increment $(a_2 - a_1)$. For 3-tuples and more we will select the interval with the highest central value. Note that for 4-tuples and more we need to calculate the average of the central values following the initial criteria.

Moreover, in more complex analysis it is possible to consider that the weights w_j and the parameter λ are interval numbers. Moreover, it is possible to consider other types of uncertain information such as the fuzzy numbers, the linguistic variables (linguistic representations of numerical problems), etc.

Furthermore, it is also possible to distinguish between ascending and descending orders. The weights of these operators are related by $w_j = w_{n-j+1}^*$, where w_j is the j^{th} weight of the descending UMOWAD (DUMOWAD) operator and w_{n-j+1}^* the j^{th} weight of the ascending UMOWAD (AUMOWAD) operator.

Let B be a vector corresponding to the ordered arguments D_j , we call this the ordered argument vector, and W^T is the transpose of the weighting vector. Then the UMOWAD operator can be expressed as:

$$UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = W^T B . \quad (9)$$

Note that if the weighting vector is not normalized, i.e., $W^* = \sum_{j=1}^n w_j \neq 1$, then, the UMOWAD operator can be expressed as:

$$UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = \frac{1}{W^*} \sum_{j=1}^n w_j D_j . \quad (10)$$

The UMOWAD operator is commutative, monotonic, bounded and idempotent. It is commutative because any permutation of the arguments has the same evaluation. That is,

$UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = UMOWAD(\langle u_1, d_1 \rangle, \langle u_2, d_2 \rangle, \dots, \langle u_n, d_n \rangle)$, where $(\langle u_1, d_1 \rangle, \langle u_2, d_2 \rangle, \dots, \langle u_n, d_n \rangle)$ is any permutation of the arguments $(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle)$.

It is monotonic because if $\langle \mu_i, \mu_i^{(k)} \rangle \geq \langle u_i, d_i \rangle$, for all i , then, $UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) \geq UMOWAD(\langle u_1, d_1 \rangle, \langle u_2, d_2 \rangle, \dots, \langle u_n, d_n \rangle)$.

It is bounded because the UMOWAD aggregation is delimited by the minimum and the maximum distance. That is, $\text{Min}\{|\mu_i - \mu_i^{(k)}|\} \leq UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) \leq \text{Max}\{|\mu_i - \mu_i^{(k)}|\}$.

It is idempotent because if $|\mu_i - \mu_i^{(k)}| = d$, for all i , then, $UMOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = d$.

Note that the proofs of these theorems are straightforward. For similar proofs on other types of OWA, see for example, Merigó (2008), Merigó and Casanovas (2009) and Merigó and Gil-Lafuente (2009b).

Another interesting issue to analyze are the measures for characterizing the weighting vector W . Following a similar methodology as it has been developed for the OWA (Yager, 1988; 1996; 2002) and the GOWA operator (Yager, 2004), we can formulate the attitudinal character, the entropy of dispersion, the divergence of W and the balance operator.

The first measure $\alpha(W)$, the attitudinal character, is defined as:

$$\alpha(W) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{n-j}{n-1} \right) w_j. \quad (11)$$

It can be shown that $\alpha \in [0, 1]$. The more weight is located near the top of W , the closer α is to 1, while the more weight is located toward the bottom of W , the closer α is to 0.

The entropy of dispersion measures the amount of information being used in the aggregation.

$$H(W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln(w_j). \quad (12)$$

For example, if $w_j = 1$ for some j , known as step-UMOWAD, then $H(W) = 0$, and the least amount of information is used.

The balance operator measures the balance of the weights against the orness or the andness, that is, the tendency to the maximum or to the minimum.

$$Bal(W) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{n+1-2j}{n-1} \right) w_j. \quad (13)$$

It can be shown that $Bal(W) \in [-1, 1]$. Note that for the optimistic criteria, $Bal(W) = 1$, and for the pessimistic criteria, $Bal(W) = -1$.

The divergence of W measures the divergence of the weights against the attitudinal character measure. It is useful in some exceptional situations when the attitudinal character and the entropy of dispersion are not enough to correctly analyze the weighting vector of an aggregation.

$$Div(W) = \sum_{j=1}^n w_j \left(\frac{n-j}{n-1} - \alpha(W) \right)^2. \quad (14)$$

Another interesting issue to consider is the different families of UMOWAD operators that are found in the weighting vector W and the parameter λ . If we analyze the parameter λ , we get the following particular cases.

- The uncertain OWAD (UOWAD) operator if $\lambda = 1$ (arithmetic).
- The uncertain ordered weighted geometric averaging distance (UOWGAD) operator if λ approaches to 0.
- The uncertain ordered weighted quadratic averaging distance (UOWQAD) operator if $\lambda = 2$.
- The uncertain ordered weighted harmonic averaging distance (UOWHAD) operator if $\lambda = -1$ (harmonic).
- Etc.

And if we analyze the weighting vector W , we get the following ones.

- The uncertain maximum distance ($w_1 = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq 1$).
- The uncertain minimum distance ($w_n = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq n$).
- The uncertain Minkowski distance ($w_j = 1/n$, for all \tilde{a}_i).
- The uncertain weighted Minkowski distance ($w_j = 1/n$, for all \tilde{a}_i).
- The MOWAD operator (when the interval numbers are reduced to exact numbers).
- The uncertain Hurwicz distance criteria ($w_1 = \alpha$, $w_n = 1 - \alpha$ and $w_j = 0$, for all $j \neq 1, n$).
- The step-UMOWAD ($w_k = 1$ and $w_j = 0$, for all $j \neq k$).
- The olympic-UMOWAD operator ($w_1 = w_n = 0$, and $w_j = 1/(n-2)$ for all others).
- The general olympic-UMOWAD operator ($w_j = 0$ for $j = 1, 2, \dots, k, n, n-1, \dots, n-k+1$; and for all others $w_{j^*} = 1/(n-2k)$, where $k < n/2$).

- The S-UMOWAD ($w_1 = (1/n)(1 - (\alpha + \beta) + \alpha$, $w_n = (1/n)(1 - (\alpha + \beta) + \beta$, and $w_j = (1/n)(1 - (\alpha + \beta)$ for $j = 2$ to $n - 1$ where $\alpha, \beta \in [0, 1]$ and $\alpha + \beta \leq 1$).
- The centered-UMOWAD (if it is symmetric, strongly decaying from the center to the maximum and the minimum, and inclusive).
- Etc.

Note that these families are based on the methodology explained by Karayiannis (2000), Merigó (2008), Yager (1988; 1992; 1993; 1996; 2004; 2007) and Yager and Filev (1994). Other families of UMOWAD operators may be used following a similar methodology as it has been developed for the OWA operator and some of its extensions (Ahn and Park, 2008; Beliakov *et al.*, 2007; Emrouzejad, 2008; Liu, 2008; Xu, 2005; Yager, 2002).

4. THE QUASI-UOWAD OPERATOR

The UMOWAD operator can be generalized by using quasi-arithmetic means in a similar way as it was done in Beliakov *et al.* (2007), Calvo *et al.* (2002), Fodor *et al.* (1995), Karayiannis (2000), Merigó (2008), Merigó and Casanovas (2007; 2008b) and Merigó and Gil-Lafuente (2009a; 2009b). We will call it the Quasi-UOWAD operator. It is defined as follows.

Definition 9. Let Ω be the set of interval numbers. A Quasi-UOWAD operator of dimension n is a mapping $QUOWAD: \Omega^n \times \Omega^n \rightarrow \Omega$ that has an associated weighting vector W of dimension n such that the sum of the weights is 1 and $w_j \in [0, 1]$. Then, the distance between two sets is:

$$QUOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = g^{-1} \left(\sum_{j=1}^n w_j g(b_{(j)}) \right), \quad (15)$$

where D_j represents the j^{th} largest of the $|\mu_i - \mu_i^{(k)}|$, μ_i and $\mu_i^{(k)}$ are interval numbers, μ_i is the i^{th} characteristic of the set $\mu = \{\mu_1, \dots, \mu_n\}$, $\mu_i^{(k)}$ is the i^{th} characteristic of the k^{th} alternative P_k , $k = 1, 2, \dots, m$, and g is a strictly continuous monotonic function.

As we can see, when $g(b) = b^\lambda$, then, the Quasi-UOWAD becomes the UMOWAD operator. Note that it is also possible to distinguish between descending (Quasi-DUOWAD) and ascending (Quasi-AUOWAD) orders.

Note that if the weighting vector is not normalized, i.e., $W^* = \sum_{j=1}^n w_j \neq 1$, then, the UMOWAD operator can be expressed as:

$$QUOWAD(\langle \mu_1, \mu_1^{(k)} \rangle, \dots, \langle \mu_n, \mu_n^{(k)} \rangle) = g^{-1} \left(\frac{1}{W^*} \sum_{j=1}^n w_j g(b_{(j)}) \right). \quad (16)$$

Note that all the properties and particular cases commented in the UOWAD operator are also applicable in the Quasi-UOWAD operator. Thus, we can use a wide range of interval numbers such as triplets and quadruplets; we have to establish a criterion for ranking interval numbers, and so on.

5. DECISION MAKING PROCESS IN THE SELECTION OF STUDIES PLAN

Decision making problems are very common in the scientific literature. They can be implemented in a lot of environments such as in statistics, engineering, economics and politics. In this paper, we focus on a decision making problem about the selection of studies plan in a university. The process to follow in the selection of studies plan is similar to the process developed in Gil-Aluja (1998; 1999; 2001), Gil-Lafuente (2005), Gil-Lafuente and Merigó (2006), Merigó (2008), Merigó and Gil-Lafuente (2006; 2007; 2008a; 2008b; 2008c), with the difference that now we are considering an educational management problem. The 5 steps to follow can be summarized in the following way:

Step 1: Analysis and determination of the significant characteristics of the available alternatives. Theoretically, it will be represented as: $C = \{C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n\}$, where C_i is the i^{th} characteristic to consider of the alternative and we suppose a limited number n of required characteristics.

Step 2: Establishment of the ideal levels of each characteristic in order to form the ideal study plan.

Table 1. Ideal study plan.

	C_1	C_2	...	C_i	...	C_n
$P =$	μ_1	μ_2	...	μ_i	...	μ_n

In Table 1, P is the ideal study plan expressed by a fuzzy subset, C_i is the i^{th} characteristic to consider, and μ_i is the valuation for the i^{th} characteristic.

Step 3: Establishment of the real level of each characteristic for all the alternatives considered.

Table 2. Available alternatives.

	C_1	C_2	...	C_i	...	C_n
$P_k =$	$\mu_1^{(k)}$	$\mu_2^{(k)}$...	$\mu_i^{(k)}$...	$\mu_n^{(k)}$

In Table 2, $k = 1, 2, \dots, m$, P_k is the k th alternative expressed by a fuzzy subset, C_i is the i^{th} characteristic to consider, and $\mu_i^{(k)}$ is the valuation for the i^{th} characteristic of the k^{th} alternative.

Step 4: Comparison between the ideal study plan and the different alternatives considered, and determination of the level of removal using the UMOWAD operator. That is, changing the neutrality of the results to over estimate or under estimate them. In this step, the objective is to express numerically the removal between the ideal study plan and the different alternatives considered. Note that by using the UMOWAD operator, we can use all the particular cases mentioned in Section 3.

Step 5: Adoption of decisions according to the results found in the previous steps. Finally, we should take the decision about which study plan select. Obviously, our decision will consist in choosing the study plan with the best results according to the method used that is in accordance with the interests of the decision maker.

6. ILLUSTRATIVE EXAMPLE

In this Section, we present an illustrative example of the new approach in a decision making problem. We will study a problem of selection of studies plan. We are going to consider a PhD program in business administration that is considering which courses to offer the next year. Note that it is possible to consider other applications in educational management or in other business decision making problems.

Assume that a PhD program that wants to increase its quality is planning the creation of some new courses in order to be more efficient for the PhD students. They consider five possible alternatives.

- $A_1 =$ Increase the number of courses in mathematics.
- $A_2 =$ Increase the number of courses in statistics.
- $A_3 =$ Increase the number of courses in decision theory and operational research.
- $A_4 =$ Increase the number of courses in management.
- $A_5 =$ Increase the number of courses in research orientation.

In order to evaluate these alternatives, the board of directors of the PhD program considers five main characteristics that are relevant for the selection process.

- C_1 = Knowledge of the available professors. This characteristic analyzes the skills of the available professors and how they can help the students in this research area in order to develop a good research with relevant publications, etc.
- C_2 = Number of courses in this field. This characteristic analyzes the number of courses in similar topics and if it is necessary to add more courses based on the research specialization of the available professors, the potential research that can be expected from the students, etc.
- C_3 = Usefulness for future research of the students. This characteristic analyzes if these courses give very interesting topics that can help the research of the students in the future. This aspect depends on the present situation of the research in this area, if there are a lot of new topics appearing, etc.
- C_4 = General evaluation of the course. It considers if the course itself seems to be interesting to the PhD program in general.
- C_5 = Other variables. It includes other variables to be taken into account such as the motivation of the student for this course, competitive advantage against other PhD programs, research methods to be used, etc.

The board of directors of the PhD program evaluates the courses given marks to each characteristic from 0 to 100, being 100 the best result. The results obtained depending on the characteristic C_i and the course A_k are shown in Table 3.

Table 3. Evaluation of the results.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(70, 80)	(50,60)	(80,90)	(60,70)	(50,60)
A_2	(60,70)	(70,80)	(50,60)	(40,50)	(80,90)
A_3	(70,80)	(60,70)	(60,70)	(40,50)	(80,90)
A_4	(50,60)	(60,70)	(40,50)	(70,80)	(80,90)
A_5	(70,80)	(70,80)	(50,60)	(50,60)	(60,70)

The board of directors establishes the ideal results that the new courses should have in order to be included in the PhD program.

Table 4. Ideal alternative.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
<i>Ideal</i>	(80,100)	(70,90)	(80,100)	(80,100)	(80,100)

In this problem, the experts of the selection process assume the following weighting vector: $W = (0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.3)$. With this information, we can aggregate the expected results for each student in order to take a decision. In Table 5, we present different results obtained by using different types of UMOWAD operators. We consider the maximum and the minimum distance, the uncertain averaging distance (UAD), the uncertain weighted averaging distance (UWAD) (or uncertain weighted Hamming distance) and the UOWAD operator.

Table 5. Aggregated results.

	Max	Min	UAD	UWAD	UOWAD
A_1	(30,40)	(0,10)	(16,26)	(18,28)	(13,23)
A_2	(40,50)	(0,10)	(18,28)	(16,26)	(14,24)
A_3	(40,50)	(0,10)	(16,26)	(15,25)	(12,22)
A_4	(40,50)	(0,10)	(18,28)	(15,25)	(14,24)
A_5	(30,40)	(10,20)	(20,30)	(21,31)	(18,28)

If we establish an ordering of the alternatives, a typical situation if we want to consider more than one alternative, then, we get the following results shown in Table 6.

Table 6. Ordering of the studies plan.

	<i>Ordering</i>		<i>Ordering</i>
<i>Max</i>	$A_1=A_5 \setminus A_2=A_3=A_4$	<i>UWAD</i>	$A_3=A_4 \setminus A_2 \setminus A_1 \setminus A_5$
<i>Min</i>	$A_1=A_2=A_3=A_4 \setminus A_5$	<i>UOWAD</i>	$A_3 \setminus A_1 \setminus A_2=A_4 \setminus A_5$
<i>UAD</i>	$A_1=A_3 \setminus A_2=A_4 \setminus A_5$		

As we can see, depending on the aggregator operator used, the ordering of the studies plan may be different. Note that the main advantage of using the UMOWAD operator is that we can consider a wide range of particular distance measures such as the UAD, the UWAD and the UOWAD operator. Due to the fact that each particular family of UMOWAD operator

may give different results, the decision maker will select for his decision the one that is closest to his interests. However, by using this analysis he will be able to see the results and optimal decisions in other potential situations that may occur in the future.

Note that these types of methods are very useful for dealing with uncertainty, because under uncertainty we do not know the optimal choice because we do not know the future. Therefore, we can only give recommendations according to the particular interests of the decision maker such as being risk averse or not but our results can not predict the future.

7. CONCLUSIONS

We have presented the UMOWAD operator and we have analyzed its applicability in decision making problems about educational management. We focussed on the selection of studies plan in a PhD program that it is considering to add new courses in its program and they are looking for the optimal one. We have seen that by using the UMOWAD we are able to provide a general formulation in a decision process where we can compare the available alternatives with an ideal one. The main advantage of this approach is that we can consider a wide range of future scenarios according to our interests and select the one that it is closest to our real interests. We have studied the UMOWAD and have found a lot of particular cases such as the UOWAD operator, the UOWQAD operator, the uncertain Minkowski distance, the uncertain weighted Minkowski distance, the uncertain Hamming distance, the uncertain Euclidean distance, the S-UMOWAD operator, and a lot of other cases. We have further generalized the UMOWAD operator by using quasi-arithmetic-means in order to obtain a more general formulation that includes the UMOWAD as a particular case. We have called it the Quasi-UOWAD operator. The main advantage of this generalization is that it is more robust and general than the UMOWAD operator.

In future research, we expect to present further extensions to this approach by using other factors that should be relevant in the decision problem such as the use of order inducing variables and other approaches such as the ones used in Merigó (2008). We will also analyze other potential problems in other educational management situations and in other business decision making applications.

ACKNOWLEDGEMENTS

We would like to thank the editor-in-chief and the anonymous reviewers for their valuable comments that have improved the quality of the paper.

REFERENCES

- Ahn, B.S. and H. Park (2008). "Least-squared ordered weighted averaging operator weights", *International Journal of Intelligent Systems*, 23, 33-49.
- Beliakov, G., A. Pradera and T. Calvo (2007). *Aggregation Functions: A guide for practitioners*, Springer-Verlag, Berlin.
- Bustince, H., F. Herrera, and J. Montero (2008). *Fuzzy Sets and their Extensions: Representation, Aggregation and Models*, Springer, Berlin.
- Calvo, T., G. Mayor and R. Mesiar (2002). *Aggregation Operators: New Trends and Applications*, Physica-Verlag, New York.
- Canós, L. and V. Liern (2008). "Soft computing-based aggregation methods for human resource management", *European Journal of Operational Research*, 189, 669-681.
- Emrouznejad, A. (2008). "MP-OWA: The most preferred OWA operator", *Knowledge-Based Systems*, 21, 847-851.
- Figueira, J., S. Greco and M. Ehrgott (2005). *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*, Springer. Boston.
- Fodor, J., J.L. Marichal and M. Roubens (1995). "Characterization of the ordered weighted averaging operators", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 3, 236-240.
- Gil-Aluja, J. (1998). *The interactive management of human resources in uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Gil-Aluja, J. (1999). *Elements for a theory of decision in uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Gil-Aluja, J. (2001). *Handbook of management under uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Gil-Lafuente, A.M. (2005). *Fuzzy logic in financial analysis*, Springer, Berlin.
- Hamming, R.W. (1950). "Error-detecting and error-correcting codes", *Bell Systems Technical Journal*, 29, 147-160.
- Herrera, F., E. Herrera-Viedma and F. Chiclana (2003). "A study of the origin and uses of the ordered weighted geometric operator in multicriteria decision making", *International Journal of Intelligent Systems*, 18, 689-707.
- Karayiannis, N. (2000). "Soft learning vector quantization and clustering algorithms based on ordered weighted aggregation operators", *IEEE Transactions on Neural Networks*, 11, 1093-1105.
- Kaufmann, A. (1975). *Introduction to the theory of fuzzy subsets*, Academic Press, New York.

- Kaufmann, A. and J. Gil-Aluja (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas* (In Spanish), Ed. Milladoiro, Santiago de Compostela.
- Kaufmann, A. and J. Gil-Aluja (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre* (In Spanish), Ed. Hispano-europea, Barcelona.
- Kaufmann, A., J. Gil-Aluja and A. Terceño (1994). *Matemática para la economía y la gestión de empresas*, Ed. Foro Científico, Barcelona, Spain.
- Liu, X. (2008). “A general model of parameterized OWA aggregation with given orness level”, *International Journal of Approximate Reasoning*, 48, 598-627.
- Merigó, J.M. (2008). *Nuevas extensiones a los operadores OWA y su aplicación en los métodos de decisión*, PhD Thesis (In Spanish), Department of Business Administration, University of Barcelona.
- Merigó, J.M. and M. Casanovas (2007). “The uncertain generalized OWA operator”, *Proceedings of the AEDEM International Conference*, Krakow, Poland, pp. 547-556.
- Merigó, J.M. and M. Casanovas (2008). “The induced Minkowski ordered weighted averaging distance operator”, In *Proceedings of the ESTYLF Conference*, Langreo – Oviedo, Spain, pp. 35-41.
- Merigó, J.M. and M. Casanovas (2009). “Induced aggregation operators in decision making with the Dempster-Shafer belief structure”, *International Journal of Intelligent Systems*, 24, 934-954.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2006). “Using the OWA operators in the selection of financial products”, In *Proceedings of the 41st CLADEA Congress*, Montpellier, France, CD-ROM.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2007). “The ordered weighted averaging distance operator”, *Lectures on Modelling and Simulation*, 8, 1-11.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2008a). “On the use of the OWA operator in the Euclidean distance”, *International Journal of Computer Science and Engineering*, 2, 170-176.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2008b). “Using the OWA operator in the Minkowski distance”, *International Journal of Computer Science*, 3, 149-157.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2008c). “The generalized adequacy coefficient and its application in strategic decision making”, *Fuzzy Economic Review*, 13, 17-36.
- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2009a). “OWA operators in generalized distances”, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 5, 11-18.

- Merigó, J.M. and A.M. Gil-Lafuente (2009b). "The induced generalized OWA operator", *Information Sciences*, 179, 729-741.
- Moore, R. (1966). *Interval analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Szmidt, E. and J. Kacprzyk (2000). "Distances between intuitionistic fuzzy sets", *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 505-518.
- Xu, Z.S. (2005). "An overview of methods for determining OWA weights", *International Journal of Intelligent Systems*, 20, 843-865.
- Xu, Z.S. (2008a). "Dependent uncertain ordered weighted averaging operators", *Information Fusion*, 9, 310-316.
- Xu, Z.S. (2008b). "On multi-period multi-attribute decision making", *Knowledge-Based Systems*, 21, 164-171.
- Xu, Z.S. (2008c). "Group decision making based on multiple types of linguistic preference relations", *Information Sciences*, 178, 452-467.
- Xu, Z.S. and Q.L. Da (2002). "The uncertain OWA operator", *International Journal of Intelligent Systems*, 17, 569-575.
- Xu, Z.S. and Q.L. Da (2003). "An overview of operators for aggregating the information", *International Journal of Intelligent Systems*, 18, 953-969.
- Yager, R.R. (1988). "On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics B*, 18, 183-190.
- Yager, R.R. (1992). "On generalized measures of realization in uncertain environments", *Theory and Decision*, 33, 41-69.
- Yager, R.R. (1993). "Families of OWA operators", *Fuzzy Sets and Systems*, 59, 125-148.
- Yager, R.R. (1996). "Constrained OWA aggregation", *Fuzzy Sets and Systems*, 81, 89-101.
- Yager, R.R. (2002). "Heavy OWA operators", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 1, 379-397.
- Yager, R.R. (2004). "Generalized OWA aggregation operators", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3, 93-107.
- Yager, R.R. (2007). "Centered OWA operators", *Soft Computing*, 11, 631-639.
- Yager, R.R. (2008). "Using trapezoids for representing granular objects: Applications to learning and OWA aggregation", *Information Sciences*, 178, 363-380.
- Yager, R.R. and D.P. Filev (1994). "Parameterized andlike and orlike OWA operators", *International Journal of General Systems*, 22, 297-316.
- Yager, R.R. and J. Kacprzyk (1997). *The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.

Análisis bayesiano para la diferencia de dos proporciones usando R

GUTIÉRREZ ROJAS, HUGO ANDRÉS

Centro de Investigaciones y Estudios Estadísticos (CIEES)

Universidad Santo Tomás (Bogotá, Colombia)

Correo electrónico: hugogutierrez@usantotomas.edu.co

ZHANG, HANWEN

Centro de Investigaciones y Estudios Estadísticos (CIEES)

Universidad Santo Tomás (Bogotá, Colombia)

Correo electrónico: hanwenzhang@usantotomas.edu.co

RESUMEN

Este artículo presenta una colección de funciones computacionales que son utilizadas en la implementación de un análisis bayesiano exhaustivo para la diferencia de dos proporciones. Con este fin, se discute la estimación puntual, la estimación mediante intervalos de credibilidad y la inferencia predictiva desde dos escenarios: el primero basado en las densidades exactas *a priori* y *a posteriori* (construidas mediante la primera función hipergeométrica de Appell) y el segundo basado en densidades simuladas (mediante un algoritmo de cadenas de Markov con métodos de Monte Carlo). La implementación de estas funciones se realiza en el programa estadístico R, porque es un *software* libre, funciona bien en múltiples plataformas y permite enmarcar estas funciones bajo un objeto computacional denominado “paquete”.

Palabras clave: estimación; funciones en R; inferencia bayesiana; proporciones.

Clasificación JEL: C11; C12; C63.

2000MSC: 62C10; 62F03; 62P20; 90-08.

Bayesian Analysis for the Difference of Two Proportions Using R

ABSTRACT

In this paper we present a collection of functions that can be used to implement a comprehensive Bayesian analysis of a difference of two proportions. For instance, point estimation, credibility intervals and predictive inference are discussed in both scenarios, the *priori* and *posteriori* exact densities (based in the first Appell hypergeometric function) and the simulated densities (based in a Markov chain Monte Carlo algorithm). We have chosen to implement the suite of functions using the R statistical software because it is freely available, runs on multiple platforms and allows to compress the functions into a single computational object named “package”.

Keywords: Bayesian inference; estimation; proportions; R functions.

JEL classification: C11; C12; C63.

2000MSC: 62C10; 62F03; 62P20; 90-08.



1. Introducción

En las últimas décadas el enfoque bayesiano ha sido uno de los tópicos más desarrollados en la ciencia estadística. Los avances computacionales, como los algoritmos de cadenas de Markov basados en simulaciones de Monte Carlo (MCMC), han hecho que la utilización de los métodos bayesianos sea cada vez más común por parte del investigador. Sin embargo, como afirman Agresti & Min (2005), las técnicas bayesianas no son muy usadas cuando se trata de la inferencia de tablas 2×2 , siendo éste uno de los problemas más comunes en la práctica, específicamente el análisis de la diferencias de proporciones.

Este artículo está enfocado al caso en que las distribuciones *a priori* para cada una de las dos proporciones se rige por una distribución de tipo Beta¹, siguiendo los importantes resultados de Pham-Gia & Turkkan (1993), en donde se encontró la distribución exacta *a posteriori* de la diferencia de proporciones, la cual está en términos de la primera función hipergeométrica de Appell. Sin embargo, en el software estadístico R, a nuestro conocimiento actual, no existen funciones, rutinas o paquetes que calculen dicha función; en otras palabras, no es posible realizar inferencias bayesianas exactas para el problema en cuestión, aunque sí es posible hacerlo utilizando procedimientos de simulación mediante métodos de Monte Carlo.

En algunos softwares comerciales de uso frecuente, existen algunas rutinas que implementan procedimientos bayesianos –no exactos– para realizar inferencias acerca de la diferencia de dos proporciones binomiales. Entre ellos está el procedimiento BGENMOD de SAS (SAS 2006) y la librería `flexBayes` de S-PLUS (Jack, Woodard, Hoffman & O’Connell 2007). Por otra parte, existen softwares de uso libre que también permiten implementar un análisis bayesiano, basado en métodos de Monte Carlo, para el problema en cuestión; entre ellos están BUGS (Spiegelhalter, Thomas, Best & Lunn 2004) y EPIDAT (Magidson 2004). Sin embargo, los autores abogan por la utilización del software R puesto que es de libre acceso, ejecutable en una variedad de sistemas operativos incluyendo Windows, Unix y MacOS. Además, provee una plataforma para la programación de nuevos métodos estadísticos de una manera sencilla, contiene rutinas estadísticas avanzadas que aún no están disponibles en otros softwares y genera potentes gráficos actualizados con el estado de la cuestión. Adicionalmente, el código escrito en R puede ser ejecutado en softwares comerciales como SAS, SPSS y S-PLUS.

Basado en lo anterior, este artículo presenta un código computacional eficiente que permite realizar inferencia bayesiana tanto exacta como simulada mediante métodos MCMC². Estas funciones son parte de un nuevo paquete del ambiente computacional de R desarrollado por los autores del presente artículo.

El artículo está dividido de la siguiente forma: en la Sección 2 se presentan los resultados básicos de la inferencia bayesiana que son usados para la estimación y elaboración de los códigos computacionales. En la Sección 3 se presentan los resultados acerca de la distribución exacta *a posteriori* para la diferencia de proporciones y el algoritmo MCMC,

¹Cubriendo casos importantes como la distribución uniforme o la distribución no informativa de Jeffreys.

²Dado que los resultados finales, aunque similares, no son idénticos.

que utiliza el muestreo de Gibbs, para la distribución simulada. En la Sección 4 se introduce la descripción de cada una de las funciones pertenecientes al paquete propuesto. En la Sección 5, se analiza un conjunto de datos aplicados a la economía del mercadeo empresarial mediante el uso de estas funciones computacionales. Finalmente, en la Sección 6 se abordan algunas conclusiones acerca de la inferencia para la diferencia de proporciones.

2. Fundamentos teóricos

En esta sección, se presentan los resultados básicos de la estadística bayesiana en la inferencia, específicamente en la estimación puntual y la construcción de intervalos de credibilidad. Para detalles más específicos, el lector puede referirse a Gelman, Carlin, Stern & Rubin (1995).

El enfoque bayesiano, además de especificar un modelo para los datos observados $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$, dado un vector de parámetros desconocidos $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_K)$, usualmente en forma de densidad condicional $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$, supone que $\boldsymbol{\theta}$ es aleatorio y que tiene una densidad *a priori* $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})$, donde $\boldsymbol{\eta}$ es un vector de hiper-parámetros. De esta forma, la inferencia concerniente a $\boldsymbol{\theta}$ se basa en una densidad *a posteriori* $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$, dada por:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})}{\int f(\mathbf{y}|\mathbf{u})\pi(\mathbf{u}|\boldsymbol{\eta}) d\mathbf{u}}. \quad (1)$$

La expresión³ $\int f(\mathbf{y}|\mathbf{u})\pi(\mathbf{u}|\boldsymbol{\eta}) d\mathbf{u}$ puede ser considerada constante si no depende de $\boldsymbol{\theta}$ y suponiendo que \mathbf{y} es fijo. De esta manera, (1) se convierte en:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}). \quad (2)$$

Gelman, Carlin, Stern & Rubin (1995) menciona que esta expresión se conoce como la densidad *posterior* no-normalizada y encierra el núcleo técnico de la inferencia bayesiana. Con las anteriores expresiones, es posible calcular la probabilidad *a priori* de que $\boldsymbol{\theta}$ esté en una determinada región G como

$$Pr(\boldsymbol{\theta} \in G) = \int_G \pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

y también es posible calcular la probabilidad *a posteriori* de que $\boldsymbol{\theta}$ esté en la región G dados los datos observados como

$$Pr(\boldsymbol{\theta} \in G|\mathbf{y}) = \int_G p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (4)$$

En términos de inferencia predictiva, existen dos etapas que cubren las «actuales» suposiciones acerca del vector de parámetros $\boldsymbol{\theta}$. En una primera etapa –antes de la observación

³Las integrales se deben cambiar por sumas en el caso discreto.

de los datos— la suposición «actual» de $\boldsymbol{\theta}$ está dada por la densidad *a priori* $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})$. En estos términos, la distribución predictiva *a priori* de \mathbf{y} está dada por:

$$p(\mathbf{y}) = \int f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (5)$$

En esta primera etapa es posible calcular, con fines confirmatorios (Carlin & Louis 1996), la estimación puntual para el vector $\boldsymbol{\theta}$ dada por alguna medida de tendencia central para la distribución $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})$. En particular, si se escoge la media, entonces:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{y}) = \int \boldsymbol{\theta} \pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (6)$$

También es posible calcular una región C de $100(1-\alpha)\%$ de credibilidad⁴ para $\boldsymbol{\theta}$ que, en esta primera etapa, es tal que

$$1 - \alpha \leq Pr(\boldsymbol{\theta} \in C) = \int_C \pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (7)$$

La segunda etapa —después de la recolección de los datos— actualiza las suposiciones acerca de $\boldsymbol{\theta}$, puesto que ahora éste sigue una distribución *a posteriori* dada por (1). Por lo tanto, la distribución predictiva *a posteriori* de \mathbf{y} está dada por

$$p(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{y}) = \int f(\tilde{\mathbf{y}}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) d\boldsymbol{\theta}, \quad (8)$$

donde $f(\tilde{\mathbf{y}}|\boldsymbol{\theta})$ es la función de verosimilitud evaluada en nuevos valores $\tilde{\mathbf{y}}$.

De esta forma, es posible calcular la estimación puntual para el vector $\boldsymbol{\theta}$, dados los datos observados. Ésta está dada por alguna medida de tendencia central para la distribución $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$. En particular, si se escoge la media, entonces:

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{y}) = \int \boldsymbol{\theta} p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (9)$$

La región C de $100(1-\alpha)\%$ de credibilidad es tal que:

$$1 - \alpha \leq P(\boldsymbol{\theta} \in C|\mathbf{y}) = \int_C p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) d\boldsymbol{\theta}. \quad (10)$$

Suponiendo que existen dos modelos $M1$ y $M2$ candidatos para \mathbf{y} , se define el factor de Bayes en favor del modelo $M1$ como la razón de las densidades marginales de los datos para los dos modelos y es posible demostrar que equivale a la siguiente expresión:

$$FB = \frac{p(\mathbf{y}|M1)}{p(\mathbf{y}|M2)} = \frac{Pr(M1|\mathbf{y})/Pr(M2|\mathbf{y})}{Pr(M1)/Pr(M2)}. \quad (11)$$

Para evaluar esta última expresión es necesario recurrir a las expresiones (3) y (4). El factor de Bayes solo está definido cuando la integral de la densidad marginal de \mathbf{y} bajo cada modelo converge.

⁴La interpretación de las regiones de credibilidad bayesianas difiere de la interpretación de las regiones de confianza frecuentistas. La primera se refiere a la probabilidad de que el verdadero valor de $\boldsymbol{\theta}$ esté en la región. La segunda se refiere a la región de la distribución muestral para $\boldsymbol{\theta}$ tal que, dados los datos observados, se podría esperar que el $100(\alpha)\%$ de las futuras estimaciones de $\boldsymbol{\theta}$ no pertenecieran a dicha región.

El muestreo de Gibbs

Una forma popular de simular valores de una distribución *a posteriori* es mediante los métodos MCMC, los cuales establecen una cadena de Markov irreducible y aperiódica para la cual la distribución estacionaria es igual a la distribución *a posteriori* de interés (Albert 2007). Basado en la anterior, cuando la distribución *a posteriori* del vector de parámetros es difícil de encontrar teóricamente, el esquema del muestreo de Gibbs proporciona una herramienta muy útil cuando esta distribución es muy complicada y resulta difícil o costoso computacionalmente simular las observaciones directamente de la distribución exacta *a posteriori*. Gamerman & Lopes (2006) describen el siguiente algoritmo para llevar a cabo el muestreo de Gibbs:

1. Obtener teóricamente, para $k = 1, \dots, K$, las distribuciones condicionales *a posteriori*, de cada uno de los parámetros, $p(\theta_k | \theta_1, \dots, \theta_{k-1}, \theta_{k+1}, \dots, \theta_K, \mathbf{y})$.
2. Fijar el número de iteraciones J , suficientemente grande para asegurar la convergencia de la cadena, y fijar valores iniciales para el vector de parámetros $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_K^{(0)})'$.
3. Obtener un nuevo valor $\boldsymbol{\theta}^{(j)} = (\theta_1^{(j)}, \dots, \theta_K^{(j)})'$, a partir de $\boldsymbol{\theta}^{(j-1)}$, a través de sucesivas iteraciones de valores:

$$\begin{aligned}\theta_1^{(j)} &\sim p(\theta_1 | \theta_2^{(j-1)}, \theta_3^{(j-1)}, \dots, \theta_K^{(j-1)}, \mathbf{y}), \\ \theta_2^{(j)} &\sim p(\theta_2 | \theta_1^{(j-1)}, \theta_2^{(j-1)}, \dots, \theta_K^{(j-1)}, \mathbf{y}), \\ &\vdots \\ \theta_K^{(j)} &\sim p(\theta_K | \theta_1^{(j-1)}, \theta_2^{(j-1)}, \dots, \theta_{K-1}^{(j-1)}, \mathbf{y}).\end{aligned}$$

4. Repetir el paso anterior hasta completar el número de iteraciones.

Una vez completado el algoritmo, para el k -ésimo parámetro θ_k , se dispone de J valores: $\theta_k^{(1)}, \dots, \theta_k^{(J)}$. Una forma de asegurar que los valores que entren en el análisis sean valores pertenecientes a la cadena convergida es escoger los valores a partir de un punto m ; es decir, $\theta_k^{(m+1)}, \dots, \theta_k^{(J)}$. Con base en estos valores, se procede al cálculo de la esperanza del parámetro θ_k , definida como $\sum_{j=m+1}^J \theta_k^{(j)} / (J - m)$, y este simple promedio puede considerarse como una estimación puntual del parámetro θ_k . También es posible calcular el intervalo de credibilidad de $(1 - \alpha)\%$ para este parámetro como (l, u) , donde l y u son los percentiles $\alpha/2$ y $1 - \alpha/2$ del conjunto de valores $\theta_k^{(m+1)}, \dots, \theta_k^{(J)}$.

3. Detalles computacionales

Para llevar a cabo la inferencia bayesiana sobre la diferencia de proporciones, es posible calcular la función de densidad exacta *a priori* y *a posteriori* de este parámetro, o bien usar el muestreo de Gibbs para obtener la función de densidad *a posteriori* simulada.

Sin embargo, el software estadístico R actualmente no implementa rutinas o paquetes que calculen las funciones hipergeométricas de Appell que son usadas para obtener la densidad *a posteriori* de la diferencia de proporciones y, por consiguiente, tampoco existen rutinas o paquetes que lleven a cabo el respectivo procedimiento bayesiano de forma exacta. Por esta razón, en este artículo se desarrollan funciones que permiten efectuar dicho procedimiento. Antes de introducir estas funciones, se presentan los resultados concernientes a la densidad exacta *a priori* y *a posteriori* de la diferencia de proporciones y el muestreo de Gibbs.

3.1. Distribución exacta

Supongamos que la distribución *a priori* para las proporciones es $Beta(a_i, b_i)$ para el parámetro θ_i , con $i = 1, 2$; es decir, $\theta_i \sim Beta(a_i, b_i)$. Como el parámetro de interés es la diferencia de las proporciones $\theta = \theta_1 - \theta_2$, el siguiente resultado de Pham-Gia & Turkkan (1993) provee la solución exacta para encontrar la distribución *a priori* de θ .

Resultado 1. *Sea $\theta_i \sim Beta(a_i, b_i)$ con $i = 1, 2$ variables aleatorias independientes, entonces $\theta = \theta_1 - \theta_2$ tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:*

$$\pi(\theta|a_1, b_1, a_2, b_2) = \begin{cases} \frac{1}{A}B(a_2, b_1)\theta^{b_1+b_2-1}(1-\theta)^{a_2+b_1-1} \\ \quad F_1(b_1, a_1 + b_1 + a_2 + b_2 - 2, 1 - a_1, b_1 + a_2, 1 - \theta, 1 - \theta^2) \\ \quad \quad \quad \text{para } 0 < \theta \leq 1, \\ \frac{1}{A}B(a_1 + a_2 - 1, b_1 + b_2 - 1) \\ \quad \quad \quad \text{para } \theta = 0, \\ \frac{1}{A}B(a_1, b_2)(-\theta)^{b_1+b_2-1}(1+\theta)^{a_1+b_2-1} \\ \quad \quad F_1(b_2, 1 - a_2, a_1 + b_1 + a_2 + b_2 - 2, b_2 + a_1, 1 - \theta^2, 1 + \theta) \\ \quad \quad \quad \text{para } -1 \leq \theta < 0, \end{cases} \quad (12)$$

donde $A = B(a_1, b_1)B(a_2, b_2)$, con $B(a, b)$ la función beta evaluada en a y b ; es decir,

$$B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}dt. \quad (13)$$

Por otro lado, $F_1(\varphi, \eta_1, \eta_2, \psi, w_1, w_2)$ corresponde a la primera función hipergeométrica de Appell, dada por

$$\frac{\Gamma(\psi)}{\Gamma(\varphi)\Gamma(\psi-\varphi)} \int_0^1 u^{\varphi-1}(1-u)^{\psi-\varphi-1}(1-uw_1)^{-\eta_1}(1-uw_2)^{-\eta_2} du, \quad (14)$$

cuando las partes reales de φ y $\psi - \varphi$ son positivas, tal como lo muestra Bailey (1934).

Ahora supongamos que se observan los valores que toman las variables X_1, \dots, X_{n_1} e Y_1, \dots, Y_{n_2} , que denotan el éxito o fracaso en cada uno de los n_1 y n_2 ensayos independientes.

Entonces, la distribución *a posteriori* de las proporciones es $p(\theta_1|\mathbf{x}) = \text{Beta}(\alpha_1, \beta_1)$ y $p(\theta_2|\mathbf{y}) = \text{Beta}(\alpha_2, \beta_2)$, donde $\alpha_i = a_i + x_i$ y $\beta_i = b_i + n_i - x_i$ para $i = 1, 2$.

Para el parámetro de interés $\theta = \theta_1 - \theta_2$, es posible hallar su distribución *a posteriori* usando el Teorema 1. Por tanto, la función de densidad *a posteriori* dada las observaciones de θ es:

$$p(\theta|\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} \frac{1}{A} B(\alpha_2, \beta_1) \theta^{\beta_1+\beta_2-1} (1-\theta)^{\alpha_2+\beta_1-1} \\ \quad F_1(\beta_1, \alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 - 2, 1 - \alpha_1, \beta_1 + \alpha_2, 1 - \theta, 1 - \theta^2) \\ \quad \text{para } 0 < \theta \leq 1, \\ \\ \frac{1}{A} B(\alpha_1 + \alpha_2 - 1, \beta_1 + \beta_2 - 1) \\ \quad \text{para } \theta = 0, \\ \\ \frac{1}{A} B(\alpha_1, \beta_2) (-\theta)^{\beta_1+\beta_2-1} (1+\theta)^{\alpha_1+\beta_2-1} \\ \quad F_1(\beta_2, 1 - \alpha_1, \alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 - 2, \beta_2 + \alpha_1, 1 - \theta^2, 1 + \theta) \\ \quad \text{para } -1 \leq \theta < 0, \end{cases} \quad (15)$$

donde las definiciones de A y F_1 son enunciadas en el Resultado 1.

Dadas las distribuciones *a priori* y *a posteriori* de θ , es posible calcular la estimación puntual *a priori* y *a posteriori* junto con el intervalo de credibilidad *a priori* y *a posteriori*. Para calcular la estimación puntual *a priori*, tenemos

$$E(\theta) = E(\theta_1) - E(\theta_2) = \int_0^1 \theta_1 \pi(\theta_1|a_1, b_1) d\theta_1 - \int_0^1 \theta_2 \pi(\theta_2|a_2, b_2) d\theta_2. \quad (16)$$

Para calcular el intervalo de credibilidad *a priori*, se debe encontrar dos valores l y u tales que:

$$Pr(l \leq \theta \leq u) = 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

En la práctica se escoge l y u de tal manera que $Pr(\theta < l) = Pr(\theta > u) = \alpha/2$. En consecuencia, se buscan valores l y u con

$$\int_{-1}^l \pi(\theta|a_1, b_1, a_2, b_2) d\theta = \int_u^1 \pi(\theta|a_1, b_1, a_2, b_2) d\theta = \frac{\alpha}{2}, \quad (17)$$

donde $\pi(\theta|a_1, b_1, a_2, b_2)$ es la función de densidad *a priori* de θ en (12).

Cuando los valores de las variables han sido observadas, la estimación puntual *a posteriori* se define como:

$$E(\theta|\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E(\theta_1|\mathbf{x}) - E(\theta_2|\mathbf{y}) = \int_0^1 \theta_1 p(\theta_1|\mathbf{x}) d\theta_1 - \int_0^1 \theta_2 p(\theta_2|\mathbf{y}) d\theta_2. \quad (18)$$

De modo similar, el intervalo de credibilidad está dado por dos valores l y u tales que

$$Pr(l \leq \theta \leq u|\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

En consecuencia, se buscan valores l y u con

$$\int_{-1}^l p(\theta|\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\theta = \int_u^1 p(\theta|\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\theta = \frac{\alpha}{2}, \quad (19)$$

donde $p(\theta|\mathbf{x}, \mathbf{y})$ es la distribución *a posteriori* de θ dada por (15).

Además de estimar el parámetro θ , es posible obtener predicciones acerca de posibles resultados en nuevas muestras observadas por medio de la distribución predictiva *a posteriori* dada en (8). Para tal fin, es necesario calcular la función de verosimilitud de los datos dada por

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}|\theta_1, \theta_2) = \theta_1^{s_x} (1 - \theta_1)^{n_1 - s_x} \theta_2^{s_y} (1 - \theta_2)^{n_2 - s_y}, \quad (20)$$

donde $s_x = \sum_{i=1}^{n_1} x_i$, $s_y = \sum_{i=1}^{n_2} y_i$, n_1 y n_2 es el tamaño de muestras de las dos poblaciones y, x_i , y_i son las realizaciones de variables aleatorias con distribución Bernoulli. A continuación se ilustra el cálculo de la función predictiva con un ejemplo sencillo: supongamos que se vuelven a observar dos muestras, ambas de tamaños 1; es decir, ahora existen dos nuevas variables \tilde{X} y \tilde{Y} que denotan el éxito o fracaso en cada ensayo de la muestra, respectivamente. Entonces, la probabilidad de que ambos ensayos tengan como resultado éxito está dada por:

$$Pr(\tilde{X} = \tilde{Y} = 1) = \int_0^1 \int_0^1 \theta_1 \theta_2 p(\theta_1|\mathbf{x}) p(\theta_2|\mathbf{y}) d\theta_1 d\theta_2. \quad (21)$$

3.2. Distribución simulada

Desde otro punto de vista, es posible aplicar el muestreo de Gibbs para encontrar la estimación puntual y el respectivo intervalo de credibilidad. En este contexto, las distribuciones tanto *a priori* como *a posteriori* de θ_1 y θ_2 son independientes. Por lo tanto, las distribuciones condicionales *a posteriori* de θ_i , con $i = 1, 2$ en la j -ésima iteración son iguales a las respectivas distribuciones *a posteriori* de θ_i con $i = 1, 2$. Es decir, $p(\theta_1|\theta_2^{(j-1)}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = p(\theta_1|\mathbf{x})$ y $p(\theta_2|\theta_1^{(j-1)}, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = p(\theta_2|\mathbf{y})$. Nótese que, en este caso, los resultados de la j -ésima iteración y los de la $j - 1$ -ésima iteración son independientes y, por consiguiente, no hay necesidad de fijar valores iniciales. Esto conlleva que, debido a la independencia, la convergencia del algoritmo se tenga desde su primera iteración. De esta manera, el algoritmo del muestreo de Gibbs se convierte en:

1. Fijar el número de iteraciones J .
2. Simular J observaciones de la distribuciones $p(\theta_1|\mathbf{x})$ y $p(\theta_2|\mathbf{y})$ respectivamente de manera que se dispone de valores $\theta_1^{(1)}, \dots, \theta_1^{(J)}$ y $\theta_2^{(1)}, \dots, \theta_2^{(J)}$.
3. Calcular la diferencia entre los valores simulados: $\theta_1^{(1)} - \theta_2^{(1)}, \dots, \theta_1^{(J)} - \theta_2^{(J)}$. Cada uno de estos valores corresponde al valor de la distribución *a posteriori* de $\theta_1 - \theta_2$.

Una vez termine el anterior algoritmo, es posible calcular la estimación puntual de $\theta = \theta_1 - \theta_2$ como el promedio $\sum_{j=1}^J (\theta_1^{(j)} - \theta_2^{(j)})/J$ y el intervalo de credibilidad, donde los límites inferior y superior corresponden a los percentiles $\alpha/2$ y $1 - \alpha/2$ de los valores $\theta_1^{(1)} - \theta_2^{(1)}, \dots, \theta_1^{(J)} - \theta_2^{(J)}$, respectivamente.

4. Código en R

4.1. Recursos en Internet

La página WEB <http://CRAN.R-project.org/> es la página oficial del software estadístico R (R Development Core Team 2008). En ésta se encuentran la descarga y la actualización del software R, además de numerosas librerías y paquetes específicos como el que se presenta en el presente artículo.

Por otro lado, está la página <http://predictive.wordpress.com/stats/propbayes/>, donde se encuentra la documentación y ayuda completa del paquete que contiene las funciones resultantes de este artículo. Los lectores interesados pueden descargar el paquete en esta página. Alternativamente, es posible importar las funciones del paquete directamente proveyendo la dirección URL apropiada como un argumento a la función fuente de R.

4.2. Descripción del código computacional

A continuación se introducen las funciones principales para llevar a cabo la metodología bayesiana exacta, objeto de este artículo, para la diferencia de dos proporciones cuando el tamaño de muestra es moderado para cada una de las dos distribuciones binomiales.

- **F1** Esta función calcula la primera función de Appell dada por (14). La forma de uso de la función es `F1(A,B1,B2,C,X1,X2)`, donde `A`, `B1`, `B2` y `C` corresponden a los valores ϕ , η_1 , η_2 y ψ ; `X1` y `X2` corresponden a w_1 y w_2 , respectivamente. Esta función utiliza la función `integrate` propia del ambiente R, la cual hace eficiente computacionalmente el análisis bayesiano para la diferencia de proporciones.
- **plot.dist** Esta función calcula y grafica la distribución exacta *a priori* y *a posteriori* del parámetro de interés, $\theta = \theta_1 - \theta_2$, usando (12) y (15), respectivamente. La forma de uso de la función es `plot.dist(a1,b1,a2,b2,plot)`. Para calcular la distribución *a priori*, `a1`, `b1`, `a2` y `b2` deben corresponder a los parámetros de la distribución *a priori* de θ_1 y θ_2 , respectivamente. Para calcular la distribución *a posteriori*, `a1`, `b1`, `a2` y `b2` deben corresponder a los parámetros de la distribución *a posteriori* de θ_1 y θ_2 , respectivamente. El argumento `plot` corresponde a la opción de graficar la función, cuando `plot=TRUE`, elabora la gráfica; y cuando `plot=FALSE`, solo realiza los cálculos, omitiendo la gráfica de la función.
- **p.est** Esta función calcula la estimación puntual bayesiana *a priori* o *a posteriori* de $\theta = \theta_1 - \theta_2$ dada por (16) y (18), respectivamente. Ésta usa los resultados de la función `plot.dist`. La forma de uso de la función es `p.est(a1,b1,a2,b2)`, donde los cuatro argumentos corresponden a los mismos `a1`, `b1`, `a2`, `b2` de la función `plot.dist`. La estimación puntual bayesiana, tanto *a priori* como *a posteriori*, se lleva a cabo usando esta función.
- **percentil** Esta función calcula los percentiles de la distribución *a priori* o *a posteriori* del parámetro $\theta = \theta_1 - \theta_2$, y usa los resultados de la función `plot.dist`. Dada

una probabilidad v , el percentil asociado con v es aquel valor a con $P(\theta < a) = v$. La forma de uso de la función es `percentil(val, a1, b1, a2, b2)`, donde `val` corresponde a la probabilidad v y los restantes cuatro argumentos corresponden a los mismos de la función `plot.dist`. El cálculo del intervalo de credibilidad *a priori* o *a posteriori* se lleva a cabo usando esta función.

- `prob` Esta función calcula la probabilidad *a priori* o *a posteriori* de que $\theta > d$, usando los resultados de la función `plot.dist`. La forma de uso de la función es `prob(val, a1, b1, a2, b2)`, donde `val` corresponde al valor d , y los restantes cuatro `a1, b1, a2, b2` corresponden a los mismos `a1, b1, a2, b2` de la función `plot.dist`. El cálculo del factor de Bayes, dado en (11), se lleva a cabo usando esta función.
- `plot.pred` Esta función calcula y grafica la función de densidad predictiva *a priori* o *a posteriori* de la variable $S_x - S_y$ dada por (5) y (8), respectivamente, cuando se tienen dos nuevas muestras de tamaño n_1 y n_2 . La forma de uso de la función es `plot.pred(a1, b1, a2, b2, n1, n2, plot)`. Los primeros cuatro argumentos corresponden a los argumentos de la función `plot.dist`; los dos argumentos siguientes corresponden a los tamaños de muestra n_1 y n_2 ; y el último argumento `plot` corresponde a la opción de graficación. Cuando `plot=TRUE`, elabora la gráfica; y cuando `plot=FALSE`, solo realiza los cálculos, omitiendo la gráfica de la función predictiva.
- `plot.gibbs` Esta función calcula la estimación puntual, el intervalo de credibilidad *a posteriori* y grafica la función de densidad *a posteriori* para θ , usando el muestreo de Gibbs descrito en la secciones anteriores. La forma de uso de la función es `plot.gibbs(a1, b1, a2, b2, nsim, plot, chain)`. Los argumentos `a1, b1, a2` y `b2` corresponden a los parámetros de las distribuciones *a posteriori* de θ_1 y θ_2 , respectivamente. `nsim` corresponde al número de iteraciones del algoritmo. `plot` corresponde a la opción de graficar la distribución *a posteriori* simulada. Cuando `plot=TRUE`, elabora la gráfica y cuando `plot=FALSE`, omite la gráfica. `chain` corresponde a la opción de graficar los valores simulados de la distribución *a posteriori*; cuando `chain=TRUE`, muestra gráficamente estos valores simulados; cuando `chain=FALSE`, omite la gráfica.

5. Una aplicación al mercadeo empresarial

Pope (1984) afirma que el empaque de un producto juega un papel muy importante en la decisión de compra de los consumidores, pues éste sirve como mecanismo para captar la atención, recordar a los compradores actuales y crea expectativa sobre lo que está adentro, entre otras. Lo anterior implica que un mejor empaque puede ser de significación para un producto, en términos de su posicionamiento en el mercado y/o en el aumento de las ventas del producto. Por esta razón, es indispensable realizar una prueba de empaque antes de lanzar oficialmente un nuevo producto o cambiar la presentación de un producto comercializado en la actualidad. En esta sección, se presenta una aplicación de las funciones creadas en este artículo aplicado a datos reales resultante de una prueba de empaque. La

documentación de estas funciones está descrita en la Sección 4.2 y están disponibles en la página de internet dada en la Sección 4.1.

De esta manera, siguiendo a Magidson (1982), supongamos que una empresa desea cambiar el empaque y la forma de presentación de un producto particular que está regularmente posicionado en el mercado. Para evaluar el impacto de la nueva presentación en la intención de compra del producto, el gerente de *marketing* planea una prueba de empaque por medio de la recolección de información en una sesión de grupo (*focus group*). La prueba fue realizada en 124 consumidores, donde a cada uno de ellos se le pregunta sobre la preferencia entre el empaque nuevo y el actual, en términos de la intención de compra, y los resultados de la prueba de empaque se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Tabla de conteos resultante de una prueba de empaque.

Empaque	Compra	No compra	Total
Nuevo	32	31	63
Actual	11	24	35

Mediante el análisis estadístico de estos datos se debe responder a la siguiente pregunta: ¿El cambio de empaque afecta la intención de compra de los consumidores en la categoría?

Análisis frecuentista

El análisis estadístico de los datos necesita de un modelo cuyas características generales se dan a continuación. Supongamos que θ_1 es la probabilidad de que se venda un producto con empaque nuevo y que θ_2 es la probabilidad de venta de un producto con empaque actual. Sea $X_i = 1$ si el i -ésimo consumidor encuestado tiene intención de comprar el producto con empaque nuevo y $X_i = 0$ si no tiene intención de comprar el producto con empaque nuevo. De la misma manera, se define $Y_i = 1$ si el i -ésimo consumidor tiene intención de comprar el producto con empaque actual y $Y_i = 0$ en otro caso.

Si asumimos que existe independencia entre y dentro de cada tipo de empaque y que θ_1 y θ_2 son constantes entre los consumidores, entonces su decisión de compra forma una secuencia de ensayos Bernoulli. Definiendo, $S_x = \sum_{i=1}^{63} X_i$ y $S_y = \sum_{i=1}^{35} Y_i$, se concluye que

$$S_x|\theta_1 \sim \text{Binomial}(63, \theta_1) \quad S_y|\theta_2 \sim \text{Binomial}(35, \theta_2) \quad (22)$$

Bajo este marco de referencia, casi todos los textos básicos de inferencia estadística (Canavos 1988) proponen que la distribución de la diferencia de dos proporciones muestrales, dada por

$$D = \frac{S_x}{n_1} - \frac{S_y}{n_2}, \quad (23)$$

donde n_1 es el tamaño de muestra de los consumidores de empaque nuevo y n_2 es el tamaño de muestra de los consumidores de empaque actual, es aproximada mediante una

distribución normal de media nula y de varianza $V_{\theta}(D) = (1/n_1 + 1/n_2)\theta(1-\theta)$. Se supone que los conteos tienen una distribución binomial con el mismo parámetro $\theta = \theta_1 = \theta_2$. Por tanto, para juzgar la hipótesis $\theta_1 = \theta_2$, se construye una nueva variable aleatoria $U = D/\sqrt{V_{\hat{\theta}}(D)}$ que aproximadamente⁵ tiene distribución normal estándar. También es posible utilizar la variable U^2 que aproximadamente tiene una distribución chi-cuadrado con un grado de libertad.

Para responder a la pregunta de interés, el investigador estaría tentado a realizar una prueba de diferencia de dos proporciones y a tomar una decisión con respecto al valor p arrojado por dicha prueba. A continuación se muestran los resultados arrojados por la función `prop.test` propia del ambiente computacional del software R (R Development Core Team 2008).

```
> n1 <- 63 ; x1 <- 32
> n2 <- 35 ; x2 <- 11
> prop.test(c(x1,x2),c(n1,n2))
```

2-sample test for equality of proportions with continuity correction

```
data: c(x1, x2) out of c(n1, n2)
X-squared = 2.6852, df = 1, p-value = 0.1013
alternative hypothesis: two.sided
```

De esta manera, para un nivel de significación del 5%, no se rechaza la hipótesis de igualdad de proporciones. En otras palabras, no se encuentra evidencia de que el cambio al empaque nuevo tenga algún efecto sobre la decisión de compra comparado con el empaque actual.

Análisis bayesiano *a priori*

Sin duda alguna, una de las herramientas más poderosas de la inferencia bayesiana es la definición de la distribución *a priori* de los parámetros y como afirma Gelman (2008): de la misma manera que no existe un principio general al definir una verosimilitud para una muestra aleatoria, en el caso frecuentista, tampoco existe un principio general para definir una distribución *a priori*, en el caso bayesiano. Por lo anterior, esta etapa del análisis bayesiano debe ser recorrida con mucho cuidado.

Se supone que la distribución *a priori* para la proporción de admisión θ_i es $Beta(a_i, b_i)$ con $i = 1, 2$. En la Figura 1 se observan dos candidatos miembros de la familia de las distribuciones Beta; estos son, $Beta(1, 1)$ y $Beta(2, 2)$. Nótese que la distribución $Beta(1, 1)$ se reduce a la distribución uniforme continua sobre el intervalo $(0, 1)$, la cual es una distribución *a priori* no informativa y parece natural pensar que esta distribución pueda adecuarse a este contexto. Por otro lado, la distribución $Beta(2, 2)$ da mayor peso al valor 0.5 para la probabilidad de venta y da menor peso a los valores extremos reflejando así, que

⁵Puesto que $\hat{\theta} = (S_x + S_y)/(n_1 + n_2)$.

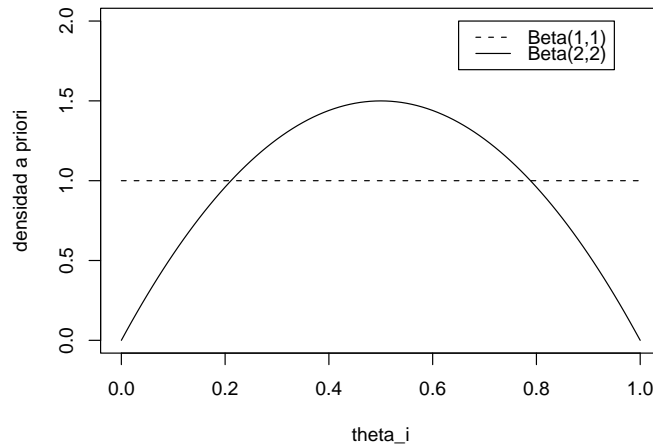


Figura 1: Dos distribuciones *a priori* para la proporción θ_i con $i = 1, 2$.

la probabilidad de vender el producto es la misma sin importar el empaque. Lo anterior conduce a una modesta percepción del investigador hacia el nuevo empaque.

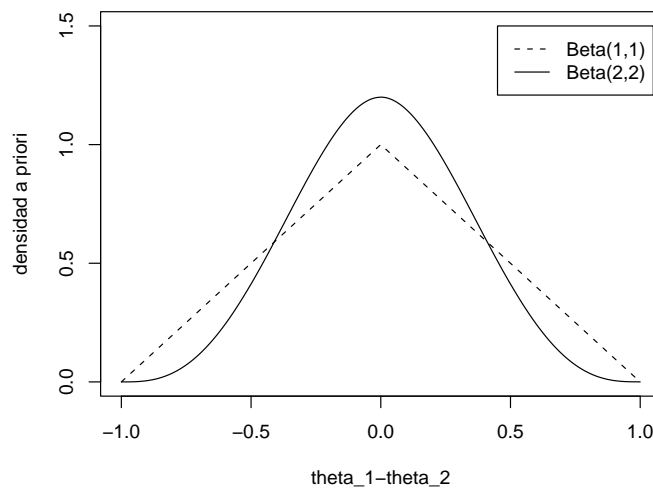


Figura 2: Distribución *a priori* para la diferencia de proporciones $\theta_1 - \theta_2$.

Mediante las distribuciones *a priori* de cada uno de los parámetros, se calcula la distribución *a priori* de la diferencia de proporciones $\theta = \theta_1 - \theta_2$, para cada una de las dos distribuciones mencionadas anteriormente para θ_i con $i = 1, 2$. Este cálculo hace uso del Resultado 1 y del siguiente código. La gráfica de estas distribuciones exactas se muestra en la Figura 2 y se realiza mediante el uso de la función `plot.dist`:

```
> priori1 <- plot.dist(1,1,1,1, plot=FALSE)
> priori2 <- plot.dist(2,2,2,2, plot=FALSE)
```

Nótese que las dos distribuciones *a priori* son simétricas con respecto al valor cero. Sin

embargo, nuestra atención estará centrada en la distribución $Beta(2, 2)$ como distribución *a priori* para ambas proporciones; por tanto, si quisiéramos hallar una estimación puntual o por intervalo *a priori* para la diferencia de proporciones θ , simplemente recurriríamos a las funciones `p.est` y `percentil`, respectivamente, tal como lo indica el siguiente código:

```
> a1 <- 2 ; b1 <- 2
> a2 <- 2 ; b2 <- 2
> p.est(a1,b1,a2,b2)
[1] -6.589832e-18
> percentil(0.05,a1,b1,a2,b2)
[1] -0.525
> percentil(0.95,a1,b1,a2,b2)
[1] 0.525
```

La estimación puntual *a priori* es muy cercana al valor 0, indicando que la probabilidad de venta con el empaque nuevo debería ser igual a la del empaque actual. El intervalo de credibilidad es simétrico con respecto al valor 0, confirmando la suposición «actual» de que no existe diferencia significativa en los dos tipos de empaques; y, según esa suposición, la probabilidad de que se venden más productos de empaque nuevo que de empaque actual debe ser equivalente a la probabilidad de que se venden más productos de empaque actual que de empaque nuevo. Haciendo uso de la función `prob` se tiene que $Pr(\theta > 0) = Pr(\theta < 0) \approx 0,5$.

```
> prob(0,a1,b1,a2,b2)
[1] 0.503
```

Análisis bayesiano *a posteriori*

A continuación se realiza el análisis *a posteriori* para θ , incorporando la información contenida en las muestras observadas (Tabla 1). En primer lugar, se especifican los parámetros de las distribuciones *a posteriori* de θ_1 y θ_2 , las cuales son $Beta(34, 33)$ y $Beta(13, 26)$, respectivamente.

```
> a11 <- a1+x1 ; be1 <- b1+n1-x1
> a12 <- a2+x2 ; be2 <- b2+n2-x2
```

A partir de éstas, se calcula la distribución *a posteriori* exacta para $\theta = \theta_1 - \theta_2$ usando (15). La gráfica de esta distribución *a posteriori*, que se realiza usando la función `plot.dist`, se muestra en la Figura 3.

```
> plot.dist(a11,be1,a12,be2, plot=TRUE)
```

Con este simple paso hemos «actualizado» nuestras suposiciones con respecto a θ . La Figura 3 muestra una distribución *a posteriori* que no está centrada en cero y, por consiguiente, pone en tela de juicio la igualdad entre los tipos de empaque. Una estimación

puntual exacta del parámetro θ está dada por la media de la distribución. Haciendo uso de la función `p.est` se encuentra que esta estimación corresponde a un número positivo, sugiriendo que la probabilidad de venta de un producto con el empaque nuevo es superior a la de un producto con el empaque actual.

```
> p.est(a11,be1,a12,be2)
[1] 0.1741294
```

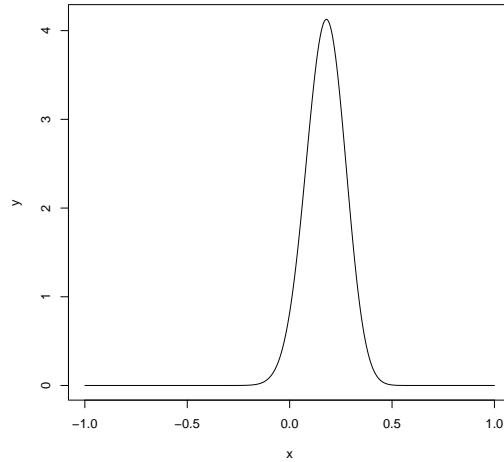


Figura 3: Distribución *a posteriori* para la diferencia de proporciones $\theta_1 - \theta_2$.

La suposición de que sí existe evidencia de que el nuevo empaque afecta de manera positiva a la intención de compra del consumidor se verifica al calcular el intervalo de credibilidad al 95 %, usando la función `percentil`, puesto que este intervalo (0.015,0.33) no contiene al valor cero. Más aún, la probabilidad de que la diferencia de proporciones sea positiva, calculada mediante la función `prob`, resulta ser $Pr(\theta > 0) \approx 0,964$.

```
> percentil(0.05,a11,be1,a12,be2)
[1] 0.015
> percentil(0.95,a11,be1,a12,be2)
[1] 0.33
> prob(0,a11,be1,a12,be2)
[1] 0.964069
```

Desde otro punto de vista, el valor crítico que θ debe exceder para que exista diferencia entre los dos tipos de empaque es el valor cero. Dado este valor de corte, es natural comparar las hipótesis $M_1 : \theta > 0$ y $M_2 : \theta \leq 0$. De esta manera, el factor de Bayes en favor de M_1 se calcula fácilmente, usando (11) y la función `prob`, mediante el siguiente código computacional

```
> num <- prob(0,a11,be1,a12,be2)/(1-prob(0,a11,be1,a12,be2))
> den <- prob(0,a1,b1,a2,b2)/(1-prob(0,a1,b1,a2,b2))
```

```

> FB <- num/den
> FB
[1] 26.511

```

Jeffreys (1961) propuso una escala empírica para clasificar la evidencia a favor de M_1 cuando se utilizan los factores de Bayes. Según esta escala, existe una fuerte evidencia de que los efectos de los tipos de empaque sobre la decisión de compra son diferentes a favor del empaque nuevo. La Figura 4 muestra la distribución predictiva *a posteriori*, utilizando la función `plot.pred`, cuando se consideran muestras futuras de tamaño $n_1 = n_2 = 5$, $n_1 = n_2 = 10$ y $n_1 = n_2 = 15$, respectivamente. En estos tres casos la balanza se inclina a favor de la venta de los productos con el empaque nuevo.

```

> plot.pred(a11,be1,a12,be2,1,1,plot=TRUE)
> plot.pred(a11,be1,a12,be2,3,3,plot=TRUE)

```

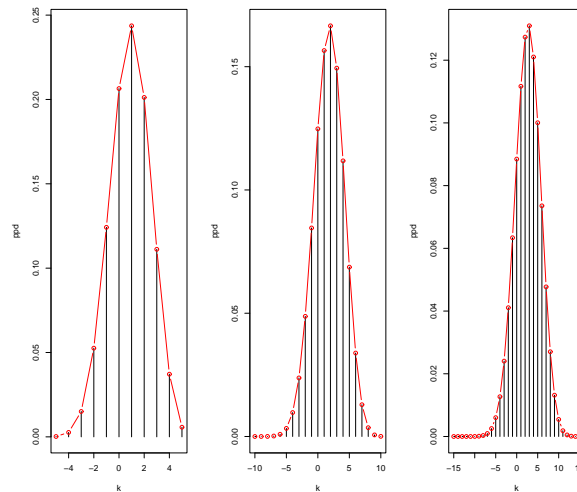


Figura 4: Distribución predictiva *a posteriori* para la diferencia de proporciones en muestras de tamaño 5, 10 y 15.

Los resultados del análisis simulado usando el muestreo de Gibbs son equivalentes a los encontrados con el análisis exacto. Como se observa en la Figura 5, la cadena de Markov converge en la primera iteración y la distribución *a posteriori* es equivalente a la distribución encontrada de manera exacta. Este análisis simulado se realizó mediante la función `plot.gibbs`, la cual también devuelve la estimación puntual para θ y el respectivo intervalo de credibilidad cuyos resultados fueron muy similares a los anteriormente mencionados.

```

> plot.gibbs(a11,be1,a12,be2,10000,plot=FALSE,chain=TRUE)
> plot.gibbs(a11,be1,a12,be2,10000,plot=TRUE,chain=FALSE)

```

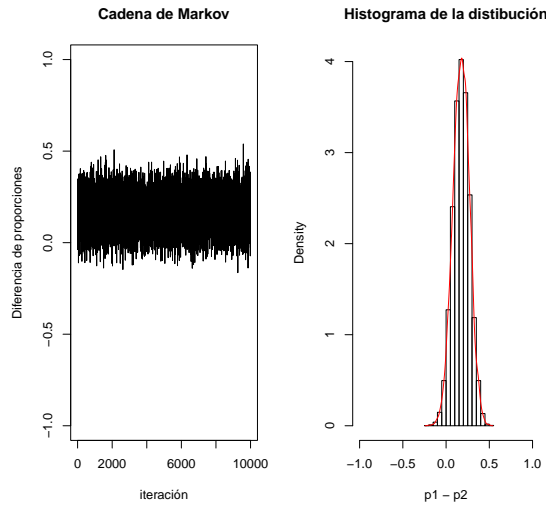


Figura 5: Convergencia de la cadena y respectiva distribución *a posteriori* usando el muestreo de Gibbs.

5.1. Validación del nuevo empaque usando independencia

El problema de evaluar el impacto del cambio de empaque sobre la venta del producto también puede ser resuelto considerando la información recolectada como datos categóricos pertenecientes a una tabla de contingencia 2×2 , donde se tienen las categorías en filas y columnas y éstas conducen a la definición de dos variables aleatorias discretas, C y F . Las realizaciones de C se denotan como c_1 y c_2 y las de F como f_1 y f_2 (ver Tabla 2). Bajo esta perspectiva, el investigador desea saber si las filas son independientes de las columnas. Si esto sucede, en el caso de la prueba de producto, es posible concluir que el cambio de empaque no tiene un efecto significativo en la intención de compra del producto.

Tabla 2: Tabla de contingencia 2×2 .

	c_1	c_2	Total
f_1	s_x	$n_1 - s_x$	n_1
f_2	s_y	$n_2 - s_y$	n_2

Existen varios métodos estadísticos utilizados para verificar la independencia entre filas y columnas; dos de los más conocidos, en el enfoque frecuentista, son la prueba Ji-cuadrado y la prueba exacta de Fisher. La prueba Ji-cuadrado (*Pearson's Test*) utiliza resultados de teoría asintótica y por tanto solo debe ser utilizada cuando los totales marginales, n_1 y n_2 , son grandes. Por otra parte, tampoco es apropiado utilizarlo en tablas de contingencia 2×2 puesto que, en este caso particular, la estadística de prueba «asintótica» tendría un solo grado de libertad. Por otro lado, Fisher propuso una solución a este inconveniente (*Fisher's Exact Test*) la cual guía a la probabilidad «exacta», basada en una distribución hipergeométrica, de obtener un arreglo particular en una tabla 2×2 . Sin embargo, esta solución frecuentista tiene problemas de orden práctico (Agresti & Coull 1998).

Retomando el caso de la prueba de empaque, usamos los comandos `chisq.test` y `fisher.test`

en \mathbb{R} para llevar a cabo estos dos procedimientos de verificación de independencia entre filas y columnas. Es posible observar que, en ambos procedimientos, el valor p es mayor que el nivel de significación usual del 5%, indicando que hay independencia entre las filas y las columnas. De esta forma, los dos métodos en el enfoque frecuentista coinciden en que la decisión de compra no está influenciada por el tipo de empaque; esto es, el cambio de empaque no tiene efecto sobre la intención de compra de los consumidores.

```
> Datos <- matrix(c(x1,n1-x1,x2,n2-x2),2,2)
> chisq.test(Datos)
```

Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction

```
data: Datos
X-squared = 2.6852, df = 1, p-value = 0.1013
```

```
> fisher.test(Datos)
```

Fisher's Exact Test for Count Data

```
data: Datos
p-value = 0.08914
```

Una alternativa bayesiana para analizar la independencia entre filas y columnas en una tabla de contingencia 2×2 es analizar la diferencia de las dos proporciones utilizando el método descrito en las secciones anteriores. En primer lugar, nótese que, por la definición clásica de independencia, C y F son independientes si y solo si:

$$Pr(F = f_i) = Pr(F = f_i | C = c_j) \quad i, j = 1, 2. \quad (24)$$

Por otra parte, supongamos que el análisis bayesiano de diferencia de proporciones arroja como conclusión que θ_1 y θ_2 son estadísticamente iguales⁶. Bajo este supuesto, por el Teorema de Probabilidad Total, se tiene que:

$$\begin{aligned} Pr(F = f_1) &= Pr(F = f_1 | C = c_1)Pr(C = c_1) + Pr(F = f_1 | C = c_2)Pr(C = c_2) \\ &= Pr(F = f_1 | C = c_1)Pr(C = c_1) + Pr(F = f_1 | C = c_1)Pr(C = c_2) \\ &= Pr(F = f_1 | C = c_1)[Pr(C = c_1) + Pr(C = c_2)] \\ &= Pr(F = f_1 | C = c_1), \end{aligned}$$

puesto que $Pr(C = c_1) + Pr(C = c_2) = 1$. Con esto se concluye que $Pr(F = f_1) = Pr(F = f_1 | C = c_1)$. Análogamente se tiene también que $Pr(F = f_i) = Pr(F = f_i | C = c_j)$ para

⁶En el contexto de la tabla de contingencia, $\theta_1 = Pr(F = f_1 | C = c_1)$ y $\theta_2 = Pr(F = f_1 | C = c_2)$. También es útil notar que s_x es una realización de la variable S_x , mientras que s_y es una realización de la variable S_y .

$i, j = 1, 2$. Con lo anterior se concluye que si $\theta_1 = \theta_2$, entonces existe independencia entre las filas y columnas.

En el caso de la prueba de empaque, el análisis bayesiano condujo a la conclusión de que $\theta_1 > \theta_2$ puesto que:

1. Siendo $\theta = \theta_1 - \theta_2$, se tiene que $Pr(\theta > 0) \approx 0,964$.
2. El factor de Bayes a favor del modelo $M_1 : \theta > 0$ es 26,511, indicando que los datos muestran una fuerte evidencia a favor de que el nuevo empaque afecta de manera positiva la intención de compra.

Por lo anterior, las filas y las columnas de la tabla de contingencia no se consideran independientes; esto es, el cambio de empaque sí influye significativamente en la decisión de compra de los consumidores. En este caso, el empaque nuevo promueve favorablemente la venta del producto comparado con el empaque actual y la recomendación gerencial debería estar enfocada en el lanzamiento del producto con el nuevo empaque.

6. Conclusión

A pesar de los avances teóricos y computacionales en la estadística bayesiana en las últimas décadas, poca atención se ha prestado a uno de los problemas más comunes en la investigación estadística, el análisis de la diferencia de proporciones. Lo anterior implica que, para este problema específico, la distribución exacta *a posteriori*, encontrada por Pham-Gia & Turkkan (1993), sea muy difícil de implementar en la práctica, dada su forma compleja.

En este artículo se plantea la solución computacional a este problema, mediante la creación de una serie de funciones, enmarcadas en el software estadístico R, que permiten realizar un análisis bayesiano exhaustivo: desde la definición de la distribución *a priori* para el parámetro de interés hasta la realización de pruebas de hipótesis bayesianas. Este paquete de funciones no solo se remite a los cálculos numéricos exactos para las distribuciones, sino que también permite representar gráficamente funciones predictivas que reflejan las suposiciones «actuales» acerca de la diferencia de proporciones.

Como una aplicación empírica, se proponen dos soluciones, de tipo bayesiano y frecuentista, a un problema empresarial referente al cambio del empaque de un producto en una categoría de mercado. Como resultado de esta práctica se concluye que las técnicas estadísticas clásicas frecuentistas guían a una conclusión errónea acerca del juzgamiento de la hipótesis de interés. Sin embargo, al utilizar las técnicas bayesianas, aparte de llegar a las conclusiones correctas, es posible obtener información adicional acerca del comportamiento de los parámetros que el enfoque clásico no brinda.

Referencias

- Agresti, A. & Coull, B. A. (1998), ‘Approximate is better than exact for interval estimation of binomial proportions’, *The American Statistician* **52**(2), 119–126.
- Agresti, A. & Min, Y. (2005), ‘Frequentist performance of bayesian confidence intervals for comparing proportions in 2×2 contingency tables’, *Biometrics* **61**, 515–523.
- Albert, J. (2007), *Bayesian Computation with R*, Springer.
- Bailey, W. N. (1934), ‘On the Reducibility of Appell’s Function F_4 ’, *Quart. J. Math* **5**, 291–292.
- Canavos, G. C. (1988), *Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos*, McGraw-Hill.
- Carlin, B. P. & Louis, T. A. (1996), *Bayes and Empirical Bayes for Data Analysis*, 1 edn, Chapman and Hall/CRC.
- Fisher, R. A. (1970), *Statistical Methods for Research Workers*, 15 edn, Macmillan Pub. Co.
- Gamerman, D. & Lopes, H. F. (2006), *Markov Chain Monte Carlo*, Chapman and Hall/CRC.
- Gelman, A. (2008), ‘Objections to bayesian statistics’, *Bayesian Analysis* **3**(3), 445–450.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S. & Rubin, D. B. (1995), *Bayesian Data Analysis*, 1 edn, Chapman and Hall/CRC.
- Jack, A., Woodard, D., Hoffman, J. & O’Connell, M. (2007), *Bayesian Modeling with S-PLUS and the flexBayes Library*, Insightful Corporation.
- Jeffreys, H. (1961), *The Theory of Probability*, Oxford.
- Magidson, J. (1982), ‘Some common pitfalls in causal analysis of categorical data’, *Journal of Marketing Research* **19**, 461–471.
- Magidson, J. (2004), ‘Epidat 3.0: programa para análisis epidemiológico de datos tabulados’, *Revista Española de Salud Pública* **78**(2), 277–280.
- Pham-Gia, T. & Turkkan, N. (1993), ‘Bayesian analysis of the difference of two proportions’, *Communications in Statistics: Theory and Methods* **22**(6), 1755–1771.
- Pope, J. L. (1984), *Investigación de mercados. Guía maestra para el profesional*, Grupo Editorial Norma.
- R Development Core Team (2008), *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- SAS (2006), *Preliminary Capabilities for Bayesian Analysis in SAS/STAT Software*.
- Spiegelhalter, D., Thomas, A., Best, N. & Lunn, D. (2004), *WinBUGS User Manual*.

Una combinación de un algoritmo voraz con algoritmos genéticos para optimizar la producción de cartón ondulado

TORNADIJO RODRÍGUEZ, TOMÁS F.

Departamento de Informática

Cartonajes Vir, S.A.

Correo electrónico: tornadijo@telecable.es

RESUMEN

En este trabajo se propone la utilización de un algoritmo genético para la optimización del corte continuo de planchas de cartón, un problema habitual en la industria cartonera, donde la minimización de mermas de materia prima y el cumplimiento de los plazos de fabricación son dos objetivos prioritarios de la planificación de la producción.

Las soluciones aportadas por un algoritmo voraz se utilizan como semillas para el algoritmo genético. Se utiliza el operador de recombinación de cruce en un punto.

Palabras clave: industria cartonera; cajas de cartón; algoritmos genéticos; SPP-CP.

Clasificación JEL: C61; L23.

2000MSC: 68T20; 90C27; 90C59.

A Combination of a Greedy Algorithm and Genetics Algorithms to Optimize the Production of Corrugated Board

ABSTRACT

In this paper, we suggest a genetic algorithm for optimizing the continuous cutting of cardboard plates, a common problem in the corrugated industry, where minimizing wastage of raw materials and meeting production deadlines are two priority objectives of production planning.

The solutions provided by a greedy algorithm are used as seeds for the genetic algorithm. It uses the one-point crossover operator.

Keywords: corrugator manufacturing; cardboard boxes; genetic algorithms; SPP-CP.

JEL classification: C61; L23.

2000MSC: 68T20; 90C27; 90C59.



1. INTRODUCCIÓN

El corte de piezas planas de algún material, aprovechando al máximo la superficie de materia prima disponible, es un conocido problema de optimización que, en diferentes variantes, resulta común a diversos sectores industriales, como el de la industria papelera, el del metal o el del vidrio. Este problema adquiere especial importancia y complejidad en la industria del cartón ondulado, donde la elevada cantidad de pedidos y la rapidez con que acontecen los cambios en las condiciones de producción dificultan la consecución de los objetivos de garantizar el cumplimiento de las fechas de entrega de los productos y de minimizar las pérdidas debidas al recorte del material, mermas que conllevan un elevado coste económico y ecológico.

El proceso de producción del embalaje de cartón ondulado comienza con la fabricación, a partir de bobinas de papel, de una plancha de cartón continuo en una máquina denominada onduladora. De esta plancha se cortan las hojas de acuerdo a las especificaciones de los clientes y, tras ser sometidas a un procedimiento de *converting*, resultan transformadas finalmente en embalaje. Las cuchillas de las onduladoras o bien permiten cortar varias bandas de hojas de las mismas dimensiones, procedimiento denominado *simplex* o, más habitualmente, son capaces de cortar varias bandas de dos clases distintas de planchas (*dúplex*), procedimiento que resulta más flexible que el *simplex* y que permite disminuir el volumen del recorte. En cualquiera de los dos casos hay que tener en cuenta que no resulta posible permutar el ancho y el largo de una hoja pues, por razones estructurales, resulta preciso mantener la dirección de la onda del cartón fijada en el diseño del embalaje.

Aquí analizaremos la planificación asociada al procedimiento *dúplex* ya que, además de ser el sistema más utilizado en la industria, en realidad engloba al *simplex* como un caso particular del mismo. La utilización de un sistema *dúplex* conlleva un importante esfuerzo de planificación de la producción, ya que este método puede ser clasificado, entre los problemas de corte y empaquetado, como un caso particular del corte a guillotina *Strip Packing Problem*, (SPP): el *Strip Packing Problem for Corrugator Production* (SPP-CP), que ya ha sido identificado como NP-completo (Rinaldi y Franz, 2007). Intentaremos construir un algoritmo sencillo, que sea capaz de obtener buenas combinaciones y con la suficiente flexibilidad y rapidez como para integrarlo en un entorno de fabricación real.

En el SPP, dado un conjunto de rectángulos $P = \{p_1, \dots, p_n\}$, donde $p_i = (a_i, l_i)$ y una plancha $W = (w, \infty)$, se trata de empaquetar los rectángulos de P en W , minimizando el tamaño del empaquetamiento en la dirección de W . Aunque el problema resulta muy parecido al de las plantas de cartón, el SPP-CP presenta peculiaridades propias, como la fabricación por bandas, y con prioridades particulares, como la necesidad de cumplimentar todos los pedidos asignados, tanto por razones de fechas de entrega del producto, como para respetar los tiempos de la programación de transformación.

1.1. Esquema general

En la Sección 2 describiremos el problema a tratar, esbozando la complejidad combinatoria del mismo, mencionando algunos métodos exactos y heurísticos propuestos para su resolución. En la Sección 3 se explica el concepto de un AG, la literatura sobre su aplicación a nuestro problema y, finalmente, la descripción de un AG diseñado para resolverlo. En la Sección 4 se realizan varias pruebas con diferentes versiones del algoritmo para determinar los mejores operadores. En la Sección 5 se ofrecen las conclusiones y propuestas.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En la Figura 1 se muestra un ejemplo, supuesta la plancha de cartón saliendo del tren ondulatorio hacia la derecha. Hay tres pedidos: p_1, p_2, p_3 , con i, j, k hojas.

Tenemos dos patrones de corte (combinaciones distintas de uno o dos pedidos con diferentes bandas): el primero, de longitud a completa el pedido p_2 , con una banda, con parte del pedido p_1 , también con una banda. El pedido p_1 se completa con el segundo patrón, de longitud b , con el pedido p_3 , fabricado en dos bandas.

En la Figura 2 hay otro ejemplo donde se representan tres patrones de corte con anchos de bobina diferentes, para combinar tres pedidos hipotéticos de 5, 15 y 16 planchas, en diferentes bandas.

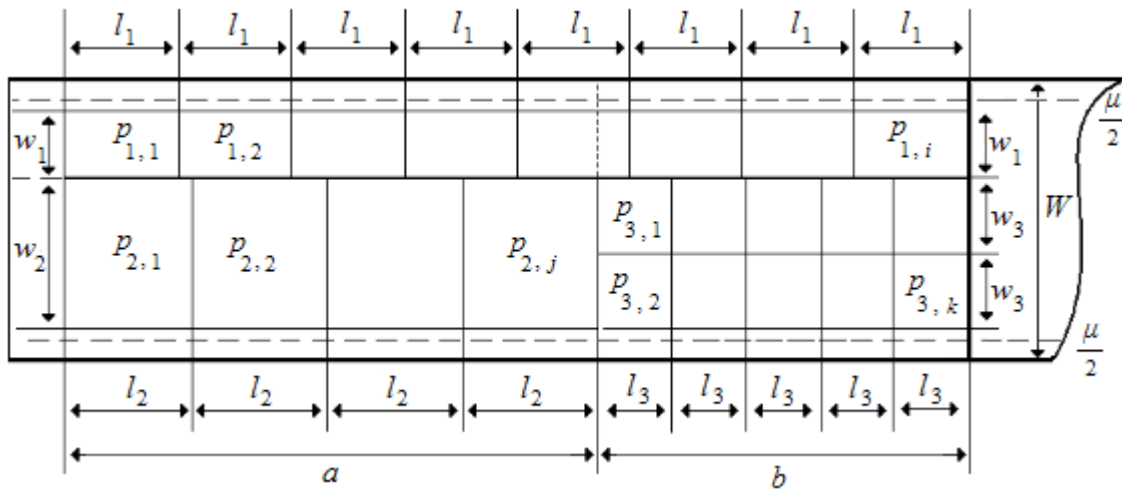


Figura 1. Ejemplo de combinación de pedidos.

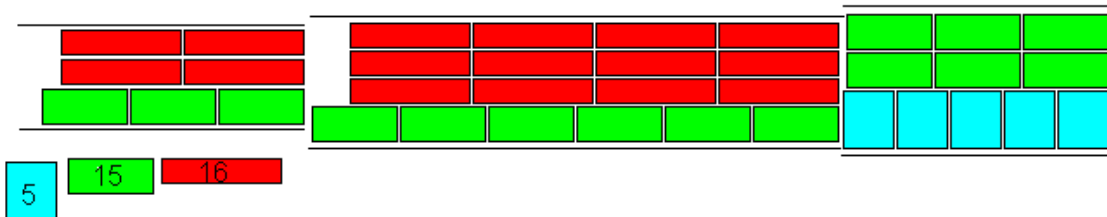


Figura 2. Tres patrones de corte para combinar tres pedidos.

2.1. Formulación del problema

Supuesto un conjunto de n pedidos, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, para cada $p_i, i = 1, 2, \dots, n$, tenemos los siguientes valores:

- h_i : número de hojas del pedido;
- W_i : ancho del pedido;
- L_i : largo del pedido.

El problema consiste en disponer los rectángulos de los distintos pedidos del conjunto P dentro de rectángulos de la forma $R = W\alpha \times [0, \lambda]$, siendo $W\alpha$ un elemento de $W = \{W1, W2, \dots, Wt\}$ (conjunto de anchos disponibles de bobinas de papel), $0 \leq \lambda$, de forma que se optimice la producción, maximizando los metros cuadrados producidos y minimizando el recorte.

Dos pedidos $p_i, p_j \in P, i, j = 1, 2, \dots, n$ (en aquellos casos en los que $i = j$ nos estaremos refiriendo a un único pedido), podrán ser dispuestos sobre un rectángulo R siempre y cuando verifiquen las siguientes restricciones:

- No se permiten las rotaciones ortogonales de las hojas: debido a razones estructurales no resulta posible variar la dirección de la onda del cartón fijada en el diseño del embalaje.
- Los pedidos se colocan en bandas dispuestas paralelamente hasta un máximo de β bandas. Esto quiere decir que a cada pedido $p_i \in P, i = 1, 2, \dots, n$, le podremos asignar un número de bandas $b_i \in \{1, 2, \dots, \beta\}$, con la restricción de que si dos pedidos distintos $p_i, p_j \in P, i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$, están distribuidos en bandas paralelas, entonces: $b_i + b_j \leq \beta$.
- Existen unas restricciones de recorte lateral: hay un mínimo permitido $\mu_{\text{mín}}$ y un máximo $\mu_{\text{máx}}$. Esto implica que el ancho de la combinación:

$$\text{WComb}_{i,j} = \begin{cases} w_i b_i & \text{si } i = j \\ w_i b_i + w_j b_j & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

deberá verificar: $W\alpha - \mu_{\text{máx}} \leq \text{WComb}_{i,j} \leq W\alpha - \mu_{\text{mín}}$, para todos $i, j = 1, 2, \dots, n$.

- Un patrón de corte tendrá, como máximo, la longitud de su pedido más corto:

$$\text{LComb}_{i,j} = \begin{cases} \frac{l_i \cdot h_i}{b_i} & \text{si } i = j \\ \min \left\{ \frac{l_i \cdot h_i}{b_i}, \frac{l_j \cdot h_j}{b_j} \right\} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad [1]$$

para todo $i, j = 1, 2, \dots, n$; de tal manera que el pedido de mayor longitud deberá completarse en otras combinaciones.

- No se puede fabricar una combinación de uno o dos pedidos por debajo de una longitud mínima de fabricación L_{\min} ; es decir, existe un valor L_{\min} de fabricación tal que $L_{\min} \leq L_{\text{comb}_{ij}}$, para todos $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Además, resultarán preferibles aquellas soluciones que resuelvan el problema con menor número de patrones. Existen otras restricciones, como la de número máximo de hendidos, que no vamos a considerar aquí.

2.2 Cálculo del número de combinaciones

Vamos a considerar un conjunto de cuatro pedidos distintos $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ para ilustrar el problema.

2.2.1 Formas de combinar pedidos

En este caso podemos realizar cuatro combinaciones formadas por un único pedido:

$$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$$

y seis combinaciones formadas por pares de pedidos diferentes:

$$\{(p_1, p_2), (p_1, p_3), (p_1, p_4), (p_2, p_3), (p_2, p_4), (p_3, p_4)\}.$$

En total podemos hacer $4 + 6 = 10$ combinaciones de pedidos.

Generalizando para un conjunto de n pedidos, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, el número de combinaciones que podemos formar con dichos pedidos será:

$$n + C_{n,2} = n + \binom{n}{2}$$

donde $C_{n,2}$ denota el conjunto de combinaciones sin repetición de orden 2 de n elementos.

Aunque en la práctica sí tiene importancia el orden de colocación de un pedido, pues resulta preferible que un pedido mantenga el mismo orden en dos combinaciones consecutivas, esta circunstancia puede modificarse *a posteriori*, una vez que tengamos la lista de combinaciones a fabricar, sin más que intercambiar la posición de los pedidos de la pareja.

2.2.2 Formas de asignar bandas

Para el caso de un único pedido, p_i , $i = 1, 2, \dots, n$, el número de bandas a asignar será cualquier valor $b_i \in \{1, 2, \dots, \beta\}$, lo que supone un total de β posibles asignaciones. En el caso de pedidos distintos, hay que tener en cuenta que ahora sí importa el orden de asignación de bandas a cada pedido de la pareja. En nuestro ejemplo, a una pareja de pedidos distintos (p_i, p_j) , $i \neq j$, con $\beta = 7$, podremos asignarle unas bandas (b_i, b_j) con alguna de las siguientes posibilidades:

$$(b_i, b_j) \in \left\{ \begin{array}{ccccccc} (1,1) & (2,1) & (3,1) & (4,1) & (5,1) & (6,1) & (7,1) \\ (1,2) & (2,2) & (3,2) & (4,2) & (5,2) & (6,2) & (7,2) \\ (1,3) & (2,3) & (3,3) & (4,3) & (5,3) & (6,3) & (7,3) \\ (1,4) & (2,4) & (3,4) & (4,4) & (5,4) & (6,4) & (7,4) \\ (1,5) & (2,5) & (3,5) & (4,5) & (5,5) & (6,5) & (7,5) \\ (1,6) & (2,6) & (3,6) & (4,6) & (5,6) & (6,6) & (7,6) \\ (1,7) & (2,7) & (3,7) & (4,7) & (5,7) & (6,7) & (7,7) \end{array} \right\}$$

Hay un total de β^2 posibles asignaciones de las cuales hay que descartar aquellos casos en los que $b_i + b_j > \beta$, casos que se han representado en negrita y cuyo número se corresponde con la suma de los β primeros números naturales. Es decir, el número de asignaciones posibles de bandas a parejas de pedidos distintos será:

$$\beta^2 - (1 + 2 + 3 + \dots + \beta) = \beta^2 - \frac{\beta(\beta + 1)}{2} = \frac{\beta(\beta - 1)}{2}.$$

2.2.3 Número de patrones de corte

Siendo t el cardinal del conjunto de anchos de máquina, el número de combinaciones de un pedido o dos pedidos distintos (patrones de corte), teniendo en cuenta las asignaciones de bandas y de anchos de bobina, será:

$$c = \left(n\beta + C_{n,2} \left(\frac{\beta(\beta - 1)}{2} \right) \right) t;$$

para $n = 20, t = 4, \beta = 7$:

$$c = \left[20 \cdot 7 + \binom{20}{2} \left(\frac{7(7 - 1)}{2} \right) \right] 4 = 16.520.$$

Si bien éste es un número de combinaciones que puede ser fácilmente explorado por cualquier algoritmo exhaustivo para obtener un conjunto de patrones de corte válidos, el número total de combinaciones que podemos formar con ellos para optimizar la fabricación resulta muy elevado.

2.2.4 Número total de combinaciones

El número real de patrones de corte, una vez aplicadas las restricciones de recorte y longitud es substancialmente menor; por ejemplo, para $n = 12, t = 4, \beta = 7$, la media es de unos 125 patrones, mientras que para $n = 20$ la media estaría en unos 450.

A la hora de combinar, podremos utilizar cada patrón, no solo con su longitud máxima (que viene dada por la fórmula [1]), sino con una determinada fracción de ésta, siempre que la nueva longitud no sea inferior a L_{\min} . El objetivo de este fraccionamiento es conseguir más planchas de cartón que nos faciliten la combinación de otros pedidos.

Supuesto un conjunto inicial de 12 pedidos, solo para realizar la primera combinación podremos elegir entre $125 \times 20 = 2.500$ posibilidades, si probamos todos porcentajes entre el

5% y el 100% de la longitud máxima de esa combinación (y si todos estos porcentajes continúan produciendo una longitud válida). Es obvio que si seguimos concatenando patrones hasta completar todos los pedidos o bien hasta un número máximo aceptable de patrones de corte γ , el número final de combinaciones será elevadísimo.

Algunos autores (Amadeh y Hellström, 2008:6) han propuesto modelos de programación lineal para planificar las onduladoras, advirtiendo que este método tiene dificultades para resolver instancias de 20 pedidos en un tiempo límite de una hora, decantándose finalmente por trabajar sobre un algoritmo genético (AG) convencional para resolver el problema.

Hay más experiencias al respecto (Jaramillo y Correa, 2008) que concluyen que los métodos basados en AG obtienen mejores resultados que los basados en programación lineal, que no manejan todos los patrones de corte, utilizando una selección de los mismos (Jaramillo y Correa, 2008:6). En general, el rendimiento de estos métodos disminuye rápidamente a medida que crece el tamaño del espacio de búsqueda, con la dificultad de que no resulta posible obtener resultados intermedios en el acercamiento al óptimo, aunque pueden utilizarse como semilladores para acelerar la convergencia de un algoritmo genético (Jaramillo *et al.*, 2009:2).

3. ALGORITMO EVOLUTIVO

3.1. Introducción

Los algoritmos genéticos (AG) son unos métodos heurísticos de búsqueda y optimización, basados en la teoría de la evolución de las especies de Darwin, la cual establece que, en una especie, los individuos de una población mejor adaptados al medio sobreviven y se reproducen con mayor probabilidad, transmitiendo a la progenie sus rasgos adaptativos. Cada individuo de una población porta en sus cromosomas la información genética con la que expresa su grado adaptación al medio, mensurable como *eficacia biológica* o *fitness* (aptitud).

3.2. Descripción de un algoritmo evolutivo

Los algoritmos genéticos, introducidos por Holland (Holland, 1975), intentan emular la acción de la selección natural estableciendo una población inicial compuesta por un conjunto de individuos, cada uno de los cuales contiene una solución inicial (generalmente aleatoria) a un problema determinado codificada en una cadena (cromosoma). Esta población inicial es sometida a unas operaciones que resultan análogas a los mecanismos de perpetuación y evolución que se dan en las poblaciones de las especies naturales:

- Selección. Los cromosomas con mejor aptitud son elegidos con mayor probabilidad para la siguiente generación
- Cruce. Opera sobre dos elementos de la población, preferentemente de aptitud elevada y consiste en combinar las características de sus cromosomas para obtener un nuevo individuo.

- Mutación. Supone modificar aleatoriamente el cromosoma de un individuo, para así incrementar la diversidad genética de la población.

El pseudocódigo de un algoritmo genético es como sigue:

```

{Generar aleatoriamente la población inicial,  $P_i$ 
  Evaluar aptitud  $P_i$ 
  Repetir hasta  $g$  generaciones o aptitud adecuada
    {Seleccionar los individuos de  $P_i$  que pasarán a  $P_{i+1}$ 
      Cruzar o mutar individuos de  $P_i$  y colocar en  $P_{i+1}$ 
       $P_i = P_{i+1}$ 
      Evaluar aptitud  $P_i$ }}

```

Si el algoritmo está bien diseñado, la población converge hacia la mejor solución, que estará codificada en el cromosoma del individuo mejor adaptado de la última generación.

3.3 Algunos ejemplos en la literatura

Resulta muy abundante en las publicaciones sobre el SPP la descripción de algoritmos genéticos de distintas tipologías para resolver el problema (*vid. vgr:* De la Fuente y Gómez, 1999), por lo que parece razonable aplicar estos métodos a la planificación de las ondulatoras.

Se han propuesto diversos tipos de algoritmos genéticos para la resolución del SPP-CP, por ejemplo Damir Vuk (Vuk, 2008) describe un algoritmo genético no convencional, en el que los individuos son combinaciones de uno o dos pedidos (patrones). En cada nueva generación se selecciona el mejor individuo para formar parte de la población final, que constituirá la secuencia de combinaciones a fabricar.

En otro artículo (Velásquez *et al.*, 2007), se describe un AG que utiliza una representación con dos cromosomas: uno que codifica la secuencia de patrones y otro que representa la proporción utilizada sobre la máxima longitud de un patrón (máxima longitud que viene dada por la primera de las ordenes del patrón de corte en completar su número de unidades). Así, la solución vendrá dada por los cromosomas con la secuencia ordenada de patrones y con la longitud de cada uno de ellos. Utiliza una función de compartición o *sharing*, que mide la similitud de un individuo con respecto al resto de la población, para obtener una magnitud con la que se divide la aptitud de cada solución, con el objeto de incrementar la diversidad genética.

Otros investigadores (Amadeh y Hellström, 2008), proponen un algoritmo genético en el que, como en el caso anterior, la recombinación es de cruce de un punto para los cromosomas de los patrones y de cruce uniforme para los cromosomas con las longitudes, aunque los autores llaman la atención sobre la necesidad de estudios comparativos sobre la eficiencia de los diferentes tipos de cruce y mutación.

También es posible utilizar un AG con un único cromosoma, el de las longitudes, para representar el problema (Jaramillo y Correa, 2008:8). Éste será el método que utilizaremos en este ensayo, combinado con un *algoritmo voraz*, que obtendrá una primera solución del problema, solución que agregaremos a los individuos de la población inicial con objeto de acelerar la convergencia del AG.

3.4. Codificación

Un cromosoma se codificará con una cadena de caracteres, de manera que cada gen queda representado por un carácter, cuyo valor ASCII indicará el porcentaje sobre la longitud máxima del patrón de corte que vamos a fabricar (*Vid. vgr: Velásquez et al., 2007:82; Amadeh y Hellström, 2008:7*). Podrá tomar valores entre 0 y 20, de forma que un valor 0 implicará que ese patrón de corte no forma parte de la solución, en tanto que un valor 20 indicará que se utiliza el 100% de la longitud.

3.5. Función objetivo

La mejor solución será aquella que complete todos los pedidos que necesitamos fabricar, fijando como segundo objetivo la minimización del desperdicio de cartón (Vuk, 2008:1), adicionalmente podemos considerar preferible fabricar los pedidos más grandes, en vez de los más pequeños, si no resultase posible combinarlos todos. También hay que tener en cuenta que son preferibles las soluciones con un menor número de patrones, puesto que cada cambio supone un tiempo de inactividad de la máquina.

De acuerdo con estos criterios para medir el grado de adaptación de un cromosoma x_i , de una población de tamaño t , donde $i = 1, 2 \dots t$, podemos utilizar la sencilla función de la Tabla 1.

$f(x_i) = 10^5 \cdot Nped(x_i) + Sped(x_i) - Srec(x_i) - Npat(x_i) \cdot Sn$	
$Nped$	Número de pedidos completados
$Sped$	Superficie de los pedidos
$Srec$	Superficie del recorte
$Npat$	Nº de patrones en la solución
Sn	Área fabricable durante un período equivalente al tiempo medio de cambio.
$\forall Nped(x_i) < 10^2$	
$\forall Sped(x_i) < 10^5$	
$\forall Srec(x_i) < 10^5$	

Tabla 1. Función de aptitud.

Si establecemos en 99.999 m² la máxima superficie de pedidos combinable, conseguiremos que la función de aptitud valore prioritariamente el número de pedidos completados multiplicando dicho número por 10⁵, para que tome un orden de magnitud superior al valor aportado por la superficie. De esta forma, entre varias soluciones que consigan

completar todos los pedidos, la única diferencia vendrá dada por la superficie del recorte: cuanto menor sea, mejores valores tomará la función de aptitud.

A la hora de emparejar los pedidos de un determinado patrón de corte, se puede tolerar un incremento de hasta el 5% en la cantidad de alguno de los pedidos, si ello basta para combinarlo. En tal caso, el valor de superficie enviado a la función de aptitud será el correspondiente a la cantidad original del pedido, mientras que la superficie del recorte será la real; de esta forma, el valor de la función de aptitud será mejor para el caso del patrón de corte que consiga combinar el pedido sin necesidad de incrementar la cantidad del mismo.

Adicionalmente, se detrae del valor de aptitud el área media de cartón que se hubiese podido producir durante el tiempo muerto de una transición de patrón, como si fuese un recorte, con el objetivo de controlar el número de cambios.

3.6. Población inicial

Como paso previo al procedimiento, se obtienen todos los patrones, descartando aquellos que no cumplan las restricciones de recorte lateral y longitud (Amadeh y Hellström, 2008:7), y se almacenan en un vector. Los cromosomas serán cadenas con tantos genes como número de patrones de corte hayamos generado, representando el porcentaje a utilizar sobre la longitud máxima del patrón. Inicialmente, generaremos aleatoriamente el conjunto de porcentajes que formarán parte del genotipo de un cromosoma. Repetiremos esta operación hasta producir todos los individuos de la población inicial.

También se preparó una implementación del *algoritmo voraz* para sembrar la población inicial con patrones de corte productivos. El procedimiento consta de los siguientes pasos:

1. $t = t + 1$.
2. Se toma el patrón de corte t .
3. Se examinan todos los patrones no utilizados y se selecciona aquel que proporcione un mejor valor de aptitud.
4. Si t es menor que el número de patrones y no se han completado todos los pedidos, volver al punto 1.
5. Se calcula el porcentaje de longitud de cada patrón con respecto al máximo y se componen los genes de un cromosoma.

Aunque los patrones se seleccionan con la máxima la longitud factible, perdiéndose posibilidades de combinación, esto también tiene la ventaja de disminuir el número de cambios en la solución final, lográndose con frecuencia resultados perfectamente aceptables.

3.7. Selección

Dado que se ha empleado con éxito la selección por torneo en las experiencias descritas sobre este problema (Velásquez *et al.*, 2007:86; Jaramillo *et al.*, 2009:2), se ha decidido utilizar una

selección de este tipo, por torneo binario determinístico, procedimiento que consiste en tomar aleatoriamente dos individuos de la población y escoger entre ellos aquel individuo con mejor valor de aptitud.

Con una determinada probabilidad, algunos elementos de la población no mutan ni se cruzan, sino que pasan directamente a la siguiente generación. Además se utiliza el elitismo, de manera que se asegura que el individuo mejor adaptado de una generación pase siempre a la siguiente.

3.8. Mutación

A un cierto porcentaje de los individuos seleccionados se les aplica una operación de mutación simple; para ello, se elige al azar un gen del cromosoma y se cambia por el carácter ASCII correspondiente a número generado aleatoriamente entre 0 y 20.

3.9 Cruce

Se han ensayado dos tipos de cruce: el cruce uniforme y el cruce de un punto, por ser los métodos de recombinación más utilizados en la literatura sobre este problema (Velásquez *et al.*, 2007:87; Vuk, 2008:8). En la Figura 3 se muestra un ejemplo del procedimiento. En el caso del cruce uniforme, se crea un solo descendiente a partir de genes tomados de un progenitor u otro, de acuerdo a una máscara de cruce binaria generada aleatoriamente.

El cruce de un punto consiste en cortar dos cromosomas por un punto seleccionado al azar para generar dos segmentos: la cabeza y la cola. Ambos segmentos se unirán para producir un nuevo individuo.

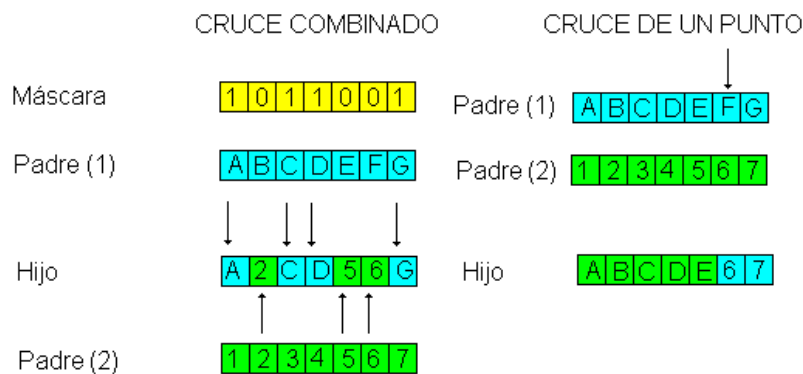


Figura 3. Tipos de recombinación.

4. RESULTADOS

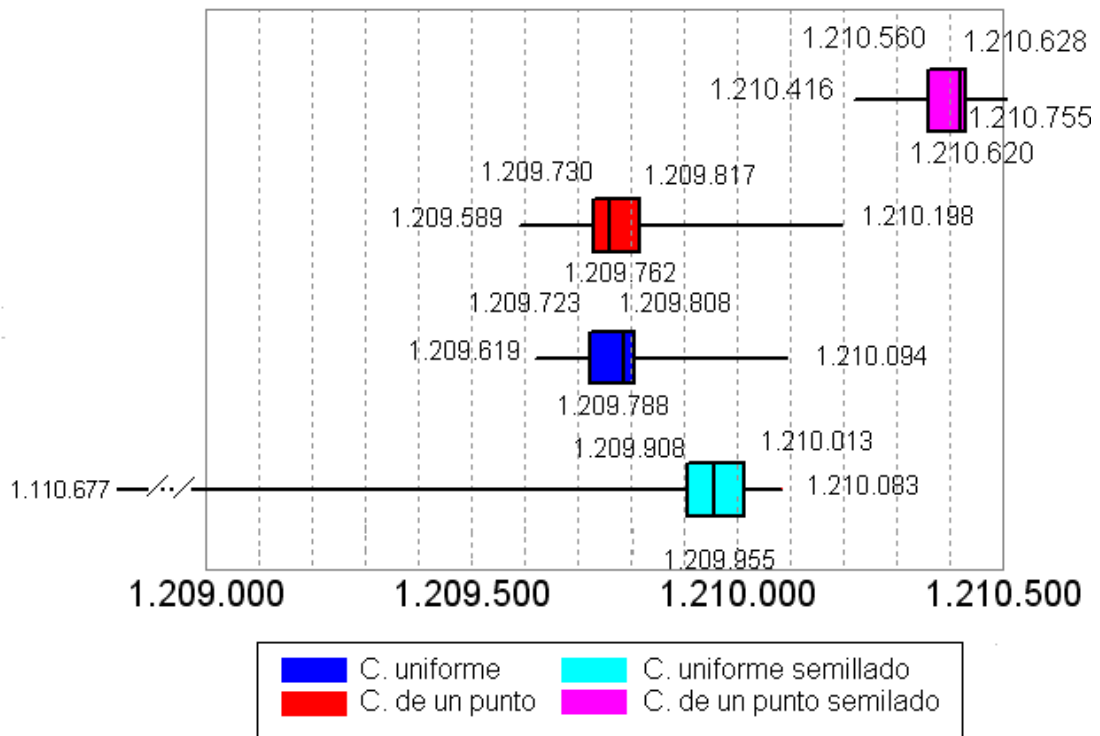
El AG se codificó en Visual Basic, integrándolo con el software de producción, de manera que la selección de las órdenes y su combinación por el AG fuese un proceso ágil, interactivo y reversible. El experimento se realizó con un conjunto representativo de 12 pedidos del mismo grupo o calidad de cartón, efectuándose 20 ejecuciones por cada generación y para cada uno de los algoritmos evaluados (Tabla 3) con el fin de obtener las medias de variabilidad y desempeño. La parametrización de los AG se muestra en la Tabla 2.

PARÁMETROS DE LOS AG							
Población	Nº máximo de generaciones	Probabilidad de cruce	Probabilidad de mutación	γ (Nº máximo de patrones en un cromosoma)	n (Nº de pedidos)	t (Nº de anchos de bobina)	β (Nº máximo de bandas)
300	28	0,97	0,02	12	12	4	7

Tabla 2. Parámetros de los AG.

Generaciones	CRUCE UNIFORME SEMILLADO		CRUCE DE UN PUNTO SEMILLADO		CRUCE UNIFORME		CRUCE DE UN PUNTO	
	Aptitud media	Desviación estándar	Aptitud media	Desviación estándar	Aptitud media	Desviación estándar	Aptitud media	Desviación estándar
1	1.110.677	0	1.110.677	0	847.357	70.121	837.032	67.689
4	1.110.677	0	1.110.677	0	917.637	31.393	888.540	63.306
7	1.110.677	0	1.120.685	31.647	978.681	48.230	958.697	52.524
10	1.110.677	0	1.140.496	48.012	1.019.124	31.751	1.039.091	48.276
13	1.120.569	31.283	1.180.486	48.173	1.109.279	47.225	1.099.413	31.803
16	1.130.449	41.682	1.190.468	42.047	1.139.496	48.314	1.119.120	56.906
19	1.130.493	41.777	1.210.492	244	1.159.632	52.679	1.149.596	51.755
22	1.189.840	41.723	1.210.569	228	1.199.660	31.624	1.179.668	48.370
25	1.209.886	90	1.210.552	199	1.209.747	108	1.189.774	42.151
28	1.200.035	31.397	1.210.601	92	1.209.803	146	1.209.802	162

Tabla 3. Desempeño de los AG.



	Mínimo	1 ^{er} cuartil	Mediana	3 ^{er} cuartil	Máximo
	1.210.416	1.210.560	1.210.620	1.210.628	1.210.755
	1.110.677	1.209.908	1.209.955	1.210.013	1.210.083
	1.209.589	1.209.730	1.209.762	1.209.817	1.210.198
	1.209.619	1.209.723	1.209.788	1.209.808	1.210.094

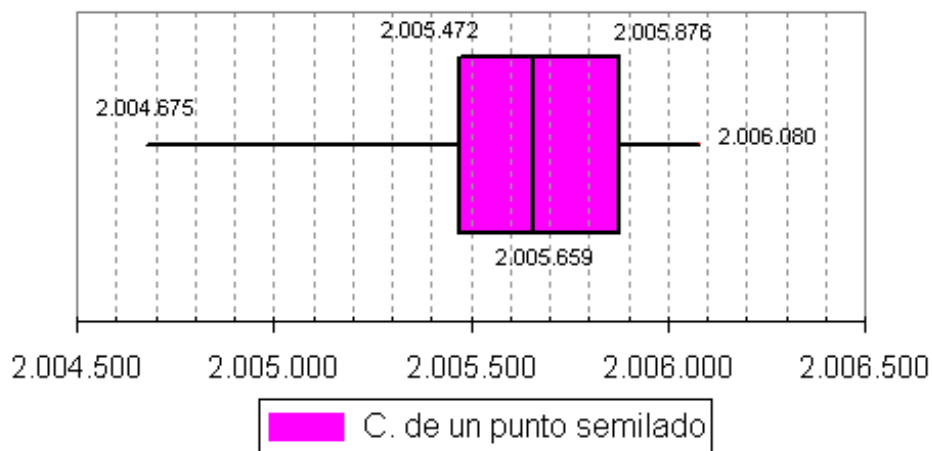
Figura 4. Aptitud en la generación 28ª.

PARÁMETROS DEL AG							
Población	Nº máximo de generaciones	Probabilidad de cruce	Probabilidad de mutación	γ (Nº máximo de patrones en un cromosoma)	n (Nº de pedidos)	t (Nº de anchos de bobina)	β (Nº máximo de bandas)
500	46	0,97	0,02	20	20	4	7

Tabla 4. Parámetros del AG.

Generaciones	CRUCE DE UN PUNTO SEMILLADO	
	Aptitud media	Desviación estándar
1	1.624.106	62.920
6	1.754.595	70.207
11	1.864.668	51.496
16	1.894.645	31.381
21	1.924.945	41.879
26	1.974.775	48.313
31	1.975.291	48.210
36	2.005.146	363
41	2.005.555	420
46	2.005.551	457

Tabla 5. Desempeño del AG.



	Mínimo	1 ^{er} cuartil	Mediana	3 ^{er} cuartil	Máximo
	2.004.675	2.005.472	2.005.659	2.005.876	2.006.080

Figura 5. Aptitud en la generación 46^a.

El tiempo medio de proceso por ejecución para el número más alto de generaciones no llegó a los 5 segundos, en un PC provisto de un procesador Pentium a 2 Ghz. Podemos ver en la gráfica de la Figura 4 que los algoritmos sin semillado convergen hacia una solución que completa los 12 pedidos, con resultados similares para los dos operadores, y cómo la variabilidad disminuye hacia las últimas generaciones.

La implementación con semillado y operador de cruce en un punto parte de una posición de ventaja, desde una solución con 11 pedidos completos, por lo que converge con mayor

rapidez, pues tras 7 generaciones sin superar el aporte del semillado, inicia una elevada variabilidad y comienza a resolver totalmente la cartera de pedidos hacia la generación 19. Por el contrario, el cruce uniforme se estanca durante más tiempo: al principio y entre las generaciones 16 y 22, por lo que no supone una ventaja clara con respecto a las versiones sin semillado.

Este estancamiento inicial, que en menor medida también se aprecia en la versión anterior, se debe a que durante las primeras generaciones la población está dominada por el individuo procedente del semillado. Una posible solución pasaría por introducir más diversidad en la población, por ejemplo incluyendo los resultados generados por el algoritmo voraz a partir de algunas permutaciones del conjunto de patrones; sin embargo, dado que los resultados son lo suficientemente buenos se ha optado por el procedimiento más sencillo.

Una vez comprobada la eficiencia del cruce en un punto, se decidió aplicarlo a una instancia más grande del problema: un conjunto de 20 pedidos de la misma calidad de cartón (Tablas 4 y 5).

El semillado aportó a la población inicial una solución con 16 pedidos completos, facilitando una rápida convergencia del AG, que llegó a valores próximos al óptimo en torno a la generación 36, agotando regularmente los pedidos, sin dejar restos o colas de combinación y con escaso recorte de cartón (Figura 5).

5. CONCLUSIONES

Este trabajo se ha centrado en la búsqueda de una solución, que resultase funcional y operativa en un entorno real, al problema del SSP-CP por medio de un algoritmo evolutivo. De este trabajo podemos extraer las dos siguientes conclusiones:

1. El AG propuesto resulta útil para obtener secuencias de fabricación válidas en un entorno de fabricación real.
2. La utilización del operador de cruce de un punto y el empleo del semillado voraz permite incrementar la velocidad de convergencia del AG.

Tras esta primera aproximación, se ve la necesidad de mejorar la función de aptitud, con objeto de recoger de un modo más preciso todas las variables que intervienen en el proceso, incluyendo no solo los parámetros inherentes a la onduladora, sino también algunos de los relativos al proceso posterior de transformación del cartón.

El enfoque más obvio está basado en el orden de Pareto, donde el valor de aptitud de cada individuo depende, no de cada una de las variables, sino de su eficiencia o dominación dentro de la población. Así el AG, en cada generación, buscará los individuos que no estén dominados por ningún otro, asignándoles el valor más alto. Repitiendo el proceso con los individuos restantes, el AG les asignará magnitudes decrecientes de aptitud, hasta valorar completamente la población.

REFERENCIAS

1. Álvarez-Valdés, R.; Parreño F.; Tamarit J.M. “Reactive GRASP for the strip-packing problem”, *Computers & Operations Research*, vol.35, nº4, pp.1065–1083, 2008.
2. Amadeh, A.; Hellström, D. “The problem of corrugator sequencing and its impact on packaging processes”, 2008: <http://www.lu.se/o.o.i.s?id=12683&postid=1300725>
3. Bortfeldt, A. “A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces”, *European Journal of Operational Research*, vol.172, nº4, pp.814–837, 2006.
4. De la Fuente García, D.; Gómez Gómez, A. “Resolución de problemas de corte de piezas rectangulares mediante algoritmos genéticos”, En: *La gestión de la diversidad: XIII Congreso Nacional, IX Congreso Hispano-Francés, Logroño (La Rioja), 16-18 junio 1999* (coord. Juan Carlos Ayala Calvo), vol.1, 1999, pp.1299–1306, 1999.
5. Holland, J. H. “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, *Ann Arbor: The University of Michigan Press*, 1975.
6. Jaramillo, J.D.; Correa, F.J. “Programación lineal y algoritmos genéticos para la solución del problema de corte”, enviado a revisión a la *Revista Colombiana de Computación*, 2008: http://ingenieria-matematica.eafit.edu.co/biblioteca/practicas_investigativas/prac_inv_programacion_lineal_ag_corte.pdf
7. Jaramillo, J.D.; Correa, F.J.; Jaramillo, R. “Desarrollo de un método basado en algoritmos genéticos y programación lineal para la solución de un problema de corte unidimensional”, enviado a revisión a la *Revista de Ingeniería de la Universidad Eafit*, 2009: <http://serverlab.unab.edu.co:8080/wikimedia/memorias/shortpapers/161.pdf>
8. Kureichik V.M.; Miagkikh V.V.; Topchy A.P. “Genetic Algorithm for Solution of the Traveling Salesman Problem with New Features against Premature Convergence”, *TSURE Journal of Engineering*, nº3, 1997.
9. Lodi, A.; Martello, S.; Monaci, M. “Two-dimensional packing problems: A survey”, *European Journal of Operational Research*, vol.141, nº2, pp.241–252, 2002.
10. Martello, S.; Monaci, M.; Vigo, D. “An exact approach to the strip packing problem”, *Technical Paper OR/00/18, Dipartimento di Elettronica, Informatica e Sistemica, Università di Bologna*, 2000.
11. Rinaldi, F.; Franz, A. “A two-dimensional strip cutting problem with sequencing constraint”, *European Journal of Operational Research*, vol.183, nº3, pp.1371–1384, 2007.
12. Velásquez, G.A.; Bellini, G.; Paternina-Arboleda, C. “A multi-objective approach based on soft computing techniques for production scheduling in corrugator manufacturing plants”, *Ingeniería y Desarrollo* 2007, (enero-junio): <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=85202106>
13. Vuk, D. “An Approach to the Guillotine Strip Packing Problem”, 2008: <http://www.ceciis.foi.hr/app/index.php/ceciis/2008/paper/view/97/69>

El Programa Nacional de Reformas de España: descripción y oportunidad para los métodos cuantitativos en el contexto de incertidumbre actual

ORDAZ SANZ, JOSÉ ANTONIO

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España)
Correo electrónico: jaordsan@upo.es

MELGAR HIRALDO, MARÍA DEL CARMEN

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España)
Correo electrónico: mcmelhir@upo.es

RESUMEN

El presente trabajo se ocupa de describir los principales rasgos que definen el Programa Nacional de Reformas (PNR), de octubre de 2005, que el Gobierno español elabora como respuesta a la relanzada Estrategia de Lisboa, surgida en el Consejo Europeo de Primavera de ese mismo año. El PNR se convierte así, desde entonces, en el marco de referencia fundamental de la política económica y social de España. El seguimiento de su desarrollo y cumplimiento de objetivos han puesto de relieve los importantes logros alcanzados en estos años en la búsqueda de la competitividad y mejora en el empleo de nuestro mercado, así como en la convergencia a nivel de renta con la media de la Unión Europea.

Sin embargo, la grave crisis internacional actual probablemente obligue a un replanteamiento de algunos de los objetivos planteados hasta ahora. En un escenario así, las herramientas del análisis cuantitativo pueden tener un papel muy relevante en la toma de decisiones en este ámbito de la política económica. En este sentido, los modelos de simulación dinámica de sistemas constituyen un ejemplo real que ya utilizan los gestores económicos públicos.

Palabras clave: Estrategia de Lisboa; políticas europeas; programas económicos; métodos cuantitativos.

Clasificación JEL: E60; F55; C10.

2000MSC: 62P20.

Spain National Reform Programme: Description and Opportunity for Quantitative Methods in the Current Uncertainty Context

ABSTRACT

This paper addresses the key features which define the National Reform Programme (NRP) that the Spanish Government prepared in October 2005 in response to the renewed Lisbon Strategy emerged in the spring 2005 European Council. The NRP thus becomes the basic framework of economic and social policy in Spain. The monitoring of its development and fulfilment of objectives have highlighted in recent years the important achievements in the search for improved competitiveness and employment in the Spanish market, and in the level of its income convergence with the European Union average.

Nevertheless, the current international crisis likely will lead to a rethinking of the goals set so far. In this context, quantitative methods can play an important role in economic policy decision-making processes. In this sense, system dynamics modelling is an example that is being actually used by public economy managers.

Keywords: Lisbon Strategy; European policies; economic programmes; quantitative methods.

JEL classification: E60; F55; C10.

2000MSC: 62P20.



1. INTRODUCCIÓN

La Estrategia de Lisboa fue establecida en el Consejo Europeo de Lisboa celebrado los días 23 y 24 de marzo de 2000. En ella se marcó como objetivo estratégico para la Unión Europea (UE) lograr, en un horizonte temporal de 10 años, su fortalecimiento económico en el contexto mundial, fundamentado en el conocimiento, el pleno empleo, el desarrollo sostenible y la inclusión social, como grandes objetivos. Con ello se pretendía que la UE estuviese en un mismo plano de competitividad que los Estados Unidos.

Basándose en el conocido como Informe Kok, de noviembre de 2004, la Comisión Europea hizo sin embargo, en su Comunicación de febrero de 2005 dirigida al Consejo Europeo de Primavera (COM n° 24/F, de 2 de febrero de 2005), un balance crítico de los logros alcanzados hasta ese momento por la Estrategia de Lisboa, señalando que la economía europea no había alcanzado los resultados previstos en materia de crecimiento, de productividad y de empleo.

El Consejo Europeo de Primavera de marzo de 2005 planteó entonces la necesidad de relanzar la Estrategia de Lisboa, centrándola en el crecimiento y en el empleo, y teniendo como referencias permanentes la cohesión social y el desarrollo sostenible. En concreto, la Estrategia de Lisboa renovada estableció como principales los siguientes tres objetivos:

- Fomentar el conocimiento y la innovación para el crecimiento.
- Hacer de Europa un lugar más atractivo para invertir y trabajar.
- Crear más empleo y de mejor calidad.

Para la consecución de estos objetivos, se decidió que todos los países miembros de la UE debían elaborar Programas nacionales de reformas que tendrían que ser remitidos a la Comisión Europea antes del 15 de octubre de 2005.

El Programa Nacional de Reformas (PNR) de 13 de octubre de 2005 es la respuesta de España a la relanzada Estrategia de Lisboa. Desde entonces, constituye la referencia fundamental de la política económica del Gobierno español a medio plazo y establece como objetivo estratégico fundamental la plena convergencia con la Unión Europea en 2010, tanto en renta per cápita como en empleo y en sociedad del conocimiento.

En enero de 2006, la Comisión Europea hizo pública la valoración del PNR español (COM n° 30/F, de 25 de enero de 2006). Aunque en su conjunto general fue muy positiva, constataba debilidades en el mercado de trabajo y la competencia en los sectores de la energía y la distribución comercial.

El presente trabajo tiene como finalidad esencial, por una parte, describir los principales rasgos que definen el PNR del Gobierno español, indicando cuáles son los ejes, medidas y objetivos que configuran el mismo; y, por otra, evidenciar los importantes avances y resultados obtenidos hasta el año 2008 por dicho Programa. Asimismo, se pone de manifiesto cómo la grave situación que desde hace unos meses está viviendo la economía española, dentro del contexto general de crisis mundial, puede obligar a una redefinición de los objetivos y medidas de política económica; en este nuevo escenario, las técnicas del análisis cuantitativo pueden llegar a jugar un importante papel.

El trabajo se estructura en 6 apartados. Tras este primero de carácter introductorio, en el segundo se analiza de forma breve el fundamento que da origen a los Programas Nacionales de Reformas de los Estados miembros de la UE: la renovada Estrategia de Lisboa lanzada en Primavera de 2005. Los Apartados 3 y 4 se dedican, respectivamente, a la descripción del PNR español y a su seguimiento y cumplimiento hasta 2008. El Apartado 5 resalta algunas evidencias del crítico momento que está atravesando la economía española, sugiriéndose que en un contexto así las herramientas cuantitativas pueden resultar de enorme utilidad a la hora de tomar decisiones y acabar redefiniendo políticas económicas; a modo de ejemplo, se refiere en este punto el caso real de la utilización de modelos basados en la simulación dinámica de sistemas. Por último, en el Apartado 6 se muestran las principales conclusiones del estudio abordado y, seguidamente, se ofrece una relación de los principales documentos bibliográficos que han servido de apoyo para la elaboración de esta investigación.

2. ANTECEDENTES DEL PROGRAMA NACIONAL DE REFORMAS: LA REVISIÓN DE LA ESTRATEGIA DE LISBOA

Desde marzo del año 2000 la Estrategia de Lisboa afecta a todas las políticas de la UE en el ámbito económico, social y ambiental. Cada año la Comisión Europea examina con detalle el avance de la estrategia en sus Comunicaciones de Primavera. Estos informes figuran en la agenda de los Consejos Europeos de Primavera, donde los Jefes de Estado y Gobierno evalúan el progreso de la Estrategia y deciden sobre las prioridades futuras a fin de alcanzar sus objetivos.

La Estrategia de Lisboa también se ha abordado en otros Consejos Europeos, por ejemplo, en el de Sevilla en junio de 2002 y, en especial, en el de Bruselas, del 4 y 5 de noviembre 2004, que recibió el Informe Kok y lanzó el proceso de revisión en la mitad del camino de la Estrategia de Lisboa, fijando como fecha tope para la conclusión de dicho proceso el Consejo Europeo de Primavera de 2005.

2.1. El Informe Kok: la Estrategia de Lisboa no se cumple

Por iniciativa del Consejo y de la Comisión, en 2004 se creó un Grupo de Alto Nivel presidido por el antiguo Primer Ministro holandés Wim Kok, con la finalidad de realizar una evaluación independiente de la Estrategia de Lisboa para contribuir a la revisión de la misma. En su Informe, presentado el 3 de noviembre de 2004, el grupo llegó a la conclusión global de que las políticas en curso no estaban alcanzando los objetivos de Lisboa.

En concreto, las principales conclusiones de este Informe eran:

- La Estrategia de Lisboa podía seguir considerándose como plenamente válida para la UE y, a pesar de los retrasos acumulados, se podía seguir aspirando a los ambiciosos objetivos que se planteaban.
- El principal problema de la Estrategia es que trataba todos los temas y por lo tanto ninguno, y que era responsabilidad de todos y por lo tanto de nadie.
- Para convertir Europa en una economía única, competitiva y dinámica, situada entre las mejores del mundo, se deben adoptar acciones concertadas en cinco campos prioritarios:

sociedad del conocimiento, mercado interior, entorno empresarial, mercado de trabajo y desarrollo sostenible.

En el ámbito del propio diseño de la Estrategia, el Informe recomienda revitalizarla y proceder a su redefinición bajo las siguientes premisas:

- El Consejo Europeo debe ejercer su liderazgo en la Estrategia de Lisboa.
- Los Estados miembros deben elaborar unos programas nacionales de cumplimiento, en cuya elaboración deberían estar involucrados los actores sociales y la ciudadanía. La Comisión debe revisar y evaluar el progreso de estos programas y estar dispuesta a identificar plenamente a cumplidores e infractores.
- Asimismo, la Comisión Europea tiene que revisar y favorecer los progresos con sus políticas y sus acciones.
- El Parlamento Europeo ha de jugar un papel pro-activo en su labor de control sobre los resultados obtenidos.

El Informe termina señalando que la promoción del crecimiento y del empleo es el próximo gran proyecto europeo para el que se necesita liderazgo político y compromiso de los gobiernos, pero también de los actores sociales y de la ciudadanía. Se insiste en que gran parte del éxito de la Estrategia de Lisboa dependerá de los progresos que se hagan a nivel nacional, por lo que los Gobiernos y muy particularmente sus líderes son los que tienen una responsabilidad crucial en garantizar la prosperidad futura del modelo europeo.

2.2. La revisión intermedia de la Estrategia de Lisboa: el Consejo Europeo de Primavera de 2005

La Comunicación de la Comisión dirigida al Consejo Europeo de Primavera de 2005 (COM n° 24/F, de 2 de febrero de 2005) es un documento clave de la revisión intermedia de la Estrategia de Lisboa. En él se reconoce que, cinco años después de la puesta en marcha de dicha Estrategia, Europa no había avanzado lo suficiente, estando muy lejos de lograr los cambios a que se aspiraba.

Partiendo de esta premisa y tomando nota de las críticas y recomendaciones del Informe Kok, la Comisión apuesta en su Comunicación por un relanzamiento de la Estrategia. A partir de su contenido, las Conclusiones de la Presidencia del Consejo Europeo de Primavera, celebrado en Bruselas durante los días 22 y 23 de marzo de 2005, insisten en la necesidad de reactivar sin demora la Estrategia de Lisboa y proceder a una reorientación de las prioridades en dirección del crecimiento y del empleo, a fin de que Europa renueve las bases de su competitividad, aumente su potencial de crecimiento y su productividad y refuerce la cohesión social apostando, sobre todo, por el conocimiento, la innovación y la valorización del capital humano.

Para alcanzar estos objetivos, la Unión debe movilizar aún más todos los medios nacionales y comunitarios adecuados –incluida la política de cohesión– en las tres dimensiones (económica, social y medioambiental) de la Estrategia, para explotar mejor sus sinergias en un contexto general de desarrollo sostenible.

Como ejes esenciales de la reactivación de la Estrategia de Lisboa se señalan tres:

- Conocimiento e innovación: motores de un crecimiento sostenible.
- Un espacio atractivo para invertir y trabajar.
- El crecimiento y el empleo al servicio de la cohesión social.

Por otra parte, en su capítulo “Mejorar la gobernanza”, las Conclusiones destacan la importancia de un nuevo enfoque para el seguimiento de la aplicación de la estrategia, racionalizando el procedimiento de seguimiento e involucrando aún más a los Estados miembros. El papel de éstos, en definitiva, se revela como un elemento esencial en la relanzada Estrategia de Lisboa.

3. EL PROGRAMA NACIONAL DE REFORMAS DEL GOBIERNO DE ESPAÑA

3.1. Definición del Programa Nacional de Reformas español: objetivos prioritarios y ejes de actuación

El Programa Nacional de Reformas (PNR), de 13 de octubre de 2005, fue la respuesta de España a la nueva Estrategia de Lisboa aprobada por el Consejo Europeo de Primavera de 2005 y constituye desde ese momento la referencia fundamental de la política económica del Gobierno español a medio plazo.

La Comisión Delegada del Gobierno de España para Asuntos Económicos (CDGAE) acordó en junio de 2005 constituir la Unidad Permanente de Lisboa para elaborar el PNR, bajo la coordinación del Director de la Oficina Económica del Presidente del Gobierno, en su calidad de Coordinador Nacional para la Estrategia de Lisboa. Se trata del órgano encargado de coordinar todos los trabajos, recabar todas las aportaciones, redactar y actualizar el PNR.

El Gobierno de España compartió plenamente la nueva concentración de objetivos de la Estrategia de Lisboa y por este motivo elaboró su PNR alrededor de dos grandes objetivos prioritarios:

- Lograr la plena convergencia con la Unión Europea (UE-25) en 2010, tanto en renta per cápita como en empleo y en sociedad del conocimiento.
- Alcanzar una tasa de empleo del 66% en el año 2010.

Cumplir con ambos objetivos requiere avanzar en el crecimiento de la productividad y continuar en la creación de más y mejores empleos. Para la consecución de estos dos grandes objetivos, el PNR establece siete ejes de actuación fundamentales:

- 1) Refuerzo de la estabilidad macroeconómica y presupuestaria.
- 2) El Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte (PEIT) y el Programa de Actuaciones para la Gestión y Utilización del Agua (Programa AGUA).
- 3) Aumento y mejora del capital humano.
- 4) La estrategia de I+D+i (Programa INGENIO 2010).
- 5) Más competencia, mejor regulación, eficiencia de las administraciones públicas y competitividad. Mercado de la vivienda, medioambiente y comercio interior.

- 6) Mercado de trabajo y diálogo social.
- 7) El Plan de Fomento Empresarial.

3.2. Análisis de los ejes de actuación del Programa Nacional de Reformas español

Cada uno de los siete ejes principales del PNR engloba, a su vez, un completo listado de medidas de actuación y la consecución de distintos objetivos específicos.

3.2.1. Eje 1: Refuerzo de la estabilidad macroeconómica y presupuestaria

Dentro de este primer eje, las medidas más importantes que se establecen son: reforma de las Leyes de Estabilidad Presupuestaria; reformas tributarias; reorientación del gasto público hacia gasto productivo; reforma del Sistema de Financiación de las Comunidades Autónomas (CC.AA.); reforma de las prestaciones sociales; racionalización del gasto sanitario; mejora de la competitividad y del déficit exterior; reflejo presupuestario de las diferentes medidas del PNR.

Como objetivo específico incluido en este eje, se establece reducir significativamente la ratio de deuda pública en relación al PIB, hasta el 34% en 2010.

3.2.2. Eje 2: El Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte (PEIT) y el Programa de Actuaciones para la Gestión y Utilización del Agua (Programa AGUA)

Dentro del Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte (PEIT), el PNR fija como principales medidas: multiplicar por diez la red ferroviaria de alta velocidad; expandir la red estatal de carreteras de alta capacidad; duplicar la capacidad de absorción de tráfico de la red aeroportuaria; incrementar en un 75% la capacidad de los puertos españoles; mejora de la integración de las actuaciones en infraestructuras en las ciudades y avances en la coordinación e integración de los sistemas de transporte urbano y metropolitano; establecimiento de un Plan intermodal de mercancías; elaboración de un programa específico de I+D+i en este sector.

En lo que se refiere al Programa AGUA, el eje se articula básicamente en torno a la mejora de la gestión y suministro de agua para todos sus usos, tanto para el consumo final como para su utilización en la economía productiva.

Como objetivos específicos, el PNR plantea, por un lado, aumentar la red ferroviaria hasta los 35 km/1.000 km² en 2010, aproximándose de este modo a la UE y apostando por el ferrocarril como modo de transporte más eficiente desde el punto de vista energético; y, por otro, reducir la tasa de accidentalidad en carreteras en un 40% en 2010 a través de la mejora de infraestructuras y de distintos cambios normativos que afectan a los conductores, donde sobresale la implantación del denominado permiso “por puntos”.

3.2.3. Eje 3: Aumento y mejora del capital humano

Las medidas que el PNR incluye en este eje de acción son: mejora de la educación infantil y aumento del número de las plazas públicas de escuelas infantiles; mejora de la educación primaria, elevando las tasas de idoneidad; mejora de la educación secundaria obligatoria, disminuyendo el fracaso escolar sin disminuir la calidad; garantizar la integración del alumnado inmigrante; aumentar la eficiencia en la utilización de los recursos educativos; promover una

política de becas y ayudas al estudio, para estimular la continuidad de los jóvenes en los estudios post-obligatorios de bachillerato, formación profesional y educación superior; mejorar la formación profesional, creándose el Sistema Nacional de Cualificaciones y Formación Profesional; mejorar la formación continua de ocupados y desocupados, creando un nuevo sistema de formación profesional para el empleo y creando una red de Centros Integrados de Formación Profesional; mejora de la enseñanza superior, para que en el 2010 se llegue a la plena convergencia entre España y el Espacio Europeo de Educación Superior; incorporar la sociedad de la información a la educación (Plan Avanz@).

El principal objetivo específico que se marca en este eje consiste en reducir a la mitad (hasta el 15%) la tasa de abandono escolar prematuro en 2010, para alcanzar así la media europea.

3.2.4. Eje 4: La estrategia de I+D+i (Programa INGENIO 2010)

Las principales medidas que se incluyen en este pilar fundamental en la sociedad actual son: destinar más recursos a I+D+i, aumentando las partidas presupuestarias de este concepto en un mínimo del 25% anual; destinar de forma incremental recursos a nuevas actuaciones que respondan a los principales retos del Sistema Español de I+D+i, concretándose en el Programa Cénit, el Programa Consolider y el Plan Avanz@, para converger con Europa en los principales indicadores de la Sociedad de la Información; reformas normativas para favorecer las actividades de I+D+i, reducir las trabas burocráticas y fomentar la transferencia de tecnología y la cooperación entre los Centros Públicos de Investigación y las empresas; creación del Sistema Integral de Seguimiento y Evaluación (SISE), que permitirá al gobierno una continua revisión de las políticas de I+D+i para poder actuar convenientemente, de manera que la modernización del sistema de Ciencia y Tecnología español se lleve a cabo de la manera más rápida y eficiente posible.

Este eje plantea como objetivos específicos: duplicar la inversión en I+D+i hasta el 2% del PIB en 2010, alcanzando así la media europea; y converger con Europa en la Sociedad de la Información, alcanzando los recursos que la economía española dedica a las TIC el 7% en 2010.

3.2.5. Eje 5: Más competencia, mejor regulación, eficiencia de las administraciones públicas y competitividad. Mercado de la vivienda, medioambiente y comercio interior

Las medidas señaladas por el PNR dentro de este eje son muy variadas: defensa de la competencia; protección de los consumidores y usuarios; modernización de las Administraciones Públicas; internacionalización de las empresas españolas; actuaciones de apoyo y reforma en el mercado de la vivienda; reformas en el sector energético; acciones medioambientales para la reducción de emisiones contaminantes; dinamización de sectores clave (tales como telecomunicaciones o el sector financiero).

Por su parte, como objetivos específicos se destacan: por un lado, mejorar la posición española en relación con los indicadores de competencia, convergiendo en 2010 con la media europea en aquellos casos en los que la economía española se encuentre por debajo de la misma; por otro, en el marco de un modelo de desarrollo sostenible, España se suma al cumplimiento de

los compromisos del Protocolo de Kyoto, estableciéndose aumentar la eficiencia energética y reducir las emisiones de CO₂ desde el 40% hasta el 24% entre 2008 y 2012.

3.2.6. Eje 6: Mercado de trabajo y diálogo social

Dentro de este pilar del PNR, se establecen como medidas más importantes: incrementar el empleo de los jóvenes; aumentar la tasa de ocupación femenina y eliminar su discriminación laboral; favorecer la integración laboral de las personas con discapacidad y otras personas o colectivos en situación o riesgos de exclusión social; mejorar el funcionamiento de las instituciones del mercado de trabajo; favorecer la conciliación entre la vida laboral y la personal; puesta en marcha de la Ley de Autonomía Personal y Atención a las Personas en situación de Dependencia; apoyar la prolongación de la vida activa y la modernización de los sistemas de protección social; gestionar de forma adecuada los flujos migratorios; promover el empleo autónomo y la economía social; reducir la temporalidad en el trabajo; mejorar el sistema de salud y seguridad en el trabajo; apoyo al mantenimiento y consolidación del Acuerdo interconfederal para la negociación colectiva.

Los objetivos específicos marcados por este eje se concretan en: aumentar la tasa de empleo femenina, desde el 48% hasta el 57%, superando la media europea; reducir la tasa de desempleo juvenil desde el 22,1% hasta el promedio actual de la UE-25 (18,6%) en 2010; y reducir la siniestralidad laboral en un 15%.

3.2.7. Eje 7: El Plan de Fomento Empresarial

Las medidas incluidas dentro de este eje son muy diversas, pudiéndose aglutinar en: jurídico-administrativas; financieras; educativas; de fomento de la innovación; laborales.

Como objetivo específico de este eje se establece aumentar la creación de empresas en un 25% mediante el fomento del espíritu emprendedor, especialmente entre jóvenes y mujeres. En este sentido, se pretende alcanzar una tasa anual de creación de empresas del 12,5% en 2010.

4. SEGUIMIENTO Y EVALUACIÓN DEL PROGRAMA NACIONAL DE REFORMAS

Con el objeto de facilitar la rendición de cuentas y la revisión anual del PNR, se establecen tanto un mecanismo de seguimiento como un sistema de evaluación, a nivel nacional y también por parte de las instituciones europeas.

4.1. Descripción general de los mecanismos de seguimiento y evaluación del PNR

Los procedimientos de seguimiento y evaluación del PNR comienzan a nivel nacional con la actuación de la CDGAE, que encarga, al menos, un *Informe Anual de Progreso* que se ha de elaborar antes de la revisión anual que la Comisión Europea realiza cada otoño del PNR. Este Informe, por un lado, recopila los avances realizados durante los doce meses anteriores, detallándose las medidas que se han puesto en marcha en cada uno de los ejes principales de actuación y, por otro, propone los cambios y nuevas medidas en las áreas que así lo precisen. El Informe incluye, además, una revisión del grado de cumplimiento de los objetivos finales e intermedios señalados en el PNR.

Hasta el momento, se han publicado Informes Anuales de Progreso para los años 2006, 2007 y 2008. El último de ellos, el *Informe Anual de Progreso 2008 del PNR* fue aprobado por el Consejo de Ministros el 10 de octubre de 2008. Con él se cierra el primer ciclo de la implementación en España de la Estrategia renovada de Lisboa para el crecimiento y el empleo. El Informe pone de manifiesto que, desde 2005, el impulso reformista en España ha sido intenso y continuado, registrándose en torno a 400 reformas aprobadas. Estas reformas han contribuido a que España haya experimentado avances considerables en los objetivos de política económica establecidos en el PNR. Así, se había consolidado la convergencia plena en renta per cápita con la UE-25 y también se había convergido con Europa en tasa de empleo. Para el segundo ciclo de la Estrategia renovada de Lisboa (2008-2010), el Gobierno proponía en dicho Informe acelerar su política de reformas estructurales para contribuir a consolidar el potencial de crecimiento de la economía española.

En todo el mecanismo de seguimiento del PNR, el Gobierno español es consciente del papel crucial que deben jugar los Interlocutores Sociales, las Comunidades Autónomas y el Parlamento para que este PNR cumpla los objetivos fijados. Por esta razón, mantiene el diálogo con representantes de todos estos estamentos e instituciones, reuniéndose con ellos al menos dos veces al año, coincidiendo con las distintas fases de seguimiento del PNR.

En este punto hay que destacar que, dadas las importantes competencias que tienen las Comunidades Autónomas en España, en muchas de las políticas de este Programa se hace necesario extender la iniciativa sugerida por algunas de ellas para nombrar un coordinador regional de la Estrategia de Lisboa que supervise las áreas relacionadas con la Estrategia en su Comunidad y que pudiera elaborar un Programa Regional de Reformas (PRR). En este sentido, varias han sido las comunidades autónomas que han desarrollado ya sus propios PRR. En concreto, Andalucía (VI Acuerdo de Concertación Social), Cataluña (Acuerdo Estratégico para la internacionalización, la calidad del empleo y la competitividad de la economía), Euskadi (Programa de contexto económico y reformas para el crecimiento y el progreso social 2006-2009) y la Región de Murcia (Plan Estratégico 2007-2013).

De forma paralela a este mecanismo de seguimiento, para obtener una evaluación independiente del PNR, debe reseñarse finalmente que la CDGAE encarga a la Agencia Estatal de Evaluación de las Políticas Públicas y la Calidad de los Servicios, que cuenta con el apoyo del Observatorio para la Sostenibilidad, una evaluación anual del grado de aplicación y de éxito de las principales medidas de cada uno de los siete ejes del PNR. Esta evaluación anual del PNR se hace pública tras su envío a la CDGAE y es remitida al Parlamento, a las Comunidades Autónomas, a la Federación Española de Municipios y Provincias y a los Interlocutores Sociales.

4.2. El primer informe de seguimiento y evaluación: el Informe de la Comisión Europea, de 25 de enero de 2006, sobre el PNR de España

A principios de 2006 la Comisión Europea hizo pública, en forma de Comunicación (COM nº 30/F, de 25 de enero de 2006), la valoración del Programa Nacional de Reformas español de octubre de 2005.

En líneas generales dicha valoración fue muy positiva y se invitó al Gobierno español a llevarlo a cabo con vigor en los sucesivos años. La Comisión concluyó que el PNR identificaba y respondía a los principales retos hacia los que deben orientarse las políticas españolas: estabilidad presupuestaria, estrategia en I+D, crear un ambiente más propicio para los negocios, desarrollar sus infraestructuras, mejorar el funcionamiento del mercado laboral y mejorar la educación y el capital humano. También señaló que dicho Programa resultaba ambicioso, coherente y bastante exhaustivo, si bien algunas de sus políticas podrían ser mejoradas.

De forma resumida, como puntos fuertes del Programa, la Comisión destaca: el esfuerzo realizado para alcanzar una mayor estabilidad presupuestaria en el ciclo económico; la buena marcha del exhaustivo Plan de I+D+i; y, por último, el gran número de objetivos recogidos en el Plan estratégico de infraestructuras y transportes.

Por su parte, la Comisión señala como puntos que requieren una mayor atención: el aumento de la competencia en los sectores de la energía y la distribución comercial y las debilidades evidenciadas por el mercado de trabajo, resaltando especialmente la necesidad de aumentar el empleo femenino.

4.3. El último informe de seguimiento y evaluación: el Informe nacional Anual de Progreso 2008 del PNR

Desde el Informe de la Comisión Europea de 25 de enero de 2006, el PNR español ha sido evaluado por sucesivos Informes nacionales elaborados por la Unidad Permanente de Lisboa (en 2006, 2007 y 2008), los cuales, a su vez, han ido tomando en consideración las Conclusiones que sobre este respecto han hecho los Consejos Europeos de Primavera inmediatamente precedentes.

En el presente apartado se describen los aspectos más destacados contenidos en el último de los informes referidos: el *Informe Anual de Progreso 2008 del PNR*, que fue aprobado por el Consejo de Ministros el 10 de octubre de 2008.

Para el segundo ciclo de la Estrategia renovada de Lisboa (2008-2010), el Informe Anual de Progreso 2008 del PNR resalta el hecho de que el Consejo Europeo de Primavera de 2008 confirmó la continuidad de todas las Directrices Integradas para el crecimiento y el empleo establecidas en 2005, así como de los ámbitos prioritarios de actuación de los Programas Nacionales de Reformas. Por ello, el Gobierno de España ha optado por mantener la estructura inicial del PNR, organizada en torno a siete ejes de política económica y mantener los objetivos para 2010, dado que en muchos casos las políticas puestas en marcha no han tenido tiempo de tener pleno efecto sobre los indicadores, por lo que el mayor o menor avance experimentado por éstos no justifica la revisión de unos objetivos concebidos con carácter estructural.

El Consejo Europeo concluyó que, en el periodo 2005-2007, España había progresado adecuadamente no solo en la aplicación de su PNR, sino también en el desarrollo de las áreas prioritarias de la agenda económica europea acordadas por el Consejo Europeo de marzo de 2006: I+D+i, fomento empresarial, energía y empleo. Entre los puntos fuertes, se señalan la reducción de la deuda pública más rápidamente de lo previsto y los avances logrados en la ejecución de la estrategia de I+D+i.

El informe del Consejo también destacó recomendaciones específicas en dos ámbitos de actuación donde deben realizarse reformas de manera prioritaria:

- El aumento de la competencia en el sector de la energía, especialmente eliminando los mecanismos distorsionantes de fijación de precios y mejorando la capacidad de interconexión transfronteriza para garantizar el suministro.
- La efectiva implementación de la reforma educativa, también a nivel regional, para la reducción del abandono escolar prematuro.

Asimismo, identificó una serie de puntos pendientes, en los que se debería hacer un especial hincapié: contener el déficit por cuenta corriente y las presiones inflacionistas; vigilar el mercado de la vivienda; aumentar la competencia en los servicios profesionales y los mercados al por menor; mejorar el marco normativo; aplicar medidas ambientales; seguir modernizando la protección del empleo, incluida la legislación, con el objeto de reforzar la flexibilidad y la seguridad en el mercado laboral; incrementar la productividad; integrar a los inmigrantes en el mercado laboral; seguir aumentando el acceso a la asistencia infantil a través de un aumento de plazas de las escuelas infantiles o guarderías; llevar a cabo reformas en los sistemas de pensiones y sanitario con el fin de mejorar la sostenibilidad fiscal a largo plazo.

Respecto a los objetivos finales fijados en el PNR, hay que señalar que una vez concluido en 2007 el primer ciclo de la implementación en España de la Estrategia renovada de Lisboa, que se inició en 2005, España mostraba notables avances en la práctica totalidad de los objetivos de política económica establecidos en su PNR con horizonte 2010, en especial habiendo consolidado la convergencia plena en renta per cápita con la UE-25 (102,9%) y aproximándose al objetivo de tasa de empleo del 66%.

Si nos centramos en cada uno de los siete ejes fundamentales de actuación del PNR, el Informe Anual de Progreso 2008 destaca importantes progresos alcanzados en todos y cada uno de ellos.

- En el Eje 1, relativo al refuerzo de la estabilidad macroeconómica y presupuestaria, resaltan los siguientes puntos:
 - Reducción de la deuda pública. En 2007 se registró el tercer superávit consecutivo, que ascendió al 2,2% del PIB. El ahorro acumulado en los tres años precedentes rozó los 50.000 millones de € lo que permitió reducir la ratio de la deuda pública al 36,2%.
 - Austeridad presupuestaria, afectando a los gastos corrientes, pero no a la inversión en infraestructuras.
- Los logros más relevantes del Eje 2, dedicado a las infraestructuras, transporte y gestión del agua, se pueden resumir en los dos puntos siguientes:
 - El Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte 2005-2020 ha superado en 2008 el 25% de ejecución.
 - En cuanto al Programa AGUA, hasta finales de 2008 se preveía tener comprometidos 3.200 millones de € en actuaciones licitadas, en ejecución y terminadas (un 59,5% más que el año anterior).

- Dentro del Eje 3, centrado en el aumento y mejora del capital humano, sobresalen los siguientes datos:
 - El presupuesto total en educación infantil fue de 558 millones de € en 2008. En el ciclo de 0 a 3 años, se ha conseguido superar el objetivo europeo para 2010 de la tasa de escolaridad a los 2 años (30%), alcanzando el 32,6%.
Por otro lado, en 2008 arranca el Programa Educa3 con un presupuesto total de 1.087 millones de € con el objetivo final de que en 2012 haya una plaza de educación infantil para todo niño que lo solicite.
Por último, en el segundo ciclo, de 3 a 6 años, en 2008 se destinaron 428 millones de € para garantizar su gratuidad.
 - El presupuesto de becas se ha incrementado en un 55,8% desde 2004 con más de un millón y medio de beneficiarios, nuevas modalidades y con el pago de la ayuda al inicio del curso; en concreto, en 2008 el presupuesto se cifró en 1.172,5 millones de €. Por otro lado, en 2008 se consolidaron el Programa Préstamos Renta Universidad, beneficiándose del mismo 10.400 jóvenes, y el Programa Inglés para Jóvenes, con casi 52.000 ayudas.
 - Se han iniciado reformas en la Formación Profesional (FP) para converger con la OCDE en tasas de graduación y de abandono escolar prematuro.
 - La formación ocupacional y continua ha disfrutado de un presupuesto de 2.378 millones de € en 2008. La proporción de desempleados menores de 25 años que no recibe algún tipo de formación o una oferta laboral al cabo de 6 meses se sitúa en torno al 7%. El objetivo acordado en el Consejo Europeo es llegar al 0%.
 - Finalmente, hay que mencionar la necesidad de mejorar el funcionamiento del sistema educativo y sus resultados para disminuir el abandono escolar. En lo que respecta al indicador abandono escolar prematuro se encuentra estancado, siendo necesario adoptar reformas estructurales que permitan converger con la UE.
- Respecto al Eje 4, en el periodo de tiempo evaluado se ha obtenido una mayor convergencia con la UE en materia de I+D+i. En particular, los avances se han materializado en los siguientes aspectos:
 - Se han obtenido los primeros resultados del Programa INGENIO 2010. Se ha dedicado a inversión en I+D el 1,2% del PIB, suponiendo este dato el mayor crecimiento registrado en los últimos 15 años, y en inversión empresarial en I+D se dedicó el 0,67% del PIB, lo que representa el mayor crecimiento desde 1998. Analizando otros indicadores, se puede citar que de entre las patentes europeas, las españolas registran el mayor crecimiento de la UE-15 en 2004-07, y las publicaciones científicas españolas aumentaron un 22% entre 2004 y 2007.
 - El Plan Nacional de I+D+i 2008-2011, que da continuidad al Programa INGENIO 2010, incorpora nuevas actuaciones, como: mejoras en la gestión para mejorar la eficiencia del sistema; incremento anual de los presupuestos públicos destinados a la I+D+i civil (18,8% en 2008); desarrollo de la Ventanilla Única de ayudas a la I+D+i; creación de “Euroingenio”, unos fondos adicionales para que las CC.AA. mejoren su

participación en el Programa Marco europeo de Investigación, destinándose 11,6 millones de € en 2008.

- Creación del Ministerio de Ciencia e Innovación, responsable de coordinar toda la política de I+D+i del Gobierno.
- Puesta en marcha de la redacción de la nueva Ley de la Ciencia y la Tecnología, un nuevo marco normativo de los instrumentos de I+D que pretende simplificar procedimientos, suprimir cargas administrativas, regular los derechos de propiedad intelectual y reformar la carrera investigadora, técnica y gerencial.
- En lo que se refiere al Eje 5, los avances más relevantes obtenidos son:
 - Respecto al Marco regulatorio y modernización de las Administraciones Públicas (AA.PP.), por un lado, se crea el Plan de Implementación de la Ley de Acceso Electrónico de los Ciudadanos a los Servicios Públicos, con el objetivo de que en 2010 todas las AA.PP. ofrezcan versiones telemáticas de sus procedimientos; y por otro, se asiste a la reforma normativa de los organismos reguladores sectoriales (independencia, capacidad de supervisión y rendición de cuentas).
 - Transposición de la Directiva Europea sobre libre acceso y ejercicio de actividades de Servicios.
 - En cuanto al mercado de la vivienda, respecto a la protegida destacan las siguientes medidas: inicio en 2004-2007 de una media de 82.540 viviendas protegidas, un 56% más que en los cuatro años anteriores; elaboración del Plan de Vivienda 2009-2012, que permite a las CC.AA. flexibilizar y simplificar sus actuaciones para facilitar su adaptación a sus necesidades, por ejemplo transformando vivienda libre en protegida de precio concertado; creación de una línea de avales VPO del Instituto de Crédito Oficial (ICO) por valor de 5.000 millones de € anuales hasta 2010; oferta pública de adquisición de suelo por parte de la Entidad Pública Empresarial del Suelo (SEPES) por 300 millones de € En materia de alquiler, los puntos más sobresalientes son: puesta en marcha por parte del ICO de una línea de mediación dotada con 3.000 millones de € para facilitar a los promotores la transformación de sus préstamos en otros a más largo plazo; autorización a las Sociedades Cotizadas de Inversión a operar en el Sector Inmobiliario, con un régimen fiscal favorable; reforma de la Ley de Arrendamientos Urbanos, para que los propietarios puedan cancelar el contrato si necesitan la vivienda para sus padres o hijos; reforma de la Ley de Enjuiciamiento Civil, para agilizar los desahucios.
 - En materia de energía, se avanza en el proceso de liberalización del mercado eléctrico de consumidores industriales y domésticos. Para mejorar la seguridad en el suministro, se acuerda una nueva línea de interconexión España-Francia y se planifican las infraestructuras de transporte de electricidad y gas. En el marco de las energías renovables y eficiencia energética, se aprueba el Plan de activación del ahorro y la eficiencia energética 2008-2010 y se comienza la elaboración de la Ley de eficiencia energética y energías renovables y el diseño del Plan de energías renovables 2011-2020.

- En lo referente al medio ambiente, las acciones se centran en la reducción de los gases de efecto invernadero a través del Plan Nacional de Asignaciones 2008-2012 y de la Estrategia Española de Cambio Climático y Energía Limpia 2007-2012-2020. A pesar de un ligero repunte registrado en 2007, en 2008 se logró una reducción de emisiones de CO₂.
- Dinamización de algunos Sectores Clave: Transporte ferroviario, por carretera y marítimo, Aeropuertos y telecomunicaciones.
- En cuanto al Eje 6, relativo al mercado de trabajo y diálogo social, el Informe de Progreso 2008 pone el acento en los avances logrados en:
 - Estabilidad del empleo: entre julio de 2006 y junio de 2008 se crearon 740.000 empleos asalariados, creciendo el empleo indefinido en 1,3 millones y reduciéndose el temporal en casi 600.000.
 - Establecimiento del Programa de Retorno Voluntario de Trabajadores Extranjeros en paro y creación del Plan Extraordinario de Orientación, Formación e Inserción Laboral (acordado en Conferencia sectorial con las CC.AA. y dotado con 201 millones de €).
 - Dentro de la Declaración para el impulso de la economía, el empleo, la competitividad y el progreso social, resaltan los siguientes puntos: modernización de los Servicios Públicos de Empleo; racionalización y potenciación de las Políticas Activas de Empleo; Plan de Empleo 2009 en Trabajos de Utilidad Social (dotado con 1.100 millones de €); reforma de la Formación Profesional; desarrollo del Estatuto del Trabajador Autónomo; evaluación del funcionamiento del Acuerdo para la Mejora del Crecimiento y del Empleo; adaptación de la Seguridad Social a la nueva realidad demográfica; desarrollo de la Ley de Igualdad; establecimiento del Sistema Nacional de Atención de la Dependencia (dotado con 1.200 millones de € en 2009).
- Finalmente, sobre el Plan de Fomento Empresarial al que se refiere el Eje 7 cabe destacar:
 - Implementación de un Plan de acción específico para la reducción de las cargas administrativas de las empresas, con un objetivo de reducción para 2012 del 30%, más ambicioso que el europeo (25%); rebaja general de tasas de notarios y registradores (20% en promedio); Plan Empresa 24 horas (que propone reducir los tiempos de constitución y de inicio de actividad, a menos de 24 horas, incorporando el silencio administrativo positivo en los procedimientos).
 - Apertura de nuevas líneas de crédito destinadas a los proyectos de inversión empresarial, a través sobre todo del ICO, que prevén inyectar más de 30.000 millones de € hasta 2010; aceleración de las devoluciones del IVA; reducción del Impuesto de Sociedades.
 - Implementación de Planes Integrales de Desarrollo de Mercado destinados a favorecer la exportación. Creados en 2005, se han destinado a 11 países fuera del ámbito de la UE. Las exportaciones a estos países han crecido al 12% anual, contrastando con el crecimiento medio del conjunto de las exportaciones (7,3%). Destacan los Planes dirigidos a los países miembros del Consejo de Cooperación del Golfo y un nuevo plan

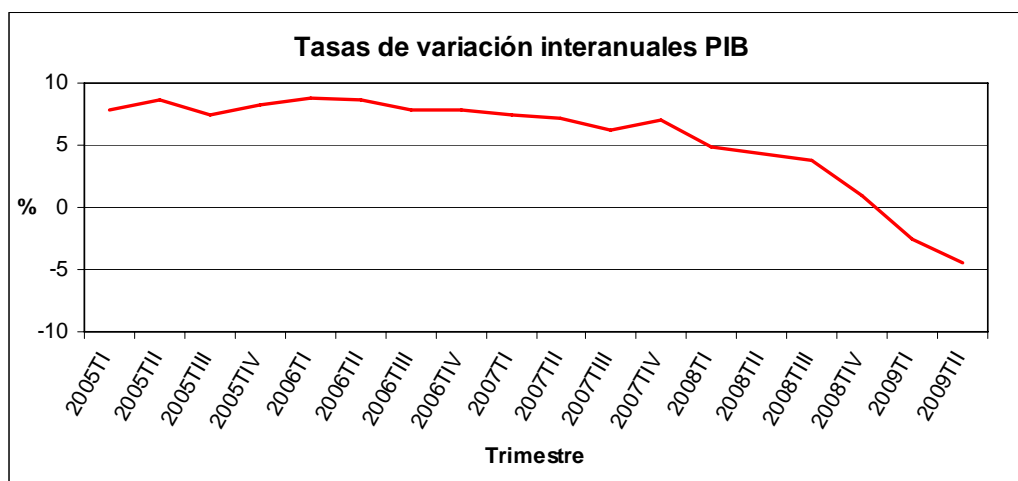
reforzado a China, así como la definición del Plan Estratégico ICEX 2009-2012, el Programa Aprendiendo a Exportar (APEX) y el Plan de Iniciación a la Promoción Exterior (PIPE).

5. LA LLEGADA DE LA CRISIS ECONÓMICA: CAMBIO DE ESCENARIO Y OPORTUNIDAD PARA LAS HERRAMIENTAS CUANTITATIVAS

El Informe Anual de Progreso 2008 del PNR se presenta en un momento de pleno cambio de la coyuntura económica española, que pasa de crecer y crear empleo a ritmos intensos a experimentar, como sucede en todas las economías desarrolladas del mundo, una fuerte desaceleración, con un importante impacto negativo tanto en la actividad productiva como en el empleo.

La Gráfica 1 muestra, por trimestres, la evolución de las tasas de variación interanuales del PIB a precios de mercado en términos corrientes desde 2005. Así, mientras en el último trimestre de 2007 éstas mostraban una extraordinaria cifra del 7%, un año después, en el último trimestre de 2008, la tasa es de solo el 0,9%. Y en el transcurso de 2009, la situación no ha hecho sino empeorar, situándose la tasa en el segundo trimestre de este año en el -4,4% (INE, 2009a). Este comportamiento es consecuencia, sobre todo, de la desaceleración de la demanda nacional, principalmente del consumo y de la inversión en construcción, mientras que el sector exterior ha reflejado un mejor comportamiento, derivado de una bajada de las importaciones más acusadas que la de las exportaciones (FUNCAS, 2009).

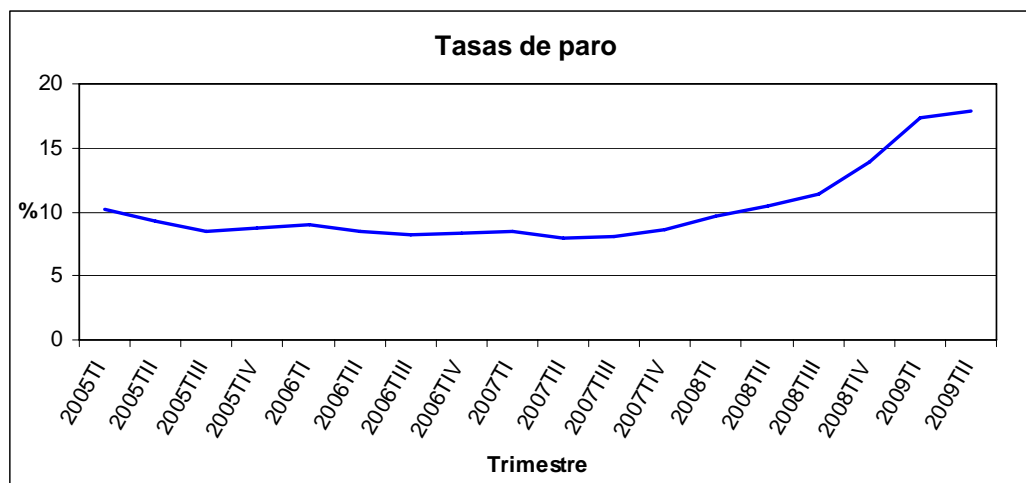
Gráfica 1



Fuente: INE.

Por otro lado, el debilitamiento de la creación de empleo unido al mayor incremento de la población activa ha “dado al traste” con los importantes logros que estaba alcanzando la economía española en esta materia, alcanzándose en los últimos meses tasas de paro ciertamente preocupantes: 13,91% al final de 2008 y 17,92% en el segundo trimestre de 2009 (INE, 2009b). La Gráfica 2 ofrece la evolución de este indicador desde 2005. Este dato es, quizás, el rasgo más característico de la gravedad de la crisis en la economía española frente a otros países de la UE.

Gráfica 2



Fuente: INE.

En este escenario de crisis cabe la posibilidad de un replanteamiento de determinadas políticas económicas y una redefinición en los objetivos y en las medidas a implementar. En los primeros meses de 2009, el Gobierno español ha hablado incluso de la necesidad de establecer “un nuevo modelo productivo”. En un momento así, de fuerte incertidumbre, resulta esencial disponer de buenas herramientas que ayuden a la toma de decisiones. Las técnicas del análisis cuantitativo se revelan entonces como fundamentales en esta tarea.

De este modo, cabe citar por su enorme relevancia la aplicación de la metodología estocástica de Box-Jenkins en el estudio de las series temporales de variables económicas, tratando de obtener comportamientos estacionales y cíclicos mediante distintos tipos de modelos: AR, MA, ARMA o ARIMA. Asimismo, los modelos econométricos de regresión, lineales o de otro tipo funcional, uniecuacionales o definidos por sistemas de ecuaciones simultáneas, aparecen como herramientas idóneas para tratar de establecer relaciones de dependencia entre distintas variables socio-económicas que permitan vislumbrar y predecir comportamientos futuros. Igualmente, y sin ánimo de ser exhaustivos, pueden ser de gran ayuda los estudios de impactos mediante el análisis input-output, el análisis multicriterio, los modelos de elección discreta, como el probit, logit, gompit o tobit, o las diversas técnicas que conforman el amplio espectro del análisis multivariante: clúster, factorial, discriminante...¹

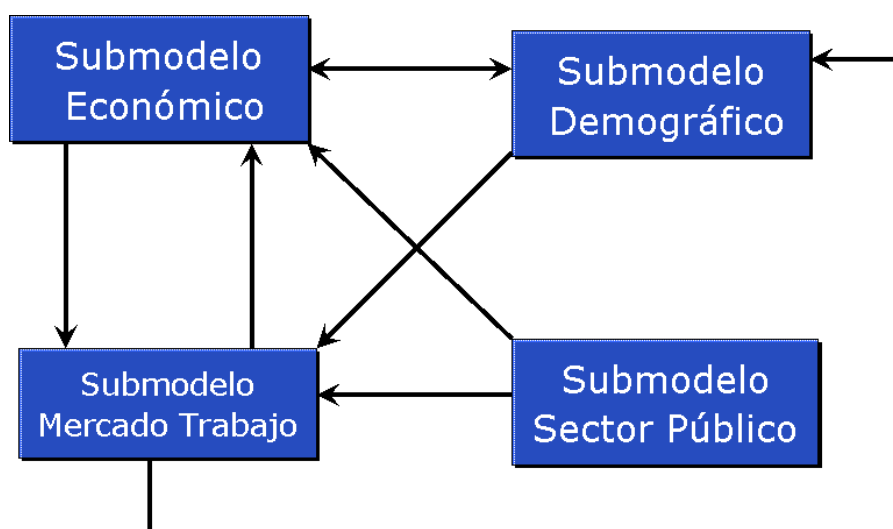
Dentro de este amplio espectro de técnicas cuantitativas diversas, podemos resaltar, a modo ilustrativo, el papel de los modelos de simulación dinámica de sistemas. Forrester (1961, 1968), Aracil (1992, 1995), Drew (1995), Coyle (1996), López y Martínez (2000) y Sterman (2000) constituyen referencias básicas en la literatura para el conocimiento de este tipo de modelización y su aplicación al ámbito económico.

¹ Para una rápida consulta de todos estos métodos cuantitativos, puede verse Greene (1999) o Gujarati (2003).

La simulación dinámica aparece como un instrumento de primer nivel para la toma de decisiones, teniendo en su base el análisis estocástico de series temporales y los modelos econométricos de ecuaciones simultáneas como principales técnicas cuantitativas.

El Modelo Andalucía Siglo XXI (AS21) constituye un ejemplo real de este tipo de herramienta². El AS21 es un modelo de simulación de la realidad socioeconómica referido a la Comunidad Autónoma de Andalucía y, por su diseño y metodología, permite analizar de manera integrada las relaciones entre los aspectos económicos, demográficos, del mercado de trabajo y del sector público más relevantes de esta región (Figura 1), ofreciendo además la posibilidad de realizar previsiones y simulaciones sobre las mismas³.

Figura 1



Este modelo es de uso interno reservado a su organismo titular, por lo que en este trabajo no resulta posible ofrecer los resultados de simulaciones sobre escenarios concretos. No obstante, las Figuras 2 y 3 permiten hacerse una idea de su potencialidad (Ordaz, 2006).

Citando este ejemplo real del Modelo AS21, lo único que se pretende es simplemente poner de manifiesto la importancia de este tipo de herramientas de análisis cuantitativo para los gestores públicos de política económica en su proceso de toma de sus decisiones. Como ya se indicó anteriormente, en un momento de crisis como el actual, la posibilidad de trabajar y realizar simulaciones del comportamiento de distintas variables macroeconómicas y sociales en el marco de diferentes escenarios plausibles puede resultar de enorme utilidad para una posible redefinición de objetivos, medidas y, en definitiva, políticas de actuación concretas incluidas en el PNR.

² Propiedad de la Secretaría General de Economía de la Junta de Andalucía, y elaborado por Predicciones Macroeconómicas S.L., las primeras versiones del Modelo AS21 datan de 2005, habiendo colaborado en su desarrollo el primero de los autores firmantes del presente trabajo.

³ Por resaltar algunas cifras, el submodelo económico engloba cerca de 130 variables y otras tantas ecuaciones estocásticas que se resuelven simultáneamente.

Figura 2

AndalucíaS21 Escenario P. AUTONÓMICAS P. ESTATALES C. CONTORNO

menú simular

Restaurar escenario

Incremento del importe de las subvenciones autonómicas al empleo en 2005 del 500%.
A partir de 2006, se mantienen las mismas tasas de crecimiento que en el escenario Base (10%).

ESCENARIO de SIMULACIÓN

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Palancas autonómicas												
Consumo público autonómico (Tasas de variación)	7,56	8,00	9,40	7,00	6,50	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
Inversión pública autonómica (Tasas de variación)	-17,68	24,00	12,80	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
Sub. autonómicas al empleo (Mill. euros corrientes)	72	477	524	577	635	698	768	845	929	1.022	1.124	1.236
Sub. auton. de explotación (Mill. euros corrientes)	714	771	833	900	972	1.049	1.133	1.224	1.322	1.427	1.542	1.665
Sub. auton. a la inversión (Mill. euros corrientes)	1.576	1.824	1.952	2.089	2.235	2.392	2.559	2.738	2.930	3.135	3.354	3.589

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Palancas autonómicas												
Consumo público autonómico (Tasas de variación)	7,56	8,00	9,40	7,00	6,50	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
Inversión pública autonómica (Tasas de variación)	-17,68	24,00	12,80	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
Sub. autonómicas al empleo (Mill. euros corrientes)	72	79	87	96	106	116	128	141	155	170	187	206
Sub. auton. de explotación (Mill. euros corrientes)	714	771	833	900	972	1.049	1.133	1.224	1.322	1.427	1.542	1.665
Sub. auton. a la inversión (Mill. euros corrientes)	1.576	1.824	1.952	2.089	2.235	2.392	2.559	2.738	2.930	3.135	3.354	3.589

Figura 3

AndalucíaS21 Resultados (en tasas)

ESTRUCTURA APORTACIÓN IR A NIVELES

menú + resultados

Incremento del importe de las subvenciones autonómicas al empleo en 2005 del 500%.
A partir de 2006, se mantienen las mismas tasas de crecimiento que en el escenario Base (10%).

CUADRO MACROECONÓMICO

Tasas de variación anual (en %)

	2005	2006	2007	2008	2004-2008
Gasto en consumo final regional	0,00	-0,09	0,17	0,00	0,02
Gasto en consumo final regional de los hogares	0,00	-0,14	0,20	-0,03	0,01
- Compras de residentes en el territorio	0,00	-0,15	0,20	-0,03	0,01
Gasto en consumo final de las AA.PP.	0,00	0,11	0,11	0,11	0,08
- Gasto consumo final Administraciones Locales	0,00	0,11	0,11	0,11	0,08
- Gasto en consumo final Administración Autonómica	0,00	0,11	0,11	0,11	0,08
- Gasto en consumo final Administración del Estado	0,00	0,10	0,11	0,11	0,08
Gasto en consumo final de las ISFLSH	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Formación Bruta de Capital	0,00	0,61	0,04	-0,02	0,16
Inversión privada	0,00	0,68	0,01	-0,05	0,16
- Productiva	0,00	0,00	0,26	-0,14	0,03
- En vivienda	0,00	1,10	-0,12	0,02	0,24
Inversión pública	0,00	0,21	0,19	0,16	0,15
- Inversión pública local	0,00	0,20	0,18	0,16	0,15
- Inversión pública autonómica	0,00	0,21	0,18	0,16	0,14
- Inversión pública estatal	0,00	0,24	0,20	0,16	0,16
Exportaciones totales de bienes y servicios	0,00	0,04	0,03	0,03	0,03
Exportaciones de bienes y servicios	0,00	0,06	0,03	0,02	0,03
- Resto de España	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
- Extranjero	0,00	0,12	0,05	0,04	0,05
- Resto de la UE	0,00	0,08	0,03	0,03	0,04
- Resto del Mundo	0,00	0,18	0,07	0,06	0,08
Compras de no residentes en el territorio	0,00	0,00	0,06	0,06	0,03
Importaciones totales de bienes y servicios	0,00	-0,07	0,11	0,03	0,02
Importaciones de bienes y servicios	0,00	-0,07	0,12	0,03	0,02
- Resto de España	0,00	-0,12	0,16	0,08	0,03
- Extranjero	0,00	0,04	0,02	-0,09	-0,01
- Resto de la UE	0,00	0,04	0,02	-0,10	-0,01
- Resto del Mundo	0,00	0,04	0,03	-0,07	0,00
Compras de residentes fuera del territorio	0,00	0,04	-0,06	0,01	0,00
PIBpm	0,00	0,19	0,11	0,00	0,08
Demanda regional	0,00	0,12	0,14	0,00	0,06
Demanda interna	0,00	0,11	0,13	0,00	0,06
- Gasto en consumo final interior	0,00	-0,08	0,17	0,01	0,02

6. CONCLUSIONES

El presente trabajo se ha ocupado de analizar las principales características del Programa Nacional de Reformas (PNR) de España. Elaborado en octubre de 2005, fue la respuesta del Gobierno español a los nuevos objetivos fijados por la renovada Estrategia de Lisboa tras el Consejo Europeo de Primavera de marzo de 2005, una vez tenido en consideración el Informe Kok.

El PNR constituye el marco fundamental de referencia de la política económica española actual y establece dos grandes objetivos para 2010: lograr la plena convergencia en renta per cápita con la UE-25 y alcanzar una tasa de empleo del 66%. Para la consecución de estos dos grandes objetivos, el PNR establece siete ejes esenciales en torno a los cuales se han diseñado y definido toda una serie de medidas y objetivos específicos que conforman básicamente la actuación del Gobierno español en materia de política económica y social durante los últimos años.

En este punto, se hace también imprescindible reseñar el importante papel que están jugando los gobiernos de algunas comunidades autónomas. La organización territorial y política del Estado español confiere un amplio poder a sus regiones, por lo que muchas de éstas han contribuido al desarrollo y cumplimiento del PNR con sus propios planes y programas de adaptación a éste.

Para evaluar el seguimiento y cumplimiento de los objetivos propuestos del PNR, hay establecidos toda una serie de mecanismos europeos y nacionales. Tanto los Informes periódicos de la Comisión Europea referidos al PNR español como los Informes nacionales Anuales de Progreso del PNR han ido, desde un principio, poniendo de manifiesto los importantes avances que la economía de nuestro país ha ido evidenciando a lo largo de los últimos años hacia la plena convergencia europea.

En particular, el último de estos Informes Anuales de Progreso, el de 2008, pone de manifiesto que, desde 2005, el impulso reformista en España ha sido intenso y continuado, registrándose en torno a 400 reformas aprobadas. Éstas han contribuido a que España haya experimentado avances considerables en los objetivos de política económica establecidos en el PNR. Así, se había consolidado la convergencia plena en renta per cápita con la UE-25 y también se había convergido con Europa en tasa de empleo. Para el segundo ciclo de la Estrategia renovada de Lisboa (2008-2010), el Gobierno propone en dicho Informe acelerar su política de reformas estructurales para contribuir a consolidar el potencial de crecimiento de la economía española.

Sin embargo, resulta inevitable hacer alusión al escenario de grave crisis económica mundial que estamos viviendo en la actualidad. En particular, en España las repercusiones sobre la desaceleración del PIB y el empleo están siendo especialmente importantes. Las perspectivas a corto plazo, además, no resultan nada esperanzadoras. Esta circunstancia hace que el marco actual de actuación de los Programas de reformas europeos sea distinto del existente hasta hace unos meses, lo que obliga a estar atentos a la evolución y posible redefinición general de los objetivos de las políticas económicas y sociales que los países de la UE deberán fijar en un

futuro próximo. En este escenario, diferentes y muy diversas herramientas del análisis cuantitativo aplicado a la economía pueden jugar un importante papel en lo que a la toma de decisiones de política económica se refiere. En particular, los modelos de simulación dinámica de sistemas se revelan como un instrumento de primer nivel en este sentido, siendo ya utilizados por algunas administraciones públicas.

Agradecimientos

El contenido de este trabajo se enmarca dentro de los proyectos de investigación referidos en sendos convenios de colaboración entre la Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Andalucía y la Universidad Pablo de Olavide (UPO), para el *seguimiento y actualización de la Estrategia de Lisboa y el Programa Nacional de Reformas en el ámbito de la Comunidad Autónoma de Andalucía*, y para la *coordinación, asesoramiento y desarrollo de proyectos de investigación sobre el modelo de simulación de la dinámica del sistema socioeconómico andaluz y del impacto de políticas económicas*, de los que el primero de los autores es el Investigador Responsable por parte de la UPO.

BIBLIOGRAFÍA

- Aracil, J. (1992). *Introducción a la Dinámica de Sistemas*. Alianza Universidad Textos, Madrid.
- Aracil, J. (1995). *Dinámica de Sistemas*. Publicaciones de Ingeniería de Sistemas, ISDEFE, Madrid.
- Comisión Europea (2005). *Trabajando juntos por el crecimiento y el empleo. Relanzamiento de la Estrategia de Lisboa*, Comunicación para el Consejo Europeo de Primavera (COM n° 24/F, de 2 de febrero de 2005). Disponible en:
<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2005:0024:FIN:ES:PDF>
- Comisión Europea (2005). *Acciones comunes para el crecimiento y el empleo: El programa comunitario sobre la Estrategia de Lisboa*, Comunicación para el Consejo Europeo y al Parlamento Europeo (COM n° 330/F, de 20 de julio de 2005). Disponible en:
<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2005:0330:FIN:ES:PDF>
- Comisión Europea (2006). *Ha llegado la hora de acelerar. La nueva asociación para el crecimiento y el empleo*, Comunicación para el Consejo Europeo de Primavera (COM n° 30/F, de 25 de enero de 2006). Disponible en:
<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2006:0030:FIN:ES:PDF>
- Coyle, R.G. (1996). *System Dynamics Modelling: A Practical Approach*. Chapman and Hall.
- Drew, D. (1995). *Dinámica de Sistemas Aplicada*. Publicaciones de Ingeniería de Sistemas, ISDEFE, Madrid.
- Forrester, J.W. (1961). *Industrial Dynamics*. Productivity Press.
- Forrester, J.W. (1968). *Principles of Systems*. Productivity Press.
- Fundación de las Cajas de Ahorros (FUNCAS) (2009). *Actualización de las previsiones económicas para España 2009-2010 a partir de la Contabilidad Nacional del IV Trimestre de 2008*. Gabinete de Coyuntura y Estadística. Disponible en:
http://www.funcas.ceca.es/indicadores/coyuntura_nacional_internacional.asp

- Generalitat de Catalunya (2005). *Acuerdo Estratégico para la internacionalización, la calidad del empleo y la competitividad de la economía catalana*. Disponible en:
<http://www.gencat.cat/economia/acord/docs/acordestrategices.pdf>
- Gobierno de Euskadi (2006). *Programa de contexto económico y reformas para el crecimiento y el progreso social de Euskadi 2006-2009*. Disponible en:
http://www.ogasun.ejgv.euskadi.net/r51-19240/es/contenidos/informacion/planificacion/es_planific/pcer.html
- Gobierno de la Región de Murcia (2007). *Plan Estratégico de la Región de Murcia 2007-2013*. Disponible en:
[http://www.carm.es/newweb2/servlet/integra.servlets.controlpublico?idcontenido=1449&idtipo=2&rastrro=c\\$m](http://www.carm.es/newweb2/servlet/integra.servlets.controlpublico?idcontenido=1449&idtipo=2&rastrro=c$m)
- Greene, W.H. (1999). *Análisis econométrico*. Prentice Hall Iberia, Madrid.
- Gujarati, D.N. (2003). *Econometría* (4ª ed). McGraw-Hill Interamericana, México.
- Instituto Nacional de Estadística (INE) (2009a). *Contabilidad Nacional Trimestral de España. Base 2000*. Disponible en: <http://www.ine.es>
- Instituto Nacional de Estadística (INE) (2009b). *Encuesta de Población Activa*. Disponible en: <http://www.ine.es>
- Junta de Andalucía (2005). *VI Acuerdo de Concertación Social, 2005-2008*. Disponible en:
<http://www.juntadeandalucia.es/empleo/car1/concertosocial/doc/texto.pdf>
- Kok, W. (dir.) (2004). *Hacer frente al desafío. La Estrategia de Lisboa para el crecimiento y el Empleo*, de 3 de noviembre de 2004, Informe para la Comisión Europea. Disponible en:
<http://www.la-moncloa.es/nr/rdonlyres/1d896eae-b43b-494f-956b-352c2ef6c842/74752/informekoknov2004.pdf>
- López, E. y Martínez, S. (2000). *Iniciación a la Simulación Dinámica. Aplicaciones a sistemas económicos y empresariales*. Ariel, Barcelona.
- Ordaz, J.A. (2006). *El Modelo Andalucía Siglo XXI (AS-21)*. Ponencia presentada en el Curso “Los modelos como herramienta para la toma de decisiones en el ámbito de la Economía y la Empresa”, dentro del Ciclo de Cursos de Verano 2006. Universidad Pablo de Olavide.
- Ordaz, J.A.; Romero, M.A. y De la Rosa, M.J. (2009). *Seguimiento y Actualización de la Estrategia de Lisboa y del Programa Nacional de Reformas en el ámbito de la Comunidad Autónoma de Andalucía – Ejercicio 2008*. Documento científico-técnico de carácter restringido. Secretaría General de Economía, Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Andalucía.
- Predicciones Macroeconómicas S.L. y Ordaz, J.A. (2005, 2006). *El Modelo Andalucía Siglo XXI (AS21)*. Software científico-técnico de carácter restringido. Secretaría General de Economía, Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Andalucía.
- Presidencia del Consejo Europeo (2000). *Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Lisboa, 23 y 24 de marzo de 2000)*. Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/00100-r1.es0.htm

- Presidencia del Consejo Europeo (2002). Conclusiones del Consejo Europeo (Sevilla, 21 y 22 de junio de 2002). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/72639.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2004). Conclusiones del Consejo Europeo (Bruselas, 4 y 5 de noviembre de 2004). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/82539.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2005). Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Bruselas, 22 y 23 de marzo de 2005). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/84344.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2006). Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Bruselas, 23 y 24 de marzo de 2006). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/89026.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2007). Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Bruselas, 8 y 9 de marzo de 2007). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/93146.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2008). Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Bruselas, 13 y 14 de marzo de 2008). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/99415.pdf
- Presidencia del Consejo Europeo (2009). Conclusiones del Consejo Europeo de Primavera (Bruselas, 19 y 20 de marzo de 2009). Disponible en:
http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/es/ec/106815.pdf
- Sterman, J.D. (2000). *Business Dynamics. Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Mc Graw-Hill.
- Unidad Permanente de Lisboa (2005). *Programa Nacional de Reformas de España: Convergencia y Empleo*, de 13 de octubre de 2005. Oficina Económica del Presidente del Gobierno. Disponible en:
<http://www.la-moncloa.es/programas/oep/publicacioneseinformes/pnr/pnr2005pdf.htm>
- Unidad Permanente de Lisboa (2006). *Programa Nacional de Reformas de España: Informe Anual de Progreso 2006*, octubre de 2006. Oficina Económica del Presidente del Gobierno. Disponible en:
<http://www.la-moncloa.es/programas/oep/publicacioneseinformes/pnr/informeannualprogreso2006.htm>
- Unidad Permanente de Lisboa (2007). *Programa Nacional de Reformas de España: Informe Anual de Progreso 2007*, octubre de 2007. Oficina Económica del Presidente del Gobierno. Disponible en: <http://www.la-moncloa.es/programas/oep/publicacioneseinformes/pnr/infanuprog.htm>
- Unidad Permanente de Lisboa (2008). *Programa Nacional de Reformas de España: Informe Anual de Progreso 2008*, octubre de 2008. Oficina Económica del Presidente del Gobierno. Disponible en:
<http://www.la-moncloa.es/programas/oep/publicacioneseinformes/pnr/informeannualdeprogreso2008.htm>

Volumen 8 (diciembre de 2009)

Editorial

Páginas 3–6

Análisis multinivel de cadenas de suministros: dos técnicas de resolución del efecto bullwhip

Supply Chain Multi-level Analysis: Two Bullwhip Dampening Approaches

Ciancimino, Elena; Cannella, Salvatore; Canca Ortiz, José David; Framiñán Torres, José Manuel

Páginas 7–28

A Decision Making Method for Educational Management Based on Distance Measures

Toma de decisiones en procesos de gestión de la educación basados en las medidas de distancia

Merigó Lindahl, José M.; López-Jurado, María Pilar; Gracia Ramos, María Carmen

Páginas 29–49

Análisis bayesiano para la diferencia de dos proporciones usando R

Bayesian Analysis for the Difference of Two Proportions Using R

Gutiérrez Rojas, Hugo Andrés; Zhang, Hanwen

Páginas 50–70

Una combinación de un algoritmo voraz con algoritmos genéticos para optimizar la producción de cartón ondulado

A Combination of a Greedy Algorithm and Genetics Algorithms to Optimize the Production of Corrugated Board

Tornadijo Rodríguez, Tomás F.

Páginas 71–86

El Programa Nacional de Reformas de España: descripción y oportunidad para los métodos cuantitativos en el contexto de incertidumbre actual

Spain National Reform Programme: Description and Opportunity for Quantitative Methods in the Current Uncertainty Context

Ordaz Sanz, José Antonio; Melgar Hiraldo, María del Carmen

Páginas 87–109