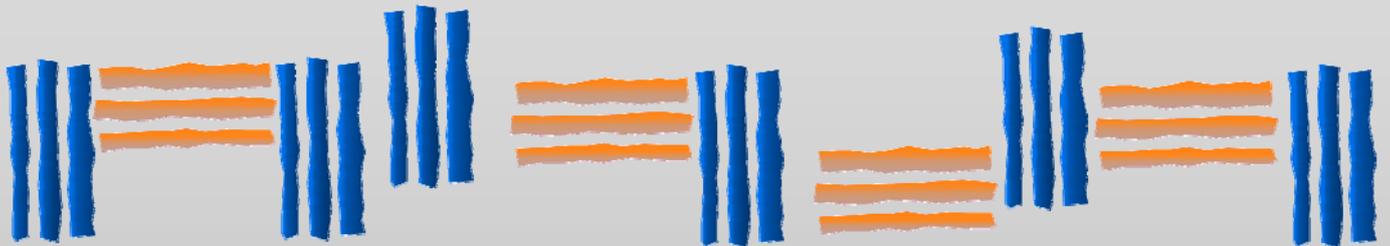


REVISTA DE
MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA



UNIVERSIDAD
**PABLO^D
OLAVIDE**
SEVILLA

Número 11
Junio de 2011
ISSN: 1886-516X
D.L: SE-2927-06

**REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA**

**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

Número 11. Junio de 2011.

ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/>

Editores:

Dr. Eugenio M. Fedriani Martel
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: efedmar@upo.es

Dr. Alfredo García Hernández-Díaz
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: agarher@upo.es

Comité Editorial:

Dr. S. Ejaz Ahmed, University of Windsor, Ontario (Canadá)
Dr. Carlos A. Coello Coello, CINVESTAV-IPN, México D.F. (México)
Dr. Ignacio Contreras Rubio, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. Manuela Coromaldi, University of Social Sciences UNISU, Roma (Italia)
Dr. Miguel Ángel Hinojosa Ramos, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Matías Irigoyen Testa, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires (Argentina)
Dr. M. Kazim Khan, Kent State University, Ohio (EE.UU.)
Dr. Manuel Laguna, University of Colorado at Boulder, Colorado (EE.UU.)
Dra. María Amparo León Sánchez, Universidad de Pinar del Río (Cuba)
Dr. Jesús López-Rodríguez, Universidad de A Coruña, (España)
Dr. Cecilio Mar Molinero, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dra. Ana M. Martín Caraballo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. M^a Carmen Melgar Hiraldo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Gábor Nagy, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dr. José Antonio Ordaz Sanz, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Andrés Rodríguez-Pose, London School of Economics, Londres (Reino Unido)
Dr. José Manuel Rueda Cantuche, IPTS-DG J.R. Centre-European Commission
Dra. Mariagrazia Squicciarini, OECD, París (Francia)
Dra. Mariangela Zoli, Università degli Studi di Roma 'Tor Vergata', Roma (Italia)



Algunas observaciones acerca del uso de software en la estimación del modelo Half-Normal

ORTEGA IRIZO, FRANCISCO JAVIER

Departamento de Economía Aplicada I

Universidad de Sevilla (España)

Correo electrónico: fjortega@us.es

GAVILÁN RUIZ, JOSÉ MANUEL

Departamento de Economía Aplicada I

Universidad de Sevilla (España)

Correo electrónico: gavi@us.es

RESUMEN

El uso del método de máxima verosimilitud para estimar modelos de producción Half-Normal con frontera estocástica conlleva algunas dificultades prácticas que tal vez no han sido suficientemente enfatizadas. Usando el software FRONTIER, analizamos el caso en que la estimación sugiere la ausencia de factores aleatorios en el término de error compuesto. Hemos comprobado que existen motivos para pensar que las estimaciones de los parámetros y, sobre todo, sus errores estándar son de dudosa validez. El software LIMDEP no obtiene estimaciones en este caso, ofreciendo un mensaje de error.

Palabras clave: frontera estocástica; frontera determinista; estimador máximo verosímil; software FRONTIER.

Clasificación JEL: C52; C63; C87.

MSC2010: 65C60; 91B38.

Some Notes about the Using of Software to Estimate the Half-Normal Model

ABSTRACT

Using the maximum likelihood method, in order to estimate Half-Normal stochastic frontier production models, entails several practical difficulties that, perhaps, have not been sufficiently emphasised. In employing FRONTIER software, we analyse the case in which the estimation obtained suggests the absence of random factors in the composite error term. We have proved that there are reasons to doubt the validity of the parameter estimates and especially of its standard errors. On the other hand, no estimation is obtained in the previous situation, with LIMDEP software, but an error message.

Keywords: stochastic frontier; deterministic frontier; maximum likelihood estimator; software FRONTIER.

JEL classification: C52; C63; C87.

MSC2010: 65C60; 91B38.



1. INTRODUCCIÓN

Los modelos econométricos de producción con frontera permiten estimar el nivel máximo de *output* alcanzable, para unos *inputs* dados, en un proceso productivo. A partir de la diferencia entre la producción máxima (o frontera) y la observada, se obtienen indicadores de ineficiencia en el proceso, siendo esta idea propuesta de manera pionera en Farrel (1957).

Bajo la misma idea, en la literatura sobre el tema, se han propuesto dos tipos de modelos. El primero de ellos, actualmente denominado modelo de producción con frontera determinista, considera que la diferencia entre el *output* máximo y el observado es una variable aleatoria positiva. Este enfoque fue sugerido por primera vez en Aigner y Chu (1968). Esta opción presenta varias dificultades (Ortega *et al.*, 2010, Simar, 2007); una de las más destacables es que viola las condiciones usuales de regularidad que permiten obtener la distribución asintótica del estimador máximo verosímil (EMV). La otra alternativa, actualmente denominada modelo de producción con frontera estocástica (o de error compuesto), consiste en introducir dos perturbaciones: una que recoge la ineficiencia y otra que refleja las posibles fuentes de variaciones aleatorias. Este modelo, que sí verifica las condiciones de regularidad necesarias para utilizar el EMV, fue propuesto de manera independiente y casi simultánea en Aigner *et al.* (1977), Battese y Corra (1977) y Meusen y van den Broeck (1977).

Los modelos de frontera estocástica están ampliamente difundidos en la literatura, en parte debido al desarrollo de software específico (como FRONTIER y LIMDEP), los cuales han implementado los algoritmos necesarios para maximizar numéricamente la función de verosimilitud y obtener estimaciones de la matriz de covarianzas.

El objetivo de este trabajo es poner de manifiesto que, para determinadas muestras, se presentan algunas dificultades prácticas que hacen que debamos analizar con cautela los resultados arrojados por los métodos de cálculo numérico implementados en el software desarrollado al efecto. Concretamente, vamos a centrarnos en el caso en que el EMV concluye que la totalidad del término de error compuesto se debe a ineficiencia y, por tanto, hay ausencia de factores aleatorios o, dicho de otra forma, que en realidad nos encontramos ante un modelo de frontera determinista.

En primer lugar, es destacable que en este caso hay discrepancia de resultados entre LIMDEP (que detiene el proceso de estimación con un mensaje de error) y FRONTIER (que ofrece las estimaciones de los parámetros y su matriz de covarianzas, sin ningún tipo de mensaje de error ni aviso). Hemos analizado la respuesta ofrecida por FRONTIER en esta situación, concluyendo que las estimaciones de los parámetros y, sobre todo, sus errores estándar son de dudosa validez, debido a que estamos usando los métodos tradicionales de estimación en una zona en la que la verosimilitud, aunque verifica las condiciones de regularidad, presenta un comportamiento muy similar al de los modelos no regulares. Aclaremos que las versiones de ambos programas que

hemos utilizado han sido LIMDEP 9.0 y el software estadístico R, más concretamente el paquete *frontier* en su versión 0.996-6, el cual usa el código fuente *Fortran* del software FRONTIER 4.1 (Coelli, 1996). Además, debemos reseñar que la ausencia de factores aleatorios puede aparecer en una proporción no despreciable de muestras, por lo que no es extraño que nos encontremos con esta situación al trabajar con este tipo de modelos de error compuesto (Ortega *et al.* 2010).

A partir de aquí, en la sección 2 presentamos el modelo de producción, la función de verosimilitud bajo las hipótesis asumidas para el término de perturbación y las parametrizaciones utilizadas por LIMDEP y FRONTIER para llevar a cabo el proceso de estimación; en la sección 3 presentamos el ejemplo que vamos a analizar así como los resultados que proporcionan LIMDEP y FRONTIER; en la sección 4 analizamos en detalle la solución ofrecida por FRONTIER y exponemos las situaciones conflictivas con las que nos hemos encontrado; en la sección 5 aportamos algunas explicaciones acerca de las situaciones problemáticas observadas. Por último, en la sección 6 exponemos las principales conclusiones de nuestro trabajo.

2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO

La formulación del modelo de producción con frontera estocástica que vamos a considerar es:

$$y_i = x_i' \beta + \underbrace{v_i - u_i}_{\varepsilon_i}, \quad i = 1, \dots, n,$$

donde y_i es la producción de la firma i -ésima, x_i es el vector de todos sus *inputs* y β es un vector de parámetros a estimar. Indiquemos que, en este contexto, es frecuente que tanto *inputs* como *outputs* se consideren en unidades logarítmicas, lo cual corresponde a una función de producción de tipo Cobb-Douglas.

En el error compuesto ε_i se recogen las variaciones aleatorias (mediante la perturbación $v_i \in \mathbb{R}$) y la ineficiencia en el proceso productivo (a través de $u_i > 0$). Comúnmente se supone que las perturbaciones v_i siguen una distribución Normal, concretamente, $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$. Sin embargo, con respecto a la distribución de u_i se han considerado distintas opciones (como, por ejemplo, Exponencial y Gamma). En este trabajo se adopta la hipótesis más habitual, que consiste en tomar $u_i = |u_i^*|$, donde $u_i^* \sim N(0, \sigma_u^2)$. Por definición, se dice que las perturbaciones u_i siguen una distribución Half-Normal, lo cual se representa por $u_i \sim HN(0, \sigma_u^2)$. Además, se considera que todas las perturbaciones son independientes entre sí.

Puesto que vamos a utilizar los programas LIMDEP y FRONTIER, resulta conveniente especificar las parametrizaciones que se usan en ellos para obtener el EMV, ya que son diferentes.

En ambos casos se define $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$, que es la varianza total del término de error compuesto, debido a la independencia entre v y u . Sin embargo, mientras que en LIMDEP se considera $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, en FRONTIER se utiliza $\gamma = \sigma_u^2/\sigma^2$. Así, $\lambda^2 \geq 0$ se interpreta como la proporción entre la varianza debida a ineficiencia y la varianza debida a factores aleatorios, mientras que $0 \leq \gamma < 1$ se interpreta como la proporción entre la varianza debida a ineficiencia y la varianza total. Con la parametrización usada en LIMDEP, el logaritmo de la verosimilitud para una muestra individual viene dado por:

$$\log(L_i) = -\frac{1}{2} \log\left(\frac{\pi}{2}\right) - \log(\sigma) - \frac{1}{2} \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right)^2 + \log\left(\Phi\left(\frac{-\lambda(y_i - x_i' \beta)}{\sigma}\right)\right).$$

Para obtener el logaritmo de la verosimilitud correspondiente a la parametrización usada en FRONTIER, basta con sustituir en la fórmula anterior λ por $\sqrt{\gamma/(1-\gamma)}$.

3. RESULTADOS DE LIMDEP Y FRONTIER EN AUSENCIA DE EFECTOS ALEATORIOS

Para comenzar esta sección, vamos a exponer los resultados ofrecidos por LIMDEP y FRONTIER sobre un conjunto concreto de datos.

Ejemplo. Consideremos los datos acerca de telecomunicaciones en 21 países que se recogen en el ejemplo ofrecido en Coelli *et al.* (1998, p.193) y que pueden consultarse en el Anexo 1.

En este ejemplo, la producción se mide a través de un índice de producción y tenemos una ordenada en el origen más dos factores explicativos, que son la longitud total de líneas instaladas (en 10^3 kilómetros) y el número de trabajadores (en 10^5 personas). Tanto el *output* como los *inputs* se consideran en logaritmos.

Al utilizar LIMDEP para estimar el modelo Half-Normal con frontera estocástica para estos datos, obtenemos el mensaje de error:

```
"Error 143: Models - estimated variance matrix of estimated is singular"
```

Tras pulsar "OK", la salida que ofrece el programa es la que se muestra a continuación:

```
--> FRONTIER;Lhs=LY;Rhs=ONE,LLINES,LEMPLOY$
Maximum iterations reached. Exit iterations with status=1.
Error 143: Models - estimated variance matrix of estimates is singular
```

A continuación, ofrecemos un resumen de los resultados que proporciona FRONTIER, en el que se incluye la matriz de covarianzas estimadas:

```
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
convergence achieved after 9 iterations

final maximum likelihood estimates
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 0.1237296 0.1386500 0.8924 0.3721848
log(x1)     1.0495884 0.2697797 3.8905 0.0001000 ***
```

```

log(x2)      -0.2084949  0.2628753  -0.7931  0.4277007
sigmaSq      0.3456445  0.1021628   3.3833  0.0007163 ***
gamma        1.0000000  0.0030055  332.7271 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -4.046282

cross-sectional data
total number of observations = 21
mean efficiency: 0.6863549

```

```

Matriz de Covarianzas:
      (Intercept)      log(x1)      log(x2)      sigmaSq      gamma
(Intercept)  0.0192238129 -0.0266651478  0.0330569866  0.0008946169 -1.598626e-04
log(x1)      -0.0266651478  0.0727811101 -0.0665491785 -0.0018229559  3.333693e-04
log(x2)      0.0330569866 -0.0665491785  0.0691034136  0.0015375604 -3.242120e-04
sigmaSq      0.0008946169 -0.0018229559  0.0015375604  0.0104372378 -1.008058e-04
gamma        -0.0001598626  0.0003333693 -0.0003242120 -0.0001008058  9.032825e-06

```

De este resumen, lo primero que queremos destacar es que no aparece ningún mensaje de error ni de aviso que nos indique que estamos en una situación problemática. Observemos que $\hat{\gamma} = 1$ (aunque este valor realmente es una aproximación, ya que en 1 la función de verosimilitud no es evaluable) y, por tanto, una de las principales conclusiones sería que en el término de error compuesto no está presente el término de perturbación que recoge los factores aleatorios y que, por tanto, en esencia, estamos ante un modelo de frontera determinista. Además, hemos conseguido obtener una matriz estimada de covarianzas, lo cual no es posible formulando inicialmente el modelo determinista, ya que en él se violan las condiciones de regularidad necesarias.

Desafortunadamente, el procedimiento implementado en FRONTIER, aunque ofrece una solución cuando $\hat{\gamma} = 1$, conlleva serias dificultades que nos hacen dudar de la validez de la misma, como veremos en la sección siguiente. Para finalizar esta sección, observemos que el mensaje de error de LIMDEP es “estimated variance matrix of estimates is singular”. Al calcular con R el determinante de la matriz de covarianzas, tal como es ofrecida en los resultados anteriores, obtenemos $1,2110633e-14$, lo que parece confirmar que la matriz de covarianzas es singular, siendo este el primer argumento que nos hace dudar de la validez de las estimaciones obtenidas.

4. ANÁLISIS DE LA SOLUCIÓN OFRECIDA POR FRONTIER

En esta sección, analizamos con más detalle la solución que ofrece FRONTIER a este ejemplo, llevando a cabo dos pruebas encaminadas a verificar la fiabilidad de las estimaciones. Primero, hemos comprobado la solución que ofrece el software tras volver a estimar el modelo considerando como punto de partida la solución obtenida previamente. Segundo, hemos analizado el comportamiento de las estimaciones ante cambios de escala en las variables explicativas.

4.1 Uso de la solución obtenida como punto inicial para una nueva estimación

En esta sección exploramos la posibilidad de mejorar la solución óptima ofrecida por FRONTIER. Para ello, hemos llevado a cabo un proceso de búsqueda en red, evaluando la función de verosimilitud en el entorno del punto óptimo obtenido inicialmente.

Como podemos apreciar en los resultados anteriores, en la solución ofrecida por FRONTIER el máximo de la verosimilitud es $-4,046282$. No obstante, podemos comprobar que en el punto $\hat{\beta}_0 = 0,1115409$, $\hat{\beta}_1 = 1,0324950$, $\hat{\beta}_2 = -0,1780069$, $\hat{\sigma}^2 = 0,3192176$, $\hat{\gamma} \approx 1$, la función de verosimilitud vale $-3,251858$, lo que supone un aumento bastante significativo.

En esta misma línea, también ensayamos la idea de estimar el modelo usando FRONTIER, pero partiendo de un punto inicial cercano a la solución previamente obtenida. Dadas las significativas diferencias que observamos entre los resultados obtenidos, pensamos en volver a estimar usando como punto de partida para la búsqueda del máximo exactamente la solución ofrecida como óptima por el software. Teóricamente, los métodos numéricos de búsqueda de óptimos ante esta situación no deben iterar, proporcionando de nuevo el mismo punto solución. Sin embargo, hemos podido comprobar cómo el programa vuelve a llevar a cabo algunas iteraciones, ofreciendo soluciones diferentes y mejorando la verosimilitud.

En el Anexo 2 ofrecemos algunos de los resultados obtenidos al aplicar al ejemplo considerado este proceso de uso de la solución óptima como punto inicial para una nueva búsqueda. Resultan especialmente significativas, como ya hemos mencionado, las grandes variaciones que se observan en los *z-value* y, en general, en la matriz de covarianzas estimada, resultado que pone en entredicho la validez de dichas estimaciones (comparar, por ejemplo, los valores ofrecidos en los apartados A y B del Anexo 2).

Repitiendo varias veces este procedimiento de usar la solución óptima como punto inicial para una nueva búsqueda, se termina por llegar a una situación en la que el software hace una única etapa (como debería ocurrir teóricamente siempre). Hemos observado que en este caso la matriz de covarianzas estimada es siempre la identidad (Anexo 2.D). Cuando el número de iteraciones es pequeño (del orden de 3 o 4), todos los errores estándar, salvo el del parámetro γ , son cercanos a 1 y todas las covarianzas cercanas a 0 (Anexo 2.C).

4.2. Cambio de escala en las variables explicativas

En este apartado analizamos el comportamiento de las estimaciones ante cambios de escala en las variables explicativas. En principio, si multiplicamos una variable explicativa por una constante k (por ejemplo, como consecuencia de un cambio de unidad de medida), este hecho no debería afectar a la significatividad de dicha variable en el modelo, pues tanto la estimación de la pendiente correspondiente como el error estándar deberían quedar divididos por k (al menos aproximadamente), con lo cual el *z-value* debe permanecer constante.

En el ejemplo considerado, hemos procedido a multiplicar ambas variables explicativas por la constante $k = 100$ (debemos aclarar que en este ejemplo las variables están en logaritmos, por lo que no tendría mucho sentido un cambio de escala de esta naturaleza; no obstante, para nuestro

objetivo de comparación de resultados, este hecho no es relevante y hemos preferido no cambiar de ejemplo). Los resultados que se obtienen ahora son los que se muestran a continuación:

```
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
convergence achieved after 6 iterations
```

```
final maximum likelihood estimates
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  0.16058720  0.48313437  0.3324  0.7396
100*log(x1)  0.00927335  0.00633806  1.4631  0.1434
100*log(x2) -0.00093949  0.00748136 -0.1256  0.9001
sigmaSq      0.31359422  0.15866606  1.9764  0.0481 *
gamma        0.99999999  0.11651841  8.5823  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -3.918338

cross-sectional data
total number of observations = 21

mean efficiency: 0.681226
```

Destaquemos las enormes variaciones que experimentan los z -value, lo que lleva a que la significatividad de las pendientes dependa de las unidades de medida que consideremos para las variables. Esto se debe fundamentalmente a que los errores estándar muestran un comportamiento muy diferente del que deberían mostrar teóricamente. De nuevo, los resultados nos hacen dudar de la validez de las estimaciones, sobre todo en el caso de los errores estándar.

5. ALGUNAS EXPLICACIONES DEL COMPORTAMIENTO OBSERVADO

La explicación básica del mal comportamiento del método de estimación máximo verosímil que hemos observado en el ejemplo considerado está en el hecho de que al tomar límite cuando $\lambda \rightarrow +\infty$ (o, equivalentemente, cuando $\gamma \rightarrow 1$) en la verosimilitud del modelo con frontera estocástica, obtenemos la verosimilitud del modelo de frontera determinista (ya que, en el límite, lo que hacemos es eliminar en el término de error compuesto la perturbación que recoge las variaciones debidas a factores aleatorios).

Como indicamos en la sección 2, la formulación del modelo de frontera determinista es $y_i = f(x_i, \beta) + (-u_i)$, donde $u_i > 0$ recoge la ineficiencia en el proceso productivo. Ahora bien, $u_i > 0 \Rightarrow y_i - f(x_i, \beta) < 0$, por lo que esta verosimilitud está sometida a un conjunto de restricciones que ligan los parámetros y los valores de las variables (siendo esta la causa de que estemos ante un modelo no regular, en el que la distribución asintótica usual del estimador máximo verosímil no es válida). Así, si llamamos B al subconjunto del espacio paramétrico compatible con las restricciones tenemos una verosimilitud discontinua en la frontera de B.

La verosimilitud del modelo de frontera estocástica no está sometida a ningún tipo de restricciones y está definida en todo el espacio paramétrico inicial. Al aplicar el proceso descrito en la sección 4.1 al ejemplo considerado, FRONTIER ofrece la solución $\hat{\gamma} = 1$, $\hat{\beta}_1 = 1,04917$,

siendo el valor de la función objetivo igual a $-3,259794$ (como puede comprobarse en el Anexo 2.D). Pues bien, manteniendo el resto de valores, si evaluamos el logaritmo de la verosimilitud en $\beta_1' = 1,048$ obtenemos $-4,062$; en $\beta_1'' = 1,045$ la función vale $-193,854$; y en $\beta_1''' = 1,040$ desciende hasta $-4867,831$.

Como hemos dicho, en el modelo de frontera determinista la verosimilitud no está definida (o vale 0) fuera del conjunto B y en el modelo de frontera estocástica, cuando $\gamma \simeq 1$, lo que ocurre es que la función está siempre definida, pero en la frontera del conjunto B el logaritmo de la verosimilitud experimenta enormes variaciones al hacer en los parámetros cambios del orden de milésimas. Este sería uno de los motivos de la sensibilidad que presentan las estimaciones.

A grandes rasgos, este sería también el motivo fundamental para dudar de la validez de la matriz de covarianzas estimadas. La estimación de dicha matriz se hace usando la distribución asintótica normal del estimador máximo verosímil que, como sabemos, es válida solo para modelos regulares. En este caso, aunque el modelo es regular, cuando $\gamma \simeq 1$, las enormes variaciones que experimenta el logaritmo de la verosimilitud en la frontera hacen que podamos decir que, a efectos prácticos, nos encontramos ante un modelo no regular, por lo que la estimación obtenida es de dudosa validez.

El motivo de este salto está en el sumando $\log\left(\Phi\left(-\lambda\left(y_i - x_i'\beta\right)/\sigma\right)\right)$ del logaritmo de la verosimilitud. Si usamos la parametrización de FRONTIER, este sumando, como indicamos en la sección 2, es $\log\left(\Phi\left(-\sqrt{\gamma/(1-\gamma)}\left(y_i - x_i'\beta\right)/\sigma\right)\right)$. Cuando fijamos un valor $\gamma \simeq 1$ (o lo que es lo mismo $\lambda \simeq +\infty$), si $\beta \in B$ entonces $y_i - x_i'\beta < 0$ y así tendremos $\Phi\left(-\lambda\left(y_i - x_i'\beta\right)/\sigma\right) \simeq 1$ y, por tanto, $\log\left(\Phi\left(-\lambda\left(y_i - x_i'\beta\right)/\sigma\right)\right) \simeq 0$. Ahora bien, una ligera variación en β que provoque que $y_{i_0} - x_{i_0}'\beta > 0$ para un cierto i_0 hace que $\Phi\left(-\lambda\left(y_{i_0} - x_{i_0}'\beta\right)/\sigma\right) \simeq 0$, por tanto, $\log\left(\Phi\left(-\lambda\left(y_{i_0} - x_{i_0}'\beta\right)/\sigma\right)\right) \simeq -\infty$.

Además, al utilizar algoritmos numéricos para buscar el máximo, también suelen aparecer problemas para evaluar la función de verosimilitud, ya que si el parámetro λ va aumentando en cada etapa y, por otra parte, el parámetro β se va acercando a un valor en la frontera del conjunto B, vamos a tener un cierto i_0 en el que $y_{i_0} - x_{i_0}'\beta$ se va ir acercando a 0. Por tanto, aparece una indeterminación de tipo $0 \times \infty$ cuya evaluación numérica es factible, pero que puede ser extremadamente sensible a las más ligeras variaciones en las condiciones de partida.

En la búsqueda del máximo del logaritmo de la verosimilitud, FRONTIER usa un método de tipo cuasi-Newton (concretamente, el de Davidon-Fletcher-Powell), que en las propias iteraciones,

a la vez que calcula aproximaciones a la solución, va obteniendo también aproximaciones sucesivas a la inversa del hessiano evaluada en el óptimo (Davidon, 1991). Cuando se cumplen los criterios de convergencia, el último punto obtenido es la estimación del parámetro y la última matriz es la estimación de la matriz de covarianzas. Así, en el proceso iterativo no se usa ni el hessiano ni su inversa y es perfectamente posible llegar a una solución en la que la matriz de covarianzas es prácticamente singular, que es lo que, de hecho, hace el software.

El uso de este método es la explicación de que, cuando se encuentra la solución en una única etapa (como explicamos en la sección 4.2), la matriz de covarianzas estimada sea la identidad, que es la matriz que se toma como aproximación inicial a la inversa del hessiano. De hecho, el criterio de parada compara la estimación y la verosimilitud entre una etapa y la siguiente, pero no comprueba si las aproximaciones a la inversa del hessiano en ambas etapas son similares (Coelli, 1996). Esta misma podría ser la base de la explicación de por qué, cuando se alcanza el óptimo en un número pequeño de etapas, la matriz de covarianzas suele ser parecida a la identidad, salvo en el error estándar del parámetro γ , que se aproxima rápidamente a 0.

6. CONCLUSIONES

En el modelo con frontera estocástica se puede utilizar el EMV, puesto que se verifican las condiciones de regularidad necesarias para ello. Sin embargo, cuando el conjunto de datos nos conduce a estimar ausencia de factores aleatorios, nos encontramos ante una situación bastante problemática. El software LIMDEP no proporciona ninguna solución en este caso, mientras que FRONTIER ofrece tanto las estimaciones de los parámetros como de su matriz de covarianzas, aplicando la distribución asintótica usual del EMV. Como hemos puesto de manifiesto a lo largo del trabajo, pensamos que hay motivos suficientes para poner en duda los resultados obtenidos, especialmente en lo referente a la matriz de covarianzas y que, por tanto, el software al menos debería mostrar algún mensaje de aviso (al igual que hace cuando los datos nos conducen a estimar ausencia de ineficiencia). En definitiva, ninguno de los dos programas utilizados ofrece una solución satisfactoria ante esta situación y pensamos que ello es debido a que es el propio modelo el que no es adecuado en este caso extremo.

Aunque en el presente artículo se ha usado un único ejemplo ilustrativo, hemos podido comprobar que las dificultades aparecen siempre que el EMV del parámetro γ es 1. En la Tabla 1 (pág. 10) del análisis de simulación efectuado en Ortega *et al.* (2010), se obtiene que el porcentaje de muestras en esta situación depende del número de observaciones n y del valor del parámetro γ (o λ), pero que, en todo caso, es un porcentaje significativo, especialmente para muestras pequeñas y medianas ($n \leq 50$). Así, el ejemplo considerado no es un caso aislado, pues tales

muestras aparecen con frecuencia al aplicar esta modelización, si bien el problema tiende a desaparecer a medida que aumenta el número de observaciones.

Como alternativa, se puede plantear directamente un modelo Half-Normal de frontera determinista y, para evitar el inconveniente de la no regularidad, utilizar para su estimación la metodología bayesiana (Ortega y Basulto, 2009; Ortega *et al.* 2009). Otras opciones serían asumir para la perturbación alguna distribución de probabilidad que conlleve que el modelo verifique las condiciones de regularidad (Greene, 1993) o usar análisis no paramétrico tipo DEA (Data Envelopment Analysis) junto con técnicas Bootstrap, lo que también permite obtener estimaciones de la matriz de covarianzas (Simar, 2003). En trabajos futuros, sería interesante analizar si en estas alternativas se reproducen o no los problemas detectados al usar el EMV.

AGRADECIMIENTOS

Los autores queremos expresar nuestro agradecimiento a los evaluadores, cuyas sugerencias han contribuido a mejorar la versión inicial del artículo.

REFERENCIAS

- AIGNER, D.J.; CHU, S.F. (1968), "On estimating the industry production function", *American Economic Review*, 58, pp. 826–839.
- AIGNER, D.J.; LOVELL, C.A.; SCHMIDT, P. (1977), "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models", *Journal of Econometrics*, 6, pp. 21–37.
- BATTESE, G.E.; CORRA, G.S. (1977), "Estimation of a production frontier model: With application to the Pastoral Zone of Eastern Australia", *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21, pp.169–179.
- COELLI, T. (1996), "A guide to FRONTIER version 4.1: a computer program for frontier production function estimation", CEPA Working Paper 96/07, Department of Econometrics, University of New England, Armidale, Australia:
<http://www.uq.edu.au/economics/cepa/software/FRONT41-xp1.zip>
- COELLI, T.J.; RAO, D.S.P.; BATTESE, G.E. (1998), *An introduction to efficiency and productivity analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- DAVIDON, W.C. (1991), "Variable metric method for minimization", *SIAM Journal on Optimization*, 1, pp. 1–17.
- FARRELL, M.J. (1957), "The measurement of productive efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society (A)*, 120, pp. 253–281.
- GREENE, W.H. (1993), "The econometric approach to efficiency analysis", en Fried, H.O.; Lovell, C.A.K.; Schmidt, S.S. (editores), *The measurement of productive efficiency: Techniques and applications*, Oxford University Press, New York.
- MEEUSEN, W.; VAN DEN BROECK, J. (1977), "Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error", *International Economic Review*, 18, pp. 435–444.

- ORTEGA, F.J.; BASULTO, J. (2009), “Estimación bayesiana en modelos de producción con frontera determinista”, *Estudios de Economía Aplicada*, 27 (2), p. 573:
<http://www.revista-eea.net/documentos/27205.pdf>
- ORTEGA, F.J.; BASULTO, J.; CAMÚÑEZ, J.A. (2009), “Comparing Bayesian and corrected least-squares estimators in frontier production models”, *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 25 (2), pp. 86–96.
- ORTEGA, F.J.; GAVILÁN, J.M.; CAMÚÑEZ, J.A. (2010), “Dificultades del estimador máximo verosímil en el modelo de producción Half-Normal con frontera estocástica”, en *Anales de Economía Aplicada 2010*, Delta Publicaciones, Madrid.
- SIMAR L.; WILSON, P.W. (2003), “Statistical inference in non-parametric frontier models: the state of the art”, *Journal of Productivity Analysis*, 13, pp. 49–78
- SIMAR, L. (2007), “How to improve the performances of DEA/FDH estimators in the presence of noise?”, *Journal of Productivity Analysis*, 28, pp. 183–201.

ANEXO 1. DATOS USADOS EN EL EJEMPLO

País	Índice Prod.	Líneas (10 ³ km)	Empleados (10 ³ personas)
Australia	0,74	0,7767	0,85
Austria	0,24	0,3223	0,18
Belgium	0,36	0,3990	0,26
Canada	1,26	1,5296	1,05
Denmark	0,39	0,2911	0,18
Finland	0,29	0,2670	0,20
France	2,06	2,8085	1,56
Germany	1,73	2,9981	2,12
Iceland	0,02	0,0126	0,02
Ireland	0,11	0,0983	0,13
Italy	1,48	2,2350	1,18
Japan	2,73	5,3236	2,77
Netherlands	0,77	0,6940	0,32
New Zealand	0,16	0,1473	0,17
Norway	0,27	0,2132	0,15
Portugal	0,19	0,2379	0,23
Spain	0,59	1,2603	0,75
Sweden	0,71	0,5849	0,42
Switzerland	0,56	0,3943	0,22
Turkey	0,15	0,6893	0,36
UK	2,53	2,5404	2,27

ANEXO 2: ESTIMACIONES SUCESIVAS USANDO COMO PUNTO INICIAL EN CADA PASO LA SOLUCIÓN OFRECIDA POR EL SOFTWARE EN EL PASO ANTERIOR

A) Estimación primera (punto de partida por defecto)

Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
 Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
 The dependent variable is logged
 convergence achieved after 9 iterations

```
final maximum likelihood estimates
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  0.1237296  0.1386500  0.8924 0.3721848
log(x1)      1.0495884  0.2697797  3.8905 0.0001000 ***
log(x2)     -0.2084949  0.2628753 -0.7931 0.4277007
sigmaSq      0.3456445  0.1021628  3.3833 0.0007163 ***
gamma        1.0000000  0.0030055 332.7271 < 2.2e-16 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
 log likelihood value: -4.046282

cross-sectional data
 total number of observations = 21

mean efficiency: 0.6863549

Matriz de covarianzas:

	(Intercept)	log(x1)	log(x2)	sigmaSq	gamma
(Intercept)	0.0192238129	-0.0266651478	0.0330569866	0.0008946169	-1.598626e-04
log(x1)	-0.0266651478	0.0727811101	-0.0665491785	-0.0018229559	3.333693e-04
log(x2)	0.0330569866	-0.0665491785	0.0691034136	0.0015375604	-3.242120e-04
sigmaSq	0.0008946169	-0.0018229559	0.0015375604	0.0104372378	-1.008058e-04
gamma	-0.0001598626	0.0003333693	-0.0003242120	-0.0001008058	9.032825e-06

Determinante de la matriz de covarianzas: 1.210633e-14

B) Segundo paso

Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
 Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
 The dependent variable is logged
 convergence achieved after 12 iterations

```
final maximum likelihood estimates
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  1.0688e-01  4.9821e-02  2.1453 0.03193 *
log(x1)      1.0530e+00  1.0255e-01  10.2674 < 2e-16 ***
log(x2)     -1.9378e-01  8.0611e-02  -2.4039 0.01622 *
sigmaSq      3.3806e-01  3.4479e-01  0.9805 0.32684
gamma        1.0000e+00  1.8814e-05 53151.4379 < 2e-16 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
 log likelihood value: -3.288578

cross-sectional data
 total number of observations = 21

mean efficiency: 0.7097476

Matriz de covarianzas:

	(Intercept)	log(x1)	log(x2)	sigmaSq	gamma
(Intercept)	2.482161e-03	-1.096311e-01	8.235215e-02	-7.236534e-02	2.266578e-06
log(x1)	-1.096311e-01	1.051716e-02	2.720971e-02	-2.457205e-01	1.803888e-05
log(x2)	8.235215e-02	2.720971e-02	6.498124e-03	1.496452e-01	-7.509471e-06
sigmaSq	-7.236534e-02	-2.457205e-01	1.496452e-01	1.188780e-01	7.897682e-06
gamma	2.266578e-06	1.803888e-05	-7.509471e-06	7.897682e-06	3.539729e-10

Determinante de la matriz de covarianzas: -6.814318e-14

C) Sexto paso

Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
convergence achieved after 3 iterations

final maximum likelihood estimates

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	0.10709940	0.99971016	0.1071	0.9147
log(x1)	1.04917187	0.78493713	1.3366	0.1813
log(x2)	-0.19132009	0.62004392	-0.3086	0.7577
sigmaSq	0.31945882	1.00000000	0.3195	0.7494
gamma	0.99999999	0.00011073	9031.1681	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -3.259794

cross-sectional data
total number of observations = 21

mean efficiency: 0.709443

Matriz de covarianzas

	(Intercept)	log(x1)	log(x2)	sigmaSq	gamma
(Intercept)	9.994204e-01	1.492682e-02	1.890157e-02	2.932158e-09	-1.081708e-04
log(x1)	1.492682e-02	6.161263e-01	-4.860985e-01	-1.196774e-07	-2.006864e-05
log(x2)	1.890157e-02	-4.860985e-01	3.844545e-01	-1.511151e-07	1.252667e-05
sigmaSq	2.932158e-09	-1.196774e-07	-1.511151e-07	1.000000e+00	3.633797e-08
gamma	-1.081708e-04	-2.006864e-05	1.252667e-05	3.633797e-08	1.226061e-08

Determinante de la matriz de covarianzas:7.672611e-21

D) Séptimo paso (y último)

Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
convergence achieved after 1 iterations

final maximum likelihood estimates

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	0.10710	1.00000	0.1071	0.9147
log(x1)	1.04917	1.00000	1.0492	0.2941
log(x2)	-0.19132	1.00000	-0.1913	0.8483
sigmaSq	0.31946	1.00000	0.3195	0.7494
gamma	1.00000	1.00000	1.0000	0.3173

log likelihood value: -3.259794

cross-sectional data
total number of observations = 21

mean efficiency: 0.7094435

Matriz de covarianzas

	(Intercept)	log(x1)	log(x2)	sigmaSq	gamma
(Intercept)	1	0	0	0	0
log(x1)	0	1	0	0	0
log(x2)	0	0	1	0	0
sigmaSq	0	0	0	1	0
gamma	0	0	0	0	1

Determinante de la matriz de covarianzas: 1



UNIVERSIDAD
**PABLO DE
OLAVIDE**
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (11). Páginas 17–32.
Junio de 2011. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=46>

Una propuesta para la localización de áreas de servicio y descanso adaptadas al transporte de mercancías peligrosas mediante un modelo de optimización; aplicación al territorio español

CARO VELA, MARÍA DOLORES

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España)
Correo electrónico: mdcarvel@upo.es

PARALERA MORALES, CONCEPCIÓN

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España)
Correo electrónico: cparmor@upo.es

RESUMEN

El presente trabajo analiza la importancia de contar con una red de estacionamientos adaptados a los vehículos que transportan mercancías peligrosas. Se estudia en primer lugar la cobertura actual de la demanda que ofrecen los estacionamientos existentes y se plantea en segundo lugar un modelo de localización de máxima cobertura para estudiar la ubicación de áreas que permitan una mayor satisfacción de la demanda de descanso de los conductores cumpliendo con la normativa legal y de seguridad. El modelo se aplica en el territorio español con la ayuda de sistemas de información geográfica (SIG).

Palabras clave: modelo de localización de máxima cobertura; transporte de mercancías peligrosas; sistema de información geográfica.

Clasificación JEL: C61.

MSC2010: 90B80; 90C10; 90C05.

A Proposal for the Location of Service Areas Adapted to the Transport of Dangerous Goods through an Optimization Model and its Application to the Spanish Territory

ABSTRACT

This paper analyzes the importance of having a network of stations adapted to vehicles carrying dangerous goods. In the first place, it is studied the current demand which is offered by the existing parking areas, and in the second place, it is explained a maximum coverage location model in order to study the location of areas that meet the drivers' demand of rest to a greater extent complying with legal and safety regulations. The model is applied into Spanish territory with the help of geographic information systems (GIS).

Keywords: maximal covering location model; transport of dangerous goods; geographic information system.

JEL classification: C61.

MSC2010: 90B80; 90C10; 90C05.



1. INTRODUCCIÓN

Los niveles de bienestar y desarrollo de la sociedad actual dependen, en gran medida, de una serie de productos que genera y produce la industria; en muchos casos, son sustancias peligrosas que es necesario distribuir y transportar de un lugar a otro y que, sin ninguna duda, añaden un riesgo suplementario al propio tráfico. En concreto, las mercancías peligrosas se pueden definir como materiales o productos que presentan un peligro para las personas o el medio ambiente en contacto con ellos (Gorys, 1990). Con esta definición, aproximadamente el 4,4% de las mercancías transportadas por carretera en 2008 en la Unión Europea son sustancias peligrosas, aunque en países como España esta tasa se eleva a más del 5%.¹ El riesgo que suponen los vehículos que transportan materias peligrosas ha incrementado la toma de conciencia, por parte de las administraciones públicas, para establecer criterios y normas con objeto de prevenir el peligro que pueda producirse en el transporte de dichas mercancías. El desarrollo de la legislación básica europea en esta materia se regula en el “Acuerdo europeo relativo al transporte internacional de mercancías peligrosas por carretera” (ADR), realizado conforme a las recomendaciones de la Organización de las Naciones (UNECE, 2008). Además de la mayoría de los países europeos, también han suscrito este acuerdo países asiáticos y del norte de África. Además del ADR, la legislación de mercancías peligrosas está sometida a diversas normativas nacionales y locales. En España, por ejemplo, rige también el R.D. 551/2006, de 5 de mayo, por el que se regulan las operaciones de transporte de mercancías peligrosas por carretera en territorio español y diversas ordenanzas municipales que prohíben el tránsito de vehículos que transportan mercancías peligrosas en los términos municipales. Estas normativas son aplicables a los vehículos tanto si se encuentran en circulación como si están detenidos. En este segundo caso, el ADR establece medidas adicionales de seguridad, relativas a la vigilancia de los vehículos. Esta normativa prioriza, para el estacionamiento de los vehículos, un aparcamiento vigilado por un encargado que deberá haber sido informado de la naturaleza de la carga y del lugar en que se encuentre el conductor; a falta del mismo, señala el estacionamiento en un aparcamiento público o privado en el que el vehículo no pueda correr riesgo de ser dañado por otros vehículos. En caso de que no existan estos estacionamientos, se necesita un espacio libre apropiado apartado de las carreteras públicas importantes y de lugares habitados, que no sea lugar de paso o de reunión frecuentado por el público (UNECE, 2008).

Los conductores de vehículos pesados que transportan mercancías peligrosas soportan una gran responsabilidad y, por eso y porque es obligado por ley, necesitan realizar paradas de descanso en ruta durante sus trayectos, por lo que necesitan espacios adecuados. Como hemos comentado anteriormente, las necesidades y características de estos espacios requieren condiciones especiales de vigilancia y seguridad respecto a las condiciones de un área de

¹ Datos basados en estadísticas de Eurostat (2010).

servicio genérica. Las características variarán dependiendo de si los descansos son prolongados, porque el conductor pernocta o realiza descansos largos, lo que llamaremos estacionamientos “a término” o si el vehículo estaciona por poco tiempo para realizar la interrupción reglamentaria, llenar el depósito, comer el conductor, etc.; en este caso los denominaremos estacionamientos “a tránsito”. El Gobierno de España (Ministerio de Fomento, 2006) recomienda, para ambos tipos de estacionamientos, áreas de descanso que dispongan de vigilancia las 24 horas del día por personal debidamente formado sobre las mercancías peligrosas, así como otras consideraciones relacionadas con la seguridad, como la separación entre los vehículos que transportan mercancías peligrosas y los demás vehículos y el disponer de otras dotaciones complementarias.

En España, se han encontrado carencias tanto en cantidad como en la valoración sobre seguridad que ofrecen estas áreas (RACC, 2010; Ministerio de Fomento, 2006). Son especialmente deficitarios los estacionamientos “a tránsito”, puesto que los “a término”, si bien son escasos,² se están proyectando algunos en las principales zonas de carga y descarga de las mercancías,³ donde el conductor prefiere realizar el periodo largo de descanso antes de la carga y descarga del vehículo. En este trabajo nos vamos a centrar, consiguientemente, en las estaciones “en tránsito”, donde existe la necesidad de crear una red de áreas con objeto de satisfacer la demanda de descanso de los conductores cumpliendo con la normativa legal y prevenir el peligro social y medioambiental.

Existe la necesidad de una herramienta que le permita a las instituciones encargadas del planeamiento y la administración de estas zonas seleccionar una red de áreas de servicio que puedan adaptarse a las necesidades de descanso “en tránsito” de los conductores que transportan mercancías peligrosas bajo unos criterios objetivos, de manera que las inversiones realizadas tengan mayor impacto en la comunidad. En el proceso de ubicación de dichas áreas, vamos a tener en cuenta como criterio fundamental la máxima cobertura de las mismas, es decir, que se pueda dar servicio al mayor número de vehículos que transporten mercancías peligrosas. Por tanto, el problema al que nos estaríamos enfrentando sería un problema de localización de cobertura máxima, un *Maximal Coverage Location Problem* (MCLP).

El trabajo lo estructuraremos como sigue. En la segunda sección presentamos las características que deben tener las áreas que proponemos, así como los criterios para la selección de las mismas. En la tercera exponemos los antecedentes del problema que vamos a tratar. En la cuarta incluimos la situación actual de la red de estacionamiento y en la quinta se plantea la formulación del modelo y se aplica a la red de carreteras de España, utilizando Sistemas de Información Geográfica (SIG) y mostrando los principales resultados obtenidos. Finalmente, cerramos el trabajo con las conclusiones.

² Según IRU (2009), en España solo existen cuatro centros con estas características.

³ Ejemplos son los de la Ciudad del Transporte de Pamplona o los del Área de Majarabique de Sevilla.

2. LA RED DE ÁREAS DE SERVICIO ESPECIALMENTE ADAPTADAS PARA VEHÍCULOS QUE TRANSPORTAN MERCANCÍAS PELIGROSAS. CARACTERÍSTICAS Y CRITERIOS DE SELECCIÓN

La red de áreas de descanso existente debería ser suficiente para que el mayor número de conductores de vehículos que transporten mercancías peligrosas pueda realizar el estacionamiento regulado en las normativas de conducción y descanso en una de las áreas que integren esta red. Para identificar tanto las características de estas áreas como los criterios a considerar para la formulación del problema de máxima cobertura, se realizaron sesiones de trabajo con personal experto de la Confederación de Transportes de Mercancías (CETM) y consejeros de seguridad para el transporte por carretera de mercancías peligrosas. Asimismo, se realizaron consultas a la Comisión para la Coordinación del Transporte de Mercancías Peligrosas, órgano consultivo dependiente del Ministerio de Fomento. También se examinaron la Red de Itinerarios de Mercancías Peligrosas (RIMP) y artículos y trabajos relacionados.

2.1. Características de las áreas

Respecto a las características de las áreas, se concluyó que deberían ser las de un área de servicio y descanso con ciertos aspectos o requisitos para que estuvieran adaptadas al estacionamiento de mercancías peligrosas. En este sentido, “Son áreas de servicio las zonas colindantes con las carreteras, diseñadas expresamente para albergar instalaciones y servicios destinados a la cobertura de las necesidades de la circulación, pudiendo incluir estaciones de suministro de carburantes, hoteles, restaurantes, talleres de reparación y otros servicios análogos destinados a facilitar la seguridad y comodidad de los usuarios de la carretera.” (R.D. 1812/1994 de 2 de septiembre). En el caso que nos ocupa, de especificidad para mercancías peligrosas, el Ministerio de Fomento recomienda disponer de las siguientes características o servicios:

- **Vigilancia.** La zona de aparcamiento de vehículos de mercancías peligrosas se vigilará 24 horas al día por personal debidamente formado. Esta vigilancia puede realizarse mediante cámaras que se visualicen en el área de servicio, cafetería, etc.
- **Iluminación.** Esta zona de estacionamiento estará bien iluminada y, siempre que esto sea posible, dispondrá de un sistema de recogida de eventuales fugas o derrames, independiente del alcantarillado general, así como de un sistema de protección contra incendios.
- **Localización y señalización.** La zona de aparcamiento de vehículos de mercancías peligrosas se encontrará separada de la del resto de vehículos y debidamente señalizada, en la zona más alejada de las dotaciones de servicios de uso público, estableciéndose una distancia mínima a estas zonas más transitadas de 100 metros.

- **Plan de autoprotección.** Se dispondrá de un plan de autoprotección, entendiendo por tal un sistema de control y gestión de la seguridad.

La superficie mínima de la zona de aparcamiento conjunto para poder disponer de plazas para vehículos de mercancías peligrosas se estima en 2000 m², entendiendo como superficie necesaria por cada plaza de estacionamiento de vehículo pesado (incluidos espacios de maniobras) entre 150 y 250 m², según los servicios que se quieran prestar e instalaciones que se deba disponer. Se establece también una distancia mínima de seguridad de 30 m a la carretera (Ministerio de Fomento, 2006).

2.2 Criterios para la formulación del problema

Los criterios para determinar la cobertura de la demanda de estacionamientos se definieron respecto a la cobertura de la red viaria, cobertura de la demanda de transportistas y accesibilidad. Por un lado, es necesario considerar que en España los vehículos que transportan mercancías peligrosas deben transitar por la RIMP. Dicha red está constituida por una serie de tramos de vía de la Red General de Carreteras del Estado Español y de la red de carreteras autonómicas que publica anualmente el Ministerio del Interior a través de la correspondiente Resolución de la Dirección General de Tráfico (Resolución de 25 de enero de 2010, de la DGT). En la Figura 1 se detallan los tramos de la última RIMP publicada. De forma adicional, las Comunidades Autónomas del País Vasco y Cataluña publican su propia RIMP.



Figura 1. RIMP de 2010.

Por otro lado, los conductores dedicados al transporte por carretera de mercancías y viajeros están obligados a respetar unos tiempos de pausa y descanso mínimos durante el ejercicio de conducción. Estos tiempos están reglamentados, estableciéndose que: “Tras un período de conducción de cuatro horas y media, el conductor hará una pausa ininterrumpida de al menos 45 minutos, a menos que tome un período de descanso. Puede sustituirse dicha pausa, por una pausa de al menos 15 minutos seguida de una pausa de al menos 30 minutos, intercaladas en el período de conducción, de forma que se respeten las disposiciones anteriores” (Reglamento CE nº 561/2006).

Teniendo en cuenta que la velocidad máxima permitida para los vehículos que transportan mercancías peligrosas es de 80 km/h en autopistas y autovías, 70 km/h en vías rápidas y carreteras convencionales y 60 km/hora para el resto de vías, estimamos la ubicación de un área de descanso cada 150 km de la RIMP para que los conductores realicen las pausas reglamentarias durante el ejercicio de su actividad. La demanda potencial de estos servicios será el número de vehículos/día de mercancías peligrosas que necesiten realizar una parada o descanso durante la realización del servicio.

Con respecto a la accesibilidad las áreas de servicio, por la propia definición de las mismas que ofrece el Reglamento General de Carreteras, deben situarse contiguas a la carretera, en nuestro caso a la RIMP. Atendiendo a las recomendaciones del Gabinete para la Ordenación y Coordinación del Transporte de Mercancías Peligrosas, del Ministerio de Fomento, se adoptarán unas distancias mínimas de seguridad de 30 m a la carretera, y una distancia mínima de 100 m a las zonas más transitadas (estación de servicio, cafetería, etc.).

3. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

La problemática a la que nos enfrentamos la podemos encuadrar dentro de los problemas de localización. La Teoría de Localización estudia la mejor ubicación de unos centros de servicio para alcanzar unos determinados objetivos. Existe una gran diversidad de problemas en los que se abordan los problemas de localización de distintas formas. Estos variarán dependiendo del espacio en el que se ubican los centros, si son discretos o continuos, de los objetivos que se pretendan conseguir (maximizar o minimizar los beneficios, costes, demanda, rechazo social generado por la población afectada, etc.), la forma de proporcionar servicio y otros factores. Debido a la amplia variedad de estos problemas, son muy diversas las metodologías empleadas para resolverlos. Así, dependiendo si el problema es discreto o continuo, se aplicarán distintas técnicas del campo de la Investigación Operativa. Una amplia revisión de los modelos de localización se hacen en los trabajos de ReVelle *et al.* (2007), ReVelle y Eliselt (2004) y Owen y Daskin (1998) donde se efectúa un extenso estudio de modelos de localización discretos y continuos.

Los problemas de localización discretos se plantean cuando existe un conjunto finito de clientes que requieren un servicio, de los que se conoce su ubicación y demanda, y se desea localizar un conjunto finito de centros que deben proporcionarle servicio. La característica fundamental de los problemas discretos de localización es que el conjunto de ubicaciones potenciales para dichos centros se conoce *a priori* y es discreto. En Mirchandani y Francis (1990) se hace una recopilación de problemas discretos. Los problemas de localización de instalaciones se aplican en una amplia variedad de situaciones y, por ello, son estudiados ampliamente en el campo de la Investigación Operativa. Ejemplos de este tipo de problemas los encontramos en la localización de servicios públicos como, por ejemplo, hospitales, escuelas, ambulancias, estaciones de bomberos, gaseoductos, almacenes, etc. En la literatura existen muchos trabajos relacionados con la localización de plantas y entre ellos se encuentran aquellos en los que se trata el problema de la p-mediana, del p-centro y de máxima cobertura (Murray *et al.*, 2010). El MCLP restringe el número de plantas a instalar a un número finito de localizaciones maximizando la cantidad de demanda cubierta. Entre las primeras investigaciones que se hicieron en el campo de la localización de cobertura máxima, el trabajo de Church y ReVelle (1974) muestra la formulación del problema y, posteriormente, se han realizado muchas aplicaciones del mismo en distintos campos, como por ejemplo, en la localización de centros de emergencia (Current y O'Kelly, 1992).

Actualmente, con los SIG y el desarrollo de computadores más potentes, se puede trabajar los problemas de localización con mayor cantidad de datos y modelos de análisis espacial. Algunos estudios han integrado SIG para estudiar distintos problemas de localización como cobertura máxima, cobertura máxima con restricciones de capacidad, p-mediana, etc. Al respecto, véanse los trabajos de Murray y Tong (2007), Liu *et al.* (2006), Li y Yeh (2005), Aertz y Heuvelink (2002) y Yeh y Cow (1996). Concretamente, los trabajos de Murray (2005) y Alexadris y Giannikos (2010) presentan modelos de máxima cobertura usando las distintas funciones de los SIG.

4. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN ACTUAL

Nuestro objetivo va a ser medir la cobertura máxima de la demanda potencial de los transportistas que ofrece el conjunto de áreas existentes y proponer en su caso la ubicación de nuevas áreas. Para estudiar la cobertura actual de la demanda que ofrecen las áreas existentes, se han utilizado dos fuentes documentales para seleccionar las áreas existentes. Por una parte, se han recogido aquellas áreas seleccionadas por el Ministerio de Fomento, que cumplen las características mencionadas en el apartado anterior para ser consideradas adecuadas para el estacionamiento de mercancías peligrosas (Ministerio de Fomento, 2006). Por otra parte, se han seleccionado las áreas españolas que permiten el estacionamiento de mercancías peligrosas

recogidas por la International Road Union (IRU, 2009) y que cumplen también con las características mencionadas anteriormente. En total son 10 áreas de estacionamiento cuyas ubicaciones aparecen en el mapa que se muestra en la Figura 2.

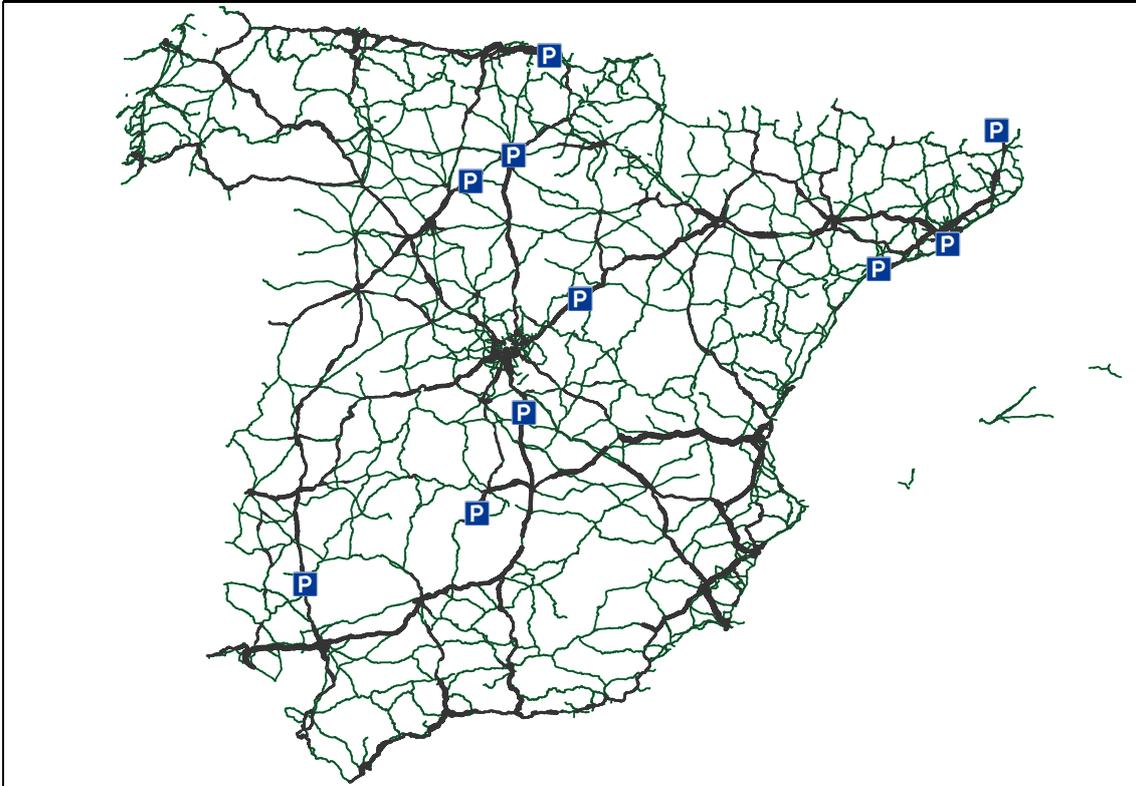


Figura 2. Ubicación de las 10 áreas existentes.

El radio de cobertura lo fijamos en 150 (es decir, en un entorno de 150 km como máximo). Esta es la distancia máxima estimada a la que deben estar localizadas las áreas de estacionamiento de los puntos de demanda, para que los conductores cumplan con las normativas de conducción y descanso. No ha sido posible contar con la matriz de origen-destino de las operaciones de transporte de mercancías peligrosas. Es por ello por lo que, para determinar el conjunto de todos los puntos de demanda, hemos utilizado la intensidad media diaria de los vehículos de mercancías peligrosas (IMDMP), que transitan por los tramos de carretera de la red viaria española recogida en el Mapa de Tráfico (Ministerio de Fomento, 2009). La utilización de los flujos de vehículos como medida de demanda es usada por Goodchild y Noronha (1987) para estudiar la localización de gasolineras, debido a que es difícil encontrar las matrices de origen-destino de los vehículos de transporte en la práctica (Lin *et al.*, 2008; Averbakh y Berman, 1996).

Hay un total de 3.638 tramos de carretera con datos de IMDMP. Los tramos de carretera en que se realizan los aforos de los vehículos tienen una longitud variable. La Tabla 1 recoge las principales estadísticas descriptivas tanto de la longitud de los tramos, como de la IMDMP.

	Longitud de los tramos (km)	IMDMP (nº de vehículos)
Mínimo	0,08	1
Máximo	47,02	1497
Media	6,34	67,34
Desviación típica	5,66	101,08

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de longitud e IMDMP.

Para la selección y asignación de los nodos de demanda a las localizaciones, hemos utilizado las funcionalidades del programa ArcGIS. Para utilizar los datos en el programa ARCGIS 9.3 (ESRI, 2008), se necesitaron las bases de datos georreferenciadas de las áreas de servicio existentes, la intensidad media diaria de los vehículos que transportan mercancías peligrosas y la RIMP. Los datos se obtuvieron previa solicitud al Ministerio de Fomento y por la descarga de bases de datos publicadas por ese mismo organismo. Se distinguieron, sobre la capa de información de puntos kilométricos de las carreteras de España, las 10 áreas de servicio existentes para vehículos que transportan mercancías peligrosas. A continuación se seleccionaron aquellos tramos de carretera que se situaban a una distancia inferior a 150 km (el radio de cobertura) de estas 10 áreas de servicio. Estos tramos constituyen la demanda potencial cubierta por estas áreas y en ellos se midió la IMDMP. La máxima demanda cubierta por las mismas es del 60,89%. En el siguiente mapa se representa la distribución geográfica de la demanda que queda cubierta por dichas áreas.

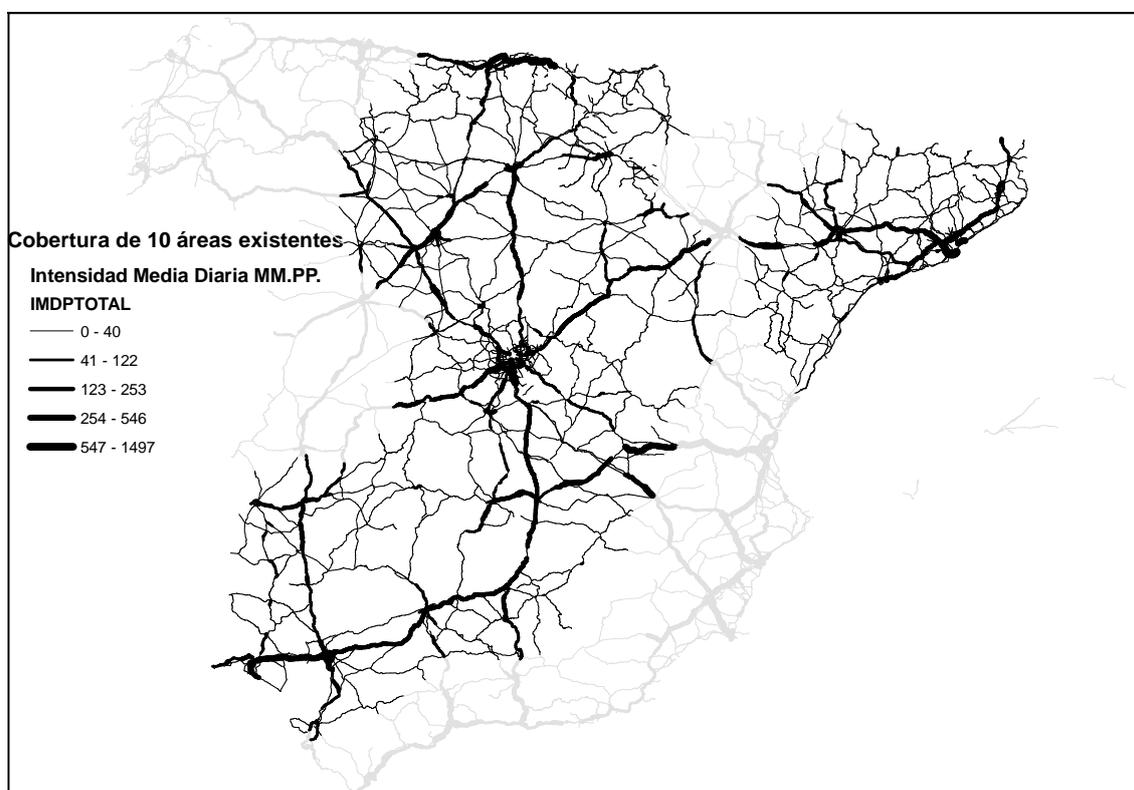


Figura 3. Demanda cubierta por las 10 áreas existentes.

Queda una amplia zona de demanda sin cubrir, que representa el 39,10%; fundamentalmente, Galicia-Asturias, parte de Salamanca, Cáceres y Huesca y gran parte del Arco Mediterráneo, exceptuando Cataluña. Con el fin de mejorar la cobertura actual que ofrecen las áreas de estacionamiento, proponemos el planteamiento de un modelo de máxima cobertura. En total son 1.502 tramos de carretera por los que transitan vehículos de mercancías peligrosas y que no tienen un área a menos de 150 km.

5. PLANEAMIENTO Y APLICACIÓN DEL MODELO

El MCLP guarda relación con otros problemas de localización. En muchas situaciones, para poder cubrir la demanda de todos los usuarios, es necesario considerar un elevado número de instalaciones, lo que conlleva un elevado coste económico. En estos casos se opta por utilizar el modelo de máxima cobertura, donde el objetivo es cubrir la mayor demanda posible con un número prefijado de instalaciones. Se considera un número finito de puntos de demanda, que en nuestro caso vienen determinados por la IMDMP. También se considera un número finito de instalaciones, representadas para nosotros como áreas de descanso/estacionamiento para vehículos que transporten mercancías peligrosas. El objetivo es determinar, para un número concreto de áreas de descanso, la máxima demanda que se puede cubrir con ellas. El modelo puede ser formulado de la siguiente manera:

❖ Notación:

- Índice:

i es el índice para las ubicaciones candidatas;

j es el índice para los puntos de demanda.

- Conjuntos:

I es el conjunto de ubicaciones potenciales para las áreas de estacionamiento;

J es el conjunto de todos los puntos de demanda.

- Parámetros:

h_j es la demanda del punto j ;

p es el número de instalaciones a localizar;

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el punto de demanda } j \text{ está dentro del radio de cobertura de la ubicación } i; \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Es decir, en el caso en que el nodo de demanda esté a menos de 150 km de la ubicación del área de servicio se considerará que $c_{ij} = 1$; en caso contrario valdrá 0.

- Variables de decisión:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda en el punto } j \text{ está cubierta;} \\ 0 & \text{en otro caso;} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si el \u00e1rea de servicio es localizada en la ubicaci\u00f3n } i; \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- ❖ El modelo. Usando la notaci\u00f3n del ep\u00edgrafe anterior, la funci\u00f3n objetivo y las restricciones quedan como sigue:

$$\text{Max } \sum_{j \in J} h_j \cdot x_j$$

$$\text{s.a. } \sum_{i \in I} c_{ij} \cdot y_i \geq x_j \quad \forall j \in J \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (4)$$

La restricci\u00f3n (1) nos indica que si la demanda de un determinado tramo queda cubierta por una de las \u00e1reas de servicio, es debido a que se encuentra en el radio de cobertura de la misma. Es decir, a una distancia menor de 150 km del \u00e1rea de servicio la demanda de ese tramo queda cubierta por dicha \u00e1rea. La restricci\u00f3n (2) nos indica el n\u00famero de \u00e1reas de estacionamiento que se van a abrir. A la hora de resolver el modelo, p es un valor prefijado de antemano. Por \u00faltimo, las restricciones (3) y (4) representan el car\u00e1cter binario de las variables.

A la hora de aplicar el modelo, contamos con un conjunto de puntos de demanda (J), formado por 1502 tramos de la RIMP en los que no est\u00e1 cubierta la demanda. Adem\u00e1s, consideramos un conjunto de ubicaciones potenciales (I) que asciende a 89. Son las \u00e1reas⁴ de servicio existentes que cumplen las condiciones mencionadas en el R.D. 1812/1994, de 2 de septiembre. La adecuaci\u00f3n de estas \u00e1reas para el estacionamiento de v\u00e9h\u00edculos de mercanc\u00edas peligrosas, solo requerir\u00eda cumplir con las condiciones de vigilancia, iluminaci\u00f3n, se\u00f1alizaci\u00f3n y plan de autoprotecci\u00f3n, siendo su adaptaci\u00f3n menos costosa que en otras \u00e1reas. En la Figura 4 mostramos los tramos de carreteras cuya demanda no queda cubierta por las 10 \u00e1reas existentes y las 89 \u00e1reas de servicio que se han especificado anteriormente.

Para la resoluci\u00f3n del MCLP, se ha utilizado el software LINGO 9.0, que nos permite resolver este problema lineal con un gran n\u00famero de variables y restricciones. Despu\u00e9s de aplicar el modelo con distintas opciones en el n\u00famero de localizaciones a considerar (p), obtenemos los resultados que mostramos en la Tabla 2. En concreto, se muestran el porcentaje sobre el total de la demanda no cubierta y las localizaciones que maximizan dicha cobertura para distintos valores de p .

⁴ Los datos correspondientes a las ubicaciones de las 89 \u00e1reas situadas en la RIMP han sido proporcionadas por el Ministerio de Fomento.

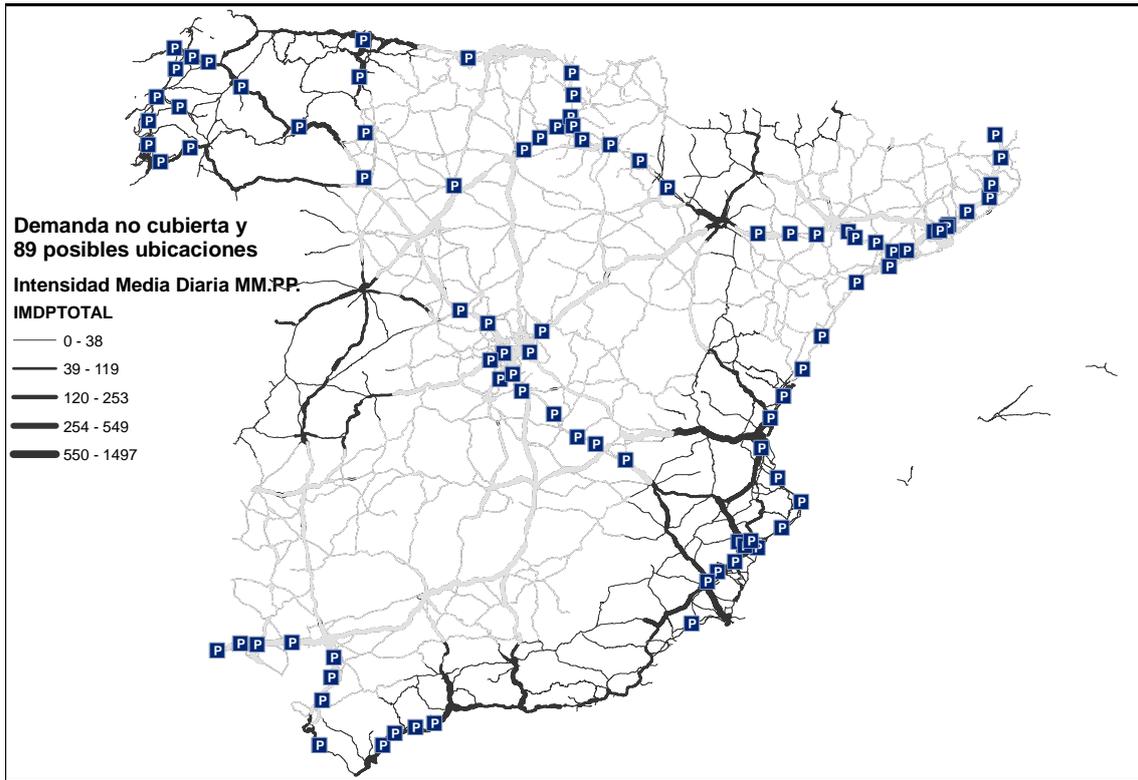


Figura 4. Demanda no cubierta y 89 posibles ubicaciones para cubrirla.

Nº de áreas	Porcentaje	Áreas abiertas
1	38,96%	81
2	58,05%	81-82
3	75,94%	41-81-82
4	83,75%	4-41-81-82
5	88,99%	5-36-41-82-89
6	93,81%	5-21-36-41-82-89
7	95,76%	5-21-36-41-59-80-89
8	95,87%	4-8-21-36-41-59-82-89
9	95,90%	8-11-21-29-36-41-53-59-80
10	95,90%	8-11-21-29-36-41-52-59-61-79

Tabla 2: Resultados del MCLP.

A la vista de los resultados, podemos determinar que con nueve áreas de servicio se cubre una demanda del 95,90%, ya que en el caso de que se decidiera localizar 10, el porcentaje no aumentaría. En la situación actual, con las 10 áreas existentes cubríamos un total del 60,89% de la demanda y con las 9 que proponemos llegamos a conseguir un 98,39% de la demanda total. La Figura 5 representa la distribución geográfica de la demanda cubierta con las 19 áreas.

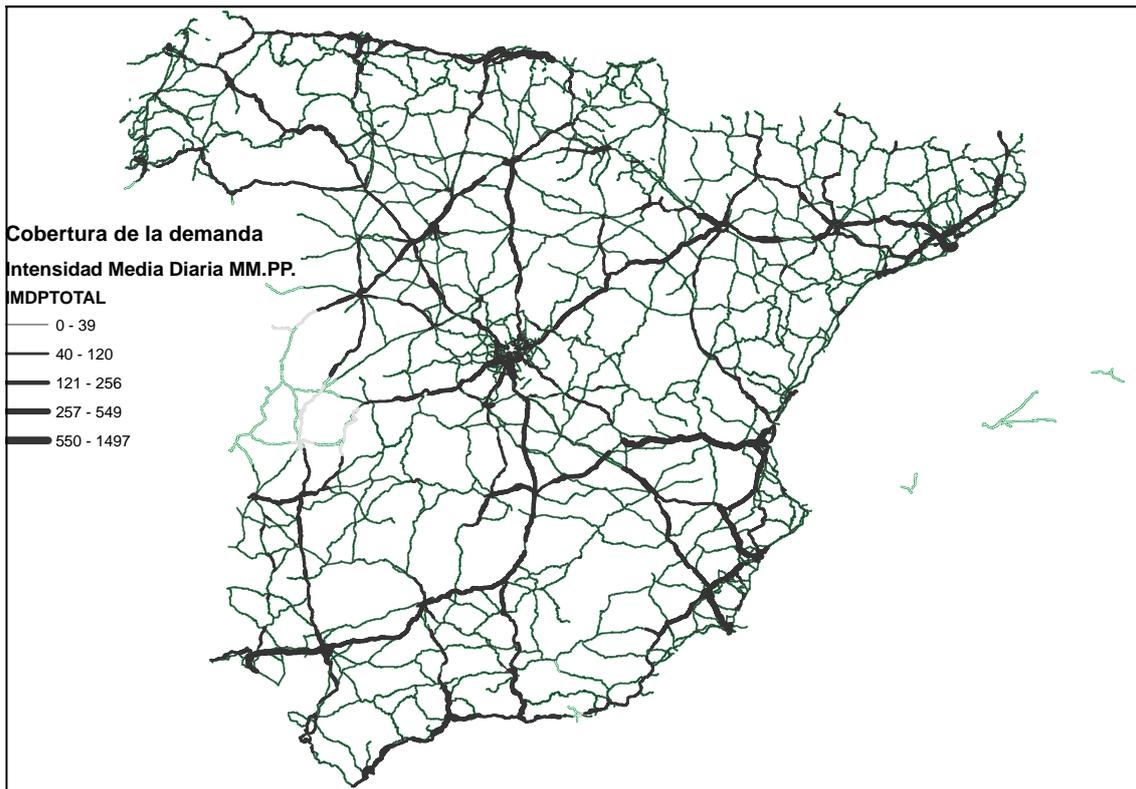


Figura 5. Cobertura total de la demanda con las 10 áreas existentes y la adaptación de 9 más.

En cualquier caso, hay un pequeño porcentaje de la demanda que no se llegaría a cubrir con las áreas existentes. En la zona correspondiente al norte de Cáceres y Salamanca (parte de la Ruta de la Plata), no existe ningún área de servicio que esté en la RIMP, por lo que nos lleva a pensar que podría ser interesante contemplar la posibilidad de proponer la apertura de una nueva área que diera cobertura a esa demanda. Una vez se considerara dicha posibilidad, habría que resolver de nuevo el problema para ver si la cobertura total mejora con la incorporación de dicha área.

6. CONCLUSIONES

El objetivo del estudio es analizar la necesidad de una red de áreas especialmente adaptadas al estacionamiento de mercancías peligrosas para cumplir con la legislación vigente por motivos de seguridad. La normativa europea sobre transportes obliga a los conductores a la realización de descansos en ruta, priorizando un aparcamiento con características especiales de vigilancia para el estacionamientos de vehículos de mercancías peligrosas. Es importante, por eso, contar con una red de estacionamientos de mercancías peligrosas que permita la máxima cobertura del territorio para satisfacer la demanda de descanso de los conductores cumpliendo con la normativa legal y así prevenir el peligro social y medioambiental que pudiera derivarse de un accidente de estos vehículos.

En este sentido, se analiza la cobertura que proporcionan las áreas de servicio existentes y, además, se formula y aplica un modelo de localización de máxima cobertura implementado en el territorio español con ayuda de un SIG. En particular, el problema se resolvió con LINGO 9.0, utilizando ArcGis para la selección y asignación de los nodos de demanda a las localizaciones y para la visualización de los resultados. Analizando los datos obtenidos, observamos que en el caso de contar con las diez áreas ya existentes, se cubre un 60,89% de la demanda de los transportistas. Sin embargo, si además intentamos dar solución a la demanda restante considerando nuevas áreas, conseguimos cubrir un 95,90% de ella: con un total de 19 áreas de servicio podemos cubrir hasta un 98,39% de toda la demanda en el territorio español. Tan solo queda un pequeño porcentaje de demanda que no se cubre por ninguna de las áreas existentes, lo que nos lleva a plantear la posibilidad de la apertura de una nueva instalación en la zona de Cáceres-Zamora.

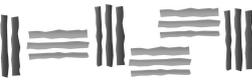
REFERENCIAS

- Aertz, J.C.J.H. y Heuvelink, G.B.M. (2002). Using simulated annealing for resource allocation. *International Journal of Geographical Information Science* 16 (6), pp.571–587.
- Alexandris, G y Giannikos, I. (2010). A new model for maximal coverage exploiting GIS capabilities. *European Journal of Operational Research* 202, pp.328–338.
- Averbakh, I. y Berman, O. (1996). Locating flow-capturing units on a network with multi-counting and diminishing returns to scale. *European Journal of Operational Research* 91, 3, pp.495–506.
- Church, R. y ReVelle, C. (1974). The Maximal Covering Location Problem. *Papers of the Regional Science Association* 32, pp.101–118.
- Current, J., Min, H. y Schilling, D. (1990). Multiobjective Analysis of Facility Location Decisions. *European Journal of Operational Research* 49, 3, pp.295–307.
- Current, I. y O’Kelly, M. (1992). Locating emergency warning sirens. *Decisions Sciences* 23, pp.221–234.
- ESRI (2008). What’s New in ArcGIS 9.3. *ESRI*, New York, USA, 2008.
- EUROSTAT (2010). Data Base: <http://www.eurostat.org>. Consultado el 21 de octubre de 2010.
- Goodchild, M.F. y Noronha, V.T. (1987). Location–Allocation and Impulsive Shopping the Case of Gasoline Retailing. *Spatial Analysis and Location–Allocation Models. Van Nostrand Reinhold*, New York, pp.121–136.
- Gorys, J. (1990). Transportation of Dangerous Goods in the Province of Ontario. *Transportation Research Record* 1264. Transportation Research Board, *National Research Council*, Washington.
- IRU (2009). Truck Parking Areas. *International Road Union*. Recurso web disponible en: <http://www.internationaltransportforum.org/Pub/pdf/09parking.pdf>
- Li, X. y Yeh, A.G. (2005). Integration of genetic algorithms and GIS for optimal location search. *International Journal of Geographical Information Science* 19, 5, pp.581–601.

- Lin, Z., Ogden, J., Fan, Y. y Chen, C.W. (2008). The fuel-travel-back approach to Hydrogen station siting. *International Journal of Hydrogen Energy* 33, 12, pp.3096–3101.
- Liu, N., Huang, B. y Chandramouli, M. (2006). Optimal siting of fire stations using GIS and ant algorithm. *Journal of Computing in Civil Engineering* 20, 5, pp.361–369.
- Ministerio de Fomento (2006). Coordinación del Transporte de Mercancías Peligrosas. Estacionamientos para vehículos de mercancías peligrosas: http://www.fomento.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/ORGANOS_COLEGIADOS/CCTMP/ListadoEstudio.htm. Consultado el 21 de octubre de 2010.
- Ministerio de Fomento. D.G. Carreteras (2009). Mapa de Tráfico 2008.
- Mirchandani, P.B. y Francis, R.L. Eds. (1990). *Discrete Location Theory*. Wiley, Chichester.
- Murray, A. (2005). Geography in coverage modeling: Exploiting spatial structure to address complementary partial service areas. *Annals of the Association of American Geographers* 95/4, pp.761–772.
- Murray, A.T. y Tong, D. (2007). Coverage optimization in continuous space facility siting. *International Journal of Geographical Information Science* 21, 7, pp.757–776.
- Murray, A.T., Tong, D. y Kim, K. (2010). Enhancing Classic Coverage Location Models. *International Regional Science Review* 33, 2, pp.115–133.
- Owen, S.H. y Daskin, M.S. (1998). Strategic Facility Location: A Review. *European Journal of Operational Research* 111, pp.423–447.
- RACC (2010). Proyecto LABEL: European Truck Parking Areas. <http://w3.racc.es/index.php?mod=fundacion&mem=EPTodos&relmenu=31>. Consultado el 21 de septiembre de 2010.
- Reglamento (CE) nº 561/2006 del Parlamento Europeo y del Consejo de 15 de marzo de 2006 relativo a la armonización de determinadas disposiciones en materia social en el sector de los transportes por carretera.
- Resolución de 25 de enero de 2010, de la Dirección General de Tráfico, por la que se establecen medidas especiales de regulación del tráfico durante el año 2010. BOE número 40 de 15/02/2010, p.13.538.
- ReVelle, C.S. y Eiselt, H.A. (2004). Location Analysis: A Synthesis and Survey. *European Journal of Operational Research* 165, pp.1–19.
- ReVelle, C.S., Eiselt, H.A. y Daskin, M.S. (2007). A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science. *European Journal of Operational Research* 184, pp.817–848.
- UNECE (2008). European agreement concerning the international carriage of dangerous goods by road (ADR). United Nations Economics Commission for Europe (aplicable desde el 1 de enero de 2009).
- Yeh, A.G. y Cow, M.H. (1996). An integrated GIS and location-allocation approach to public facilities planning. An example of open space planning. *Computers, Environment and Urban Systems* 20 (4/5), pp.339–350.



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (11). Páginas 33–40.
Junio de 2011. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=47>

Una herramienta de análisis teórico en la teoría de la empresa bajo incertidumbre

RODRÍGUEZ-PUERTA, INMACULADA

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla
Correo electrónico: irodpue@upo.es

SEBASTIÁ COSTA, FRANCISCO

Departamento Economía Aplicada Cuantitativa II
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)
Correo electrónico: fransecos@yahoo.es

ÁLVAREZ-LÓPEZ, ALBERTO A.

Departamento Economía Aplicada Cuantitativa II
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)
Correo electrónico: aalvarez@cee.uned.es

BUENDÍA, MÓNICA

Departamento Economía Aplicada Cuantitativa II
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)
Correo electrónico: mbuendia@cee.uned.es

RESUMEN

En este trabajo presentamos una reformulación de un lema de Lippman y McCall –inicialmente planteado para una única variable aleatoria– que permite que sea aplicado al caso de varias variables aleatorias, e ilustramos su utilización en la teoría de la empresa bajo incertidumbre. Llevamos esto a cabo en un modelo reciente de la teoría, para el cual mostramos cómo el lema permite comparar, de forma más directa que la utilizada por sus autores, los respectivos niveles óptimos que elige la empresa con y sin incertidumbre. También hacemos uso del lema, en este mismo modelo, para estudiar el efecto de una variación en la aversión al riesgo, el cual no había sido estudiado anteriormente.

Palabras clave: modelización de incertidumbre; empresa bajo incertidumbre; incertidumbre en varias variables.

Clasificación JEL: D81; C00.

MSC2010: 91B38; 91B30; 91B16.

Artículo recibido el 20 de enero de 2011 y aceptado el 29 de abril de 2011.

A Theoretical Analysis Tool in the Theory of the Firm under Uncertainty

ABSTRACT

In this paper we present a reformulation of a lemma due to Lippman and McCall –initially formulated a unique random variable– to be applied to the case of several random variables, and we illustrate its use in the theory of the firm under uncertainty. We have performed this on a recent model of the theory, for which the respective optimal levels chosen by the firm with and without uncertainty are compared in a more direct way than that used originally by its authors. We also make use of the lemma, in the context of the same model, to study the effect of a variation in risk aversion, which had not been studied before.

Keywords: uncertainty modelling; firm under uncertainty; uncertainty in several variables.

JEL classification: D81; C00.

MSC2010: 91B38; 91B30; 91B16.



1. Introducción

En la teoría de la empresa bajo incertidumbre, se estudian distintos aspectos sobre la decisión óptima que debe tomar una empresa que opera bajo incertidumbre en una o varias de las variables que intervienen en su función beneficio. Una de las primeras cuestiones que se plantean es la relación que presenta esta decisión óptima en comparación con la que se tomaría en el caso de certidumbre total. Esto es lo primero que analiza Sandmo (1971) en su modelo seminal. Para este modelo básico, en el que se considera una única fuente de incertidumbre (en el precio al que será vendido el producto), se puede demostrar que la introducción de incertidumbre induce una reducción en el nivel de producción óptimo con respecto a la situación sin incertidumbre. Este resultado es obtenido por Sandmo mediante una técnica de McCall (1967), pero puede demostrarse también mediante la aplicación de un lema recogido en Lippman–McCall (1981), el cual incluimos en el apéndice de este trabajo, y que es válido para el caso de una única variable aleatoria.

Sin embargo, a pesar de la antigüedad del citado lema, no hemos encontrado ningún autor que lo aplique en modelos de empresa bajo incertidumbre. Más aún, incluso en Lippman–McCall (1981), se demuestra el resultado de Sandmo comentado anteriormente con otro método diferente.¹

En su lugar, el método más frecuentemente utilizado es el estudio del signo de ciertas covarianzas. Por ejemplo, en el caso del modelo de Sandmo, en el cual la función beneficio viene dada por $\pi(x) = Px - C(x)$, donde P es la variable aleatoria precio, dicho lema permite obtener la desigualdad:

$$E[u'(\pi)P] < E[u'(\pi)] E[P],$$

para el caso de una empresa con aversión al riesgo (más aún, tal que $u'' < 0$). Sin embargo, puesto que $E[u'(\pi)P] = E[u'(\pi)] E[P] + \text{COV}(u'(\pi), P)$, tal desigualdad es obtenida habitualmente en la literatura mediante el estudio del signo de $\text{COV}(u'(\pi), P)$. Este análisis es sencillo cuando se trabaja en modelos con una sola variable aleatoria que sea fuente de incertidumbre, pero cuando el número es superior puede resultar difícil obtener conclusiones de un modo analítico. Un ejemplo de este hecho lo encontramos en Dalal–Alghalith (2009), donde se desarrolla un método gráfico para llevar a cabo un estudio de esta índole.

En este trabajo obtenemos el resultado básico de Dalal–Alghalith (2009) de una forma analítica y más directa, mediante una adecuada reformulación del lema original de Lippman–McCall (1981) que permite su aplicación al caso de varias variables. Asimismo, con la ayuda de esta reformulación del lema, enunciamos y demostramos, para el modelo citado, un resultado nuevo sobre el efecto de una variación en la aversión al riesgo.²

¹Una excepción son Álvarez-López-Rodríguez-Puerta (2009, 2011), donde se aplica ese lema en modelos con una sola fuente de incertidumbre, a diferencia del modelo del presente trabajo.

²Un efecto de este tipo no se ha estudiado para el modelo de Dalal–Alghalith (2009).

En la sección 2 se enuncia y demuestra el lema, y en la sección 3 se recogen sus aplicaciones al modelo de Dalal–Alghalith (2009). La última sección está dedicada a las conclusiones.

2. Reformulación del lema de Lippman–McCall (1981)

Enunciamos y demostramos el lema que vamos a utilizar en el resto del trabajo:³

Lema 1. *Sea g y h dos funciones reales definidas sobre \mathbb{R} , con g estrictamente creciente y h estrictamente positiva, y sea f una función real medible definida sobre \mathbb{R}^p . Si Z es una variable aleatoria p -dimensional tal que las esperanzas de $f(Z)h(f(Z))$ y $f(Z)g(f(Z))h(f(Z))$ son finitas, y tal que el conjunto $\{f(Z) \neq 0\}$ tiene probabilidad positiva, entonces:*

$$\mathbb{E}[f(Z)g(f(Z))h(f(Z))] > g(0)\mathbb{E}[f(Z)h(f(Z))],$$

y se tiene la desigualdad en el sentido contrario si g es estrictamente decreciente.

Demostración. Denotemos por A^+ , A^- y A^0 el conjunto de los vectores z de \mathbb{R}^p tales que $f(z) > 0$, $f(z) < 0$ y $f(z) = 0$, respectivamente, y por F la función de distribución de la variable aleatoria Z . Entonces:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[f(Z)g(f(Z))h(f(Z))] &= \int_{A^+} f(z)g(f(z))h(f(z))dF(z) \\ &\quad + \int_{A^-} f(z)g(f(z))h(f(z))dF(z) \\ &\quad + \int_{A^0} f(z)g(f(z))h(f(z))dF(z) \\ &> g(0)\left(\int_{A^+} f(z)h(f(z))dF(z) + \int_{A^-} f(z)h(f(z))dF(z)\right) \\ &= g(0)\mathbb{E}[f(Z)h(f(Z))]. \end{aligned}$$

Nótese que la hipótesis de probabilidad positiva del conjunto $\{f(Z) \neq 0\}$ asegura que la desigualdad anterior es efectivamente estricta. \square

3. Aplicación al modelo de Dalal–Alghalith (2009)

En el modelo de Dalal–Alghalith (2009) se considera incertidumbre simultáneamente en dos variables: el precio y la producción. La riqueza de la empresa (de forma simplificada) viene dada por:

$$W(y) = pvy - c(y) + W_0,$$

³Una versión de este lema puede leerse en la tesis doctoral de uno de los autores de este artículo (cf. Sebastián, 2011).

donde y es el nivel de producción en ausencia de incertidumbre (el cual también puede ser interpretado como el nivel de producción programado por la empresa), v es un factor aleatorio con $E[v] = 1$ (de modo que yv es la producción finalmente obtenida), y p es el precio al que se venderá la producción, con $\bar{p} \equiv E[p]$. La función de costes es denotada por c , con $c' > 0$ y $c'' \geq 0$, y W_0 es la riqueza inicial de la empresa.

Se considera que la empresa es aversa al riesgo (más en concreto: $u'' < 0$), tal que $u' > 0$ y que elige el nivel de producción y de modo que maximiza la utilidad esperada de su riqueza. Es decir, resuelve el problema:

$$\max_y E[u(W(y))].$$

La condición de primer orden viene dada por:

$$E[u'(W(y^*)) (pv - c'(y^*))] = 0,$$

donde y^* denota el valor óptimo. Obsérvese que, en caso de certidumbre, la cantidad óptima y_c^* que elige la empresa satisface: $\bar{p} - c'(y_c^*) = 0$.

El óptimo y^* puede verse como la abscisa del punto de intersección de las gráficas de las siguientes funciones:

$$G(y) \equiv \bar{p} - E[u'(W(y)) pv] / E[u'(W(y))] \quad y \quad F(y) \equiv \bar{p} - c'(y).$$

La segunda es conocida, y los autores estudian las distintas posibilidades para la primera. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de la gráfica de la función F con el eje de abscisas es $(y_c^*, 0)$ (pues $\bar{p} - c'(y_c^*) = 0$), los autores determinan finalmente la posición relativa entre y^* e y_c^* en función del signo de $\text{COV}(p, v)$.⁴

Este resultado se puede obtener analíticamente, sin necesidad de recurrir a cuestiones de representación gráfica. Si aplicamos el Lema 1 a la variable aleatoria bidimensional $Z = (p, v)$, a la función $g(x) = u'((x + E[pv])y^* - c(y^*) + W_0)$, que es estrictamente decreciente (pues $u'' < 0$), a la función $h \equiv 1$, y a la función continua (y por tanto medible) $f(s, t) = st - E[pv]$, se obtiene:

$$E[u'(W(y^*)) (pv - E[pv])] < 0,$$

desigualdad que es equivalente a:

$$\frac{E[u'(W(y^*)) pv]}{E[u'(W(y^*))]} < E[pv],$$

pues $u' > 0$. Teniendo en cuenta que el primer miembro de esta desigualdad es igual a $c'(y^*)$ (por la condición de primer orden del problema), y que $E[pv] = \bar{p} + \text{COV}(p, v)$, se obtiene:

$$c'(y^*) < \bar{p} + \text{COV}(p, v).$$

⁴Cf. Dalal–Alghalith (2009), Proposición 1, p. 86. Nótese que $G(0) = \text{COV}(p, v)$. La notación para F es nuestra.

Si consideramos ahora la función creciente $H(y) \equiv c'(y) - \bar{p}$, entonces:

$$H(y_c^*) = 0, \quad y \quad H(y^*) = c'(y^*) - \bar{p} < \text{COV}(p, v).$$

Si $\text{COV}(p, v) \leq 0$, entonces $H(y^*) < 0 = H(y_c^*)$, de donde $y^* < y_c^*$. Pero si fuera $\text{COV}(p, v) > 0$, podría darse cualquiera de los tres casos: $y^* < y_c^*$, $y^* = y_c^*$ o $y^* > y_c^*$. Este es exactamente el resultado principal obtenido en Dalal–Alghalith (2009).

Por otra parte, los autores citados llevan a cabo un detallado estudio del efecto en el nivel óptimo y^* de la variación de distintos parámetros del modelo (por ejemplo, la riqueza inicial W_0 , o las varianzas de las variables aleatorias p y v), pero no estudian el comportamiento de la empresa ante una *variación en la aversión al riesgo*. Con la ayuda del Lema 1, podemos obtener un resultado sobre este efecto. Para ello, consideramos dos posibles funciones de utilidad en las condiciones del modelo: u_1, u_2 , y comparamos el nivel óptimo obtenido a partir de cada una, respectivamente: y_1^*, y_2^* , bajo la hipótesis de que la aversión absoluta al riesgo para la primera es menor que para la segunda, es decir: $r_1 < r_2$, donde $r_i = -u_i''/u_i'$ para $i \in \{1, 2\}$. La siguiente proposición especifica el resultado.

Proposición 1. Si $r_1 < r_2$, entonces $y_1^* > y_2^*$.

Demostración. Para cada $i \in \{1, 2\}$, pongamos $U_i(y) \equiv \mathbf{E}[u_i(W(y))]$; entonces:

$$U_i'(y) = \mathbf{E}[u_i'(W(y))(pv - c'(y))],$$

y de acuerdo con la condición necesaria de primer orden: $U_i'(y_i^*) = 0$.

Consideremos las funciones reales de variable real $h(s) = u_2'([s + c'(y_2^*)]y_2^* - c(y_2^*) + W_0)$, y $g(s) = k([s + c'(y_2^*)]y_2^* - c(y_2^*) + W_0)$ donde $k \equiv u_1'/u_2'$. Entonces ambas funciones son estrictamente positivas, y además g es estrictamente creciente. En efecto, se tiene:

$$g'(s) = y_2^* k'([s + c'(y_2^*)]y_2^* - c(y_2^*) + W_0),$$

pero $k' = k \cdot (r_2 - r_1) > 0$, de acuerdo con la hipótesis. Aplicando el Lema 1 a estas funciones h y g , y a la variable aleatoria $Z = (p, v)$ y a la función continua (y por ende medible) $f(s, t) = st - c'(y_2^*)$, se obtiene:

$$U_1'(y_2^*) = \mathbf{E}[u_1'(W(y_2^*))(pv - c'(y_2^*))] > g(0) \mathbf{E}[u_2'(W(y_2^*))(pv - c'(y_2^*))] = g(0) U_2'(y_2^*) = 0;$$

de donde $U_1'(y_2^*) > 0 = U_1'(y_1^*)$. El resultado se concluye del hecho de que la función $y \mapsto U_1'(y)$ es estrictamente decreciente. Nótese que la derivada de esta última función es:

$$\mathbf{E}[u_1''(W(y))(pv - c'(y))^2 - u_1'(W(y))c''(y)],$$

la cual es estrictamente negativa al ser $u_1'' < 0$, $u_1' > 0$ y $c'' \geq 0$. □

Hemos obtenido, pues, que el nivel óptimo de producción que la empresa planifica *disminuye* cuando aumenta la aversión al riesgo, y *aumenta* cuando disminuye la aversión al riesgo.

4. Conclusiones

Hemos llevado a cabo una reformulación de un lema debido a Lippman–McCall (1981) para que sea aplicable al caso de varias variables aleatorias, y hemos presentado el nuevo lema como una herramienta que puede ser de utilidad en modelos de empresa bajo incertidumbre.

En particular, en el modelo de Dalal–Alghalith (2009), en el que existe incertidumbre tanto en el precio como en la producción, es posible realizar un estudio comparativo entre la decisión óptima que tomaría una empresa en presencia de incertidumbre y la que tomaría en ausencia de ella. Este análisis es realizado por sus autores con ayuda de un método gráfico. En el presente trabajo se ha demostrado el mismo resultado mediante la aplicación del lema citado, de una forma analítica y más directa.

Asimismo, se ha ilustrado la aplicabilidad del lema demostrando un resultado nuevo, dentro del marco del modelo de Dalal–Alghalith (2009): al aumentar la aversión al riesgo de la empresa, ésta planifica un nivel óptimo de producción menor.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer, tanto a dos revisores anónimos como al editor, sus observaciones y sugerencias, que han contribuido a mejorar sensiblemente este trabajo. Álvarez-López ha disfrutado de financiación a cuenta del Proyecto de Investigación de la CICYT con referencia ECO2008-06395-C05-03.

Referencias

- Álvarez-López, A. A., Rodríguez-Puerta, I. (2009): “Teoría de la empresa bajo incertidumbre con mercado de futuros: el papel de los costes fijos y de un impuesto sobre los beneficios”. *Rect@*, vol. 10(1), pp. 253–265.
- Álvarez-López, A. A., Rodríguez-Puerta, I. (2011): “A Methodological Contribution in the Theory of the Firm under Uncertainty”. En *Dynamics, Games and Sciences II (DYNA 2008, in honor of M. Peixoto and D. Rand)*, A. A. Pinto, M. M. Peixoto y D. A. Rand (editores), Springer Proceedings in Mathematics, vol. 2, Springer, cap. 7. [En imprenta.]
- Dalal, A. J., Alghalith, M. (2009): “Production decisions under joint price and production uncertainty”. *European Journal of Operational Research*, vol. 197(1), pp. 84–92.
- Lippman, S.A., McCall, J. J. (1981): “The Economics of Uncertainty: Selected Topics and Probabilistic Methods”. En *Handbook of Mathematical Economics*, K. Arrow y M. D. Intriligator (editores), North-Holland, cap. 6, pp. 247–260.

McCall, J. J. (1967): “Competitive production for constant risk utility functions”. *The Review of Economic Studies*, vol. 34(4), pp. 417–420.

Sandmo, A. (1971): “On the theory of the competitive firm under price uncertainty”. *The American Economic Review*, vol. 61(1), pp. 65–73.

Sebastiá, F. (2011): *La Empresa con Múltiples Fuentes de Incertidumbre. Una Aplicación a la Industria Ganadera*. Tesis doctoral. Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa II, UNED. [Pendiente de defensa.]

Apéndice

En esta sección recogemos el lema de Lippman–McCall (1981):⁵

Lema 2. Sea ψ y ϕ dos funciones reales definidas sobre \mathbb{R} tales que $\psi > 0$ y ϕ es estrictamente creciente. Si $\xi = \psi \cdot \phi$, y X es una variable aleatoria no degenerada, de varianza positiva y tal que la esperanza de $X \psi(X)$ es finita, entonces:

$$E[X \xi(X)] > \phi(0) E[X \psi(X)],$$

y se tiene la desigualdad contraria si ϕ es estrictamente decreciente.

⁵El lema es un resultado parcial en la demostración del Teorema 2 en el artículo citado (cf. p. 252).



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (11). Páginas 41–70.
Junio de 2011. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=48>

Una revisión crítica para la construcción de indicadores sintéticos

DOMÍNGUEZ SERRANO, MÓNICA

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla
Correo electrónico: mdomser@upo.es

BLANCAS PERAL, FRANCISCO JAVIER

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla
Correo electrónico: fjblaper@upo.es

GUERRERO CASAS, FLOR MARÍA

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla
Correo electrónico: fguecas@upo.es

GONZÁLEZ LOZANO, MERCEDES

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)
Universidad de Málaga
Correo electrónico: m.gonzalez@uma.es

RESUMEN

En este trabajo presentamos un análisis crítico de algunas de las técnicas más aplicadas en la práctica para obtener medidas sintéticas a partir de un sistema de subindicadores previo. En el estudio de cada metodología identificamos las ventajas e inconvenientes asociadas a cada una de ellas, prestando especial atención a cuestiones tales como la reducción de la subjetividad asociada al indicador sintético, la facilidad de interpretación de los resultados, la complejidad operacional, etc. Así, ofrecemos un documento que puede ser utilizado por parte de los analistas para elegir aquella técnica que más se adecue al estudio que pretendan realizar.

Palabras clave: indicador sintético; metodologías de agregación; multi-variante; multicriterio.

Clasificación JEL: C61; C1; C43.

MSC2010: 91B82; 91B62.

A Critical Review to Construct Composite Indicators

ABSTRACT

This paper presents a critical analysis of some of the techniques which are applied in practice to obtain composite indicators from a previous sub-indicator system. In studying each methodology, we identify the advantages and disadvantages associated with them, paying particular attention to issues such as reducing the subjectivity associated with synthetic indicator, the ease of interpretation of results, operational complexity, etc. Therefore, we offer a document that can be used by analysts to choose the methodology that best suits their studies.

Keywords: composite indicator; aggregation methodologies; multivariate analysis; multicriteria analysis.

JEL classification: C61; C1; C43.

MSC2010: 91B82; 91B62.



1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas los organismos, tanto nacionales como internacionales, han venido realizando estudios centrados en la definición, construcción y uso de indicadores para diversos objetivos tales como la evaluación analítica de fenómenos, el control de la eficacia de programas de acción, la medición del grado de consecución de objetivos globales, el asesoramiento en los procesos de planificación, etc., en todos los ámbitos de la sociedad. En cada uno de ellos, la definición de los indicadores y su proceso de elaboración y obtención venían determinados por los objetivos de cada estudio y las preferencias de los analistas. Esta alta heterogeneidad pone de manifiesto la inexistencia de un único procedimiento metodológico para su construcción y la necesidad de nuevos estudios que asesoren al analista en cada caso, si bien es fundamental que el proceso de selección del sistema de indicadores básicos sea exhaustivo y responda a criterios de idoneidad, basados bien en estudios previos, reuniones de expertos, análisis preparatorios, etc.

Los procedimientos de obtención de los indicadores sintéticos se diferencian fundamentalmente por la forma en la que se ponderan y agregan los indicadores del sistema inicial. En este trabajo, nuestro objetivo es realizar una revisión crítica de distintas metodologías matemáticas y estadísticas que resultan útiles para agregar la información de un sistema en una medida global única. Así, pretendemos ofrecer al analista un instrumento sobre el que pueda basar su decisión a la hora de elegir una metodología para la obtención de indicadores sintéticos. En concreto, nos centramos en el análisis de aquellas técnicas que, por su aplicabilidad práctica, se configuran como las más relevantes, identificando las ventajas e inconvenientes asociadas a cada una de ellas, prestando especial atención a cuestiones tales como la reducción de la subjetividad asociada al indicador sintético, la facilidad de interpretación de los resultados, la complejidad operacional, etc.¹

La estructura del artículo agrupa aquellas técnicas que utilizan una misma filosofía o pertenecen a un mismo campo metodológico. Sin embargo, dada la amplia gama de técnicas existente, no se tratan en este trabajo algunas metodologías que, siendo útiles para el fin que nos ocupa, requerirían un análisis más pormenorizado dada su complejidad. Entre ellas podemos destacar los indicadores basados en modelos de Análisis Envoltante de Datos (Cherchye *et al.*, 2006), los indicadores con Componentes no Observadas (Kaufmann *et al.*, 1999; Kauffmann *et al.*, 2003; Kauffmann *et al.*, 2006) o los elaborados utilizando Lógica Difusa (Chiappero, 2006; Cornelissen *et al.*, 2001). Asimismo, debemos señalar que el estudio se ha centrado en metodologías pensadas para la realización de un estudio de tipo transversal. En efecto, como

¹ El esfuerzo de síntesis realizado en el trabajo nos lleva a no ser exhaustivos en la lista que presentamos. Así, se podrían considerar otras técnicas que son de uso en el estudio de la pobreza, como el Análisis de Clases Latentes (Pérez Mayo y Fajardo, 2003; Pérez Mayo, 2009) o algunos citados por Silber (2007) o Núñez (2009).

podremos comprobar, los métodos estudiados generan un conjunto de ponderaciones diferente en cada instante de tiempo en el que sean utilizadas, provocando problemas de comparabilidad a lo largo del tiempo. Dejamos así de lado el estudio de la metodología de obtención de indicadores sintéticos para análisis de tipo estructural, menos comunes en la práctica.

2. AGREGACIONES SIMPLES

Una parte muy importante de los trabajos sobre construcción de indicadores sintéticos utiliza proyecciones lineales unidimensionales, que generan medias ponderadas de indicadores simples, diferenciándose únicamente en la metodología utilizada para normalizar los subindicadores que los componen. La característica común a todos ellos es que parten de la base de que las unidades de medida de los subindicadores deben ser las mismas. Las diferencias en las técnicas de normalización, así como la manera de ponderar los subindicadores, dan como resultado distintos métodos.

La ponderación mediante pesos de la misma cuantía constituye la metodología más extendida y aplicada en investigaciones empíricas, dada su escasa dificultad operativa y la facilidad asociada a la interpretación de los resultados. Consiste básicamente en asignar a cada subindicador el mismo peso que a los demás, agregando la información mediante una suma. La ponderación y agregación suele hacerse en niveles sucesivos de manera que previamente se ponderan y agregan una serie de variables para construir los subindicadores relativos a una determinada dimensión y, posteriormente, se agregan éstos para construir el indicador sintético. Así, el indicador para una unidad i se define como:

$$IS_i = w \cdot IN_{i1} + w \cdot IN_{i2} + \dots + w \cdot IN_{im} = \sum_{j=1}^m w \cdot IN_{ij}$$

donde w representa el peso otorgado a los indicadores e IN_{ij} el valor normalizado del indicador j para la unidad i . En la práctica, el peso común w suele determinarse a partir del número de indicadores agregados de forma que se cumple que $w = \frac{1}{m}$.

A pesar de las ventajas ofrecidas por este procedimiento, existen ciertos inconvenientes que deben considerarse para una correcta interpretación de los resultados. En primer lugar, el grado de complejidad del procedimiento está determinado en gran parte por la forma en la que los indicadores se agrupan. Asimismo, cuando los indicadores se subdividen por dimensiones para realizar varias agregaciones, puede ocurrir que el peso real que se le da a cada indicador sea no igualitario. Así, por ejemplo, supongamos que el conjunto de indicadores iniciales m se divide en dos grandes dimensiones compuestas, respectivamente, por m_1 y m_2 , con $m_1 > m_2$, de forma que se realiza una agregación en dos fases. Al otorgar el mismo peso en cada fase de

agregación, el peso final que obtienen los indicadores de cada dimensión son diferentes, cumpliéndose que:

$$w_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m_1} < \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m_2} = w_2$$

De esta manera, cuando los indicadores se agrupan de forma no homogénea, los indicadores que obtienen un peso real menor dentro del indicador sintético son aquéllos que se integran en los grupos donde está presente un mayor número de indicadores.

Asimismo, este método ignora las relaciones causales existentes entre los subindicadores, lo que podría provocar problemas en caso de que se incorporasen variables con un alto grado de correlación, pues se estaría contabilizando doblemente el efecto.

3. MÉTODOS PARTICIPATIVOS

Una segunda metodología usada para la obtención de indicadores es la que utiliza un método participativo. Estos procedimientos permiten obtener medidas sintéticas, definidas como sumas ponderadas, a partir de las valoraciones subjetivas mostradas por un conjunto de individuos de referencia, sobre los distintos aspectos que se desean evaluar en el sistema de partida. Ésta empieza a utilizarse con el objetivo de facilitar la obtención de indicadores sintéticos para evaluar conceptos sobre los que no es posible definir un sistema de indicadores cuantitativos adecuado.

Entre los métodos participativos más utilizados, podemos destacar: el método del panel de expertos (Tsaour *et al.*, 2006; Ugwu *et al.*, 2006) y el método de opinión pública (Cottrell *et al.*, 2004). Desde un punto de vista metodológico, ambos procedimientos funcionan de la misma manera, siendo su principal diferencia el colectivo de individuos al que va dirigido. En ellos, la asignación de los valores de las ponderaciones se basa en las opiniones subjetivas mostradas por el conjunto de individuos que se toma de referencia: un panel de expertos o bien la comunidad social sobre la que plantea el estudio. Para mostrar sus opiniones, cada individuo cuenta con un *presupuesto* de N puntos, que debe distribuir entre los indicadores que componen el sistema de partida, asignando más puntos a aquellos que representen aspectos a los que se le deba otorgar una mayor importancia (Jesinghaus, 1997). La asignación de puntos debe ser realizada por cada uno de los individuos de forma independiente para no influir en los resultados obtenidos (Hermans *et al.*, 2007). Finalizadas todas las asignaciones, se determina la puntuación media otorgada a cada indicador como medida del consenso alcanzado por el conjunto de individuos, analizando su representatividad y realizando, cuando sea necesario, nuevas asignaciones hasta obtener un resultado representativo.

Llegados a este punto, las ponderaciones se determinan a partir de las puntuaciones medias de consenso asignadas por el grupo de individuos, de forma que el peso otorgado al indicador I_j viene dado por:

$$w_j = \frac{q_j}{\sum_{s=1}^m q_s}$$

siendo:

w_j : el peso final asignado al indicador I_j ;

q_j : la puntuación media otorgada al indicador I_j ;

q_s : la puntuación media otorgada a la indicador I_s de la dimensión s .

Determinados los pesos de cada indicador, los valores del indicador sintético se obtienen realizando una agregación aditiva, es decir, mediante una suma ponderada de los valores normalizados de los indicadores del sistema. En el caso de que los indicadores del sistema sean de tipo cualitativo, el indicador sintético se obtiene directamente como una suma de las ponderaciones (Tsaour *et al.*, 2006; Hermans *et al.*, 2007).

A pesar de sus ventajas, la obtención de pesos mediante métodos participativos tiene asociados algunos inconvenientes. El principal se refiere a la fiabilidad de las ponderaciones obtenidas, puesto que cada individuo posee un bagaje distinto, que le hace abordar la valoración de los aspectos del sistema desde una perspectiva diferente, lo que puede determinar en gran medida el resultado obtenido. Asimismo, esta dependencia del conocimiento de los individuos incrementa la subjetividad asociada al indicador sintético. Un segundo inconveniente es la utilización de la asignación de presupuesto como instrumento para manifestar las opiniones del grupo de individuos. En este sentido, está demostrado que es prácticamente imposible asignar puntuaciones simultáneamente a un sistema con más de 10 indicadores sin que se afecte a la consistencia de las opiniones mostradas (Sajeva *et al.*, 2005).

Sin embargo, podemos decir que, a pesar de estos inconvenientes, los métodos participativos constituyen uno de los procedimientos más utilizados a la hora de obtener las ponderaciones que definen un indicador sintético.

4. TÉCNICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE

Frente a las metodologías anteriores, la aplicación de técnicas estadísticas, dentro del proceso de obtención de indicadores sintéticos, surge con el objetivo de solventar una doble problemática en este campo: la doble contabilización de información que puede existir en la agregación del sistema de indicadores y la asignación de valores concretos a las ponderaciones.

4.1. Análisis de Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales (ACP)² es una técnica de estadística multivariante de la interdependencia, pues en ella todas sus variables tienen una importancia equivalente,

² Para profundizar en la técnica, pueden consultarse Cuadras (1981), Lèvy y Varela (2003) y López (2005), entre otros.

desarrollada por Hotelling en 1933 (aunque sus orígenes podemos encontrarlos en los análisis de Pearson en 1901) sobre mínimos cuadrados ortogonales. Ésta se utiliza tradicionalmente para reducir el número de variables inicial de un análisis, tratando de explicar el mayor porcentaje posible de variabilidad de la muestra con un menor número de variables, que se denominarán *componentes principales* y que serán combinaciones lineales de los datos de origen.

El ACP permite obtener medidas sintéticas que reflejan la máxima información posible proporcionada por el sistema de partida. Su aplicación requiere la existencia de un cierto grado de correlación entre los indicadores que componen el sistema inicial (Nardo *et al.*, 2005a). Generalmente, esta técnica se aplica a los valores iniciales de los indicadores cuando están expresados en la misma unidad de medida, es decir, normalizados.

El ACP ha sido una metodología bastante utilizada en la construcción de indicadores sintéticos, puesto que permite reducir un conjunto original de variables a uno más pequeño de componentes. En concreto, la aplicación del ACP sobre el sistema de indicadores proporciona un conjunto de nuevas variables ortogonales (no correlacionadas), de media aritmética igual a cero, de varianza máxima y definidas como combinaciones lineales de los indicadores iniciales. Estas nuevas variables se denominan componentes principales. Así, la componente h para (Z_h) quedaría definida como sigue:

$$Z_h = \sum_{j=1}^m \omega_{hj} \cdot IN_j$$

donde ω_{hj} representa las ponderaciones que definen la componente principal h .

El objetivo de la técnica es conseguir explicar la mayor parte de la variabilidad total del sistema con el menor número posible de componentes, de forma que se produzca la menor pérdida de información. Dado que se generan tantas componentes principales como indicadores componen el sistema, es necesario seleccionar un número menor de componentes utilizando algunos de los criterios disponibles en la literatura: el *criterio de la media aritmética* (Kaiser, 1958), el *criterio del contraste de caída* (Cattel, 1965) o el *criterio del porcentaje de la varianza explicada* (Wubneh, 1987; Wang, 2005).

La utilización de esta metodología de trabajo se ha extendido especialmente en los casos en que no existe un consenso entre los expertos sobre la importancia relativa de las variables, puesto que de forma interna proporciona un mayor peso a las variables más altamente correlacionadas con el conjunto de variables restantes en el sistema. La literatura existente nos permite identificar dos tipos de procedimientos que utilizan ACP para obtener los valores de un indicador sintético:

Un primer tipo de procedimiento es aquel que se basa en la *formulación de una escala aditiva*. En este caso, para la definición del indicador sintético, se procede en primer lugar a identificar lo que se denominan *indicadores suplentes* de cada componente principal seleccionada. Los indicadores suplentes de una determinada componente son aquéllos que

muestran una mayor correlación con los valores obtenidos para dicha componente. La identificación de estos indicadores suplentes facilita la interpretación de las componentes principales y permite seleccionar los indicadores del sistema inicial más representativos para el estudio del concepto evaluado, descartándose aquéllos que ofrecen una información más secundaria. En segundo lugar, seleccionados los indicadores suplentes, se procede a la definición de una variable representativa de cada componente principal a partir de una combinación lineal de sus indicadores suplentes (normalmente, a través de la media aritmética de los indicadores suplentes o mediante la simple suma de dichos indicadores). Finalmente, el indicador sintético se obtiene como una suma ponderada de las variables representativas otorgando a cada componente el mismo peso (Mcintyre *et al.*, 2002; Jha y Murthy, 2003; Messer *et al.*, 2006; Liou *et al.*, 2004).

Un segundo tipo de procedimiento basa la obtención del indicador sintético en la utilización de los *valores obtenidos de las componentes principales seleccionadas*. A su vez, dentro de este tipo pueden distinguirse dos grandes grupos de trabajos en función de la forma en la que definen el indicador sintético.

Un primer grupo lo forman aquellos que obtienen el indicador sintético a partir de los *valores de la primera componente principal*. Esta opción debe estar fundamentada en la interpretación de la primera componente en función de las correlaciones mostradas con los indicadores iniciales. La utilización de la primera componente como indicador sintético varía de unos estudios a otros. En la mayoría de los casos se toma el valor de la primera componente como valores del indicador sintético (Cailas *et al.*, 1996; Lai, 2000; Filmer y Pritchett, 2001; Singh, 2004; Onwujekwe *et al.*, 2005; Heshmati, 2006; Vyas y Kumaranayake, 2006). En otros casos, para definir el indicador sintético, se opta por transformar el valor de la componente a una escala 0-10 o 0-100 para facilitar su interpretación (Ocaña-Riola y Sánchez-Cantalejo, 2005). En el caso en que la interpretación de esta componente no refleje la evaluación del concepto objeto de estudio, se elige aquella componente principal que mejor permita realizar dicha evaluación (Horner y Grubestic, 2001).

En otras ocasiones, simplemente se utiliza este procedimiento para determinar las ponderaciones, tomando como pesos los coeficientes asociados a la definición de la componente y agregando los indicadores de forma no aditiva (Quadrado *et al.*, 2001).

Un segundo grupo de trabajos incluye aquéllos en los que se define la medida sintética a partir de la *agregación de los valores de todas las componentes principales seleccionadas*. Esta agregación se realiza en algunos casos mediante una suma ponderada:

$$IS_j = \sum_{h=1}^p w_h \cdot Z_{hj}$$

siendo w_h el peso otorgado a la componente h .

Para la definición de esta suma ponderada, pueden utilizarse distintos pesos. Así, por un lado, encontramos estudios donde se toma como ponderación la cuantía de los autovalores asociados a cada componente (Wubneh, 1987; Yadav *et al.*, 2002). Por otro lado, otros trabajos utilizan como ponderaciones el porcentaje de la varianza explicada por cada componente (Zhu, 1998; Premachandra, 2001; Chen *et al.*, 2004). En estos casos, al no existir una única variable que resuma de manera apropiada la realidad que se quiere estudiar, sino que son varias las que contienen información relevante, se utilizan todas para agregarlas en un solo valor que contenga toda la información.

Igual que ocurría con las metodologías estudiadas en los apartados anteriores, para facilitar la interpretación de los resultados, estudios recientes plantean la obtención de indicadores sintéticos mediante ACP en dos etapas. Una primera etapa para obtener un indicador sintético para cada grupo o dimensión inicial y una segunda para conseguir una medida sintética global. El procedimiento de agregación de información aplicada en ambas fases difiere de unos estudios a otros. Por una parte, encontramos trabajos donde se plantea la obtención del indicador global a partir de los indicadores dimensionales (Bobek y Vide, 2005). En este caso, una vez obtenidos los indicadores sintéticos dimensionales mediante ACP, se vuelve a aplicar el ACP sobre los valores normalizados de los indicadores dimensionales y se obtiene un indicador sintético global utilizando los resultados del análisis aplicado. Por otra parte, se plantean estudios donde la segunda fase de agregación se realiza a partir de un conjunto de indicadores representativos de cada dimensión (Castro, 2004). El grado de representatividad de los indicadores en cada dimensión se determina utilizando las correlaciones existentes entre cada indicador inicial y el indicador sintético dimensional obtenido. Así, el indicador global se obtiene aplicando el ACP al conjunto de indicadores representativos de todas las dimensiones.

En otros casos, se opta por realizar la agregación en dos fases, aplicando el *Análisis Factorial Múltiple* (García y Abascal, 2004; Sabatini, 2005). En este caso, la obtención del indicador global se realiza a partir de la totalidad de los indicadores del sistema inicial. Para la segunda fase de agregación, se recalculan los indicadores del sistema ponderando su valor inicial por el inverso del mayor autovalor (o el inverso de su raíz cuadrada) obtenido en cada uno de los ACP aplicados en la primera fase a cada dimensión. Para cada indicador, se toma el autovalor correspondiente a la dimensión en la que se integra dicho indicador. Finalmente, el indicador sintético global se obtiene utilizando los resultados conseguidos al aplicar ACP a los valores anteriores.

Independientemente de la forma en la que se define el indicador, el ACP constituye una herramienta que presenta ciertas ventajas. Como ya señalábamos anteriormente, no es necesario que el analista determine el valor que debe tomar el peso de cada indicador inicial, sino que los resultados de ACP permiten fijar el valor del peso. En este sentido, el papel del analista se

reduce a elegir el procedimiento a utilizar para obtener el indicador sintético entre todos los posibles, para lo cual puede tomarse como referencia la amplia literatura existente al respecto. Una segunda ventaja es que el indicador sintético obtenido tiene en cuenta las posibles relaciones causales existentes entre los indicadores, evitándose así el problema de la doble contabilización de la información. En concreto, para evitar la distorsión de los resultados que provoca la doble contabilización, el ACP define las componentes principales de forma independiente y, por tanto, incorreladas entre sí, de forma que cada una de ellas proporciona información no contenida en el resto.

Sin embargo, el ACP presenta importantes limitaciones al interpretar el indicador sintético obtenido (Nardo *et al.*, 2005a). Por una parte, dada su definición, el ACP minimiza la contribución de los indicadores menos correlacionados con el resto en el indicador sintético final. Por otra parte, los indicadores sintéticos obtenidos muestran una alta sensibilidad ante modificaciones en la base de datos inicial. En este sentido, los resultados del ACP varían de forma importante ante cambios como la introducción de un nuevo indicador, la consideración de nuevos casos o la simple actualización de las variables que se utilizan para cuantificar el sistema. Además, la presencia de valores extremos condicionan en gran medida los resultados obtenidos al introducir un mayor grado de variabilidad en los datos de partida.

Asimismo, los valores obtenidos por el indicador sintético para cada unidad analizada, al ser las componentes principales combinaciones lineales de los indicadores iniciales, no son fácilmente interpretables. En este sentido, la principal dificultad existente está ligada al análisis de los efectos de las variaciones del valor de cada indicador inicial sobre el indicador sintético. Para facilitar la interpretación de las componentes, en la práctica, se suele proceder a la rotación de las mismas. Este proceso de rotación permite transformar los ejes para obtener una estructura más simple de las componentes que facilite una interpretación menos ambigua y más significativa. Existen dos tipos principales de rotación: *Varimax* y *Quartimax*. Por su parte, la transformación *Varimax* lo que consigue es minimizar el número de indicadores iniciales que muestran una alta correlación con la misma componente, siendo aplicada sobre todo en aquellos casos en los que el número de componentes es reducido. Por el contrario, cuando el número de componentes es muy elevado, se realiza una rotación *Quartimax* que transforma los ejes de forma que cada indicador presente una correlación alta con un menor número de componentes. No obstante, en ocasiones la dificultad de interpretación de las componentes no se ve reducida tras la utilización de estas herramientas.

Finalmente, hay que tener presente que los resultados del ACP vienen condicionados en gran medida por las decisiones que el analista adopta al aplicar esta técnica. Así, la elección del procedimiento de selección de las componentes depende del analista. Todo ello puede producir un incremento de la subjetividad asociada si las decisiones adoptadas no se fundamentan objetivamente sobre la literatura existente y se realiza un análisis de robustez.

4.2. Análisis Factorial

El Análisis Factorial permite reducir el elevado número de variables que describen un fenómeno, de difícil interpretación, a un número menor de factores en común que expliquen básicamente lo mismo que las variables de partida. Sin embargo, este método va más allá, pues su objetivo final es el de encontrar relaciones matemáticas que permitan expresar las variables originales a través de los factores comunes más los factores específicos de cada variable observada (Luque, 2000). Comprende varios métodos que permiten examinar la estructura subyacente de las variables y condensar la información que contienen. En este caso, en función del método utilizado estaremos ante distintos tipos de análisis, algunos de los cuales tienen una entidad propia. Entre ellos encontramos el ACP, al que ya nos hemos referido, por lo que a continuación nos centraremos en el Análisis Factorial tradicional, cuyas principales diferencias con el primero se refieren a su objetivo, sus características y su grado de formalización. El Análisis Factorial trata de encontrar variables sintéticas latentes, inobservables y aún no medidas, cuya existencia se sospecha en las variables originales y que permanecen a la espera de ser halladas, mientras en el ACP se obtienen variables sintéticas que son combinación de las originales y cuyo cálculo es posible basándose en aspectos matemáticos independientes de su interpretabilidad práctica. En el ACP la varianza de cada variable original se explica completamente por las variables cuya combinación lineal la determinan (sus componentes). En el Análisis Factorial no ocurre lo mismo, pues solo una parte de la varianza de cada variable original se explica completamente por las variables cuya combinación lineal la determinan (factores). Esta parte de la variabilidad de cada variable original explicada por los factores comunes se denomina comunalidad, mientras que la parte de la varianza no explicada por los factores comunes se denomina unicidad (comunalidad + unicidad = 1) y representa la parte de variabilidad propia de cada variable. Cuando la comunalidad es unitaria (y, por tanto, la unicidad es nula) el Análisis Factorial coincide con el de componentes principales. Es decir, el ACP es en esa situación un caso especial del Análisis Factorial en el que los factores comunes explican el 100% de la varianza total (Pérez, 2005, pp. 497–498).

La construcción de un indicador sintético a partir de un conjunto de subindicadores iniciales puede llevarse a cabo mediante la reducción de éstos en una serie de factores básicos, aunque esto solo será posible si existen subindicadores que dan información adicional que puede ser obviada; es decir, deberán presentar una alta correlación entre ellos, puesto que de lo contrario todos aportarán información sustancial y el número de factores no podrá ser inferior al de indicadores originales.

Sean X_1, X_2, \dots, X_p las variables o subindicadores iniciales,³ referidos a un conjunto de n regiones podemos observar el siguiente modelo:

³ Si los indicadores de partida están tipificados, se utilizará la matriz de correlación para la construcción de los factores y, en caso de que no lo estén, la matriz de varianzas y covarianzas.

menor información posible. La diferencia fundamental entre ambas es el tipo de variables que utiliza. El ACP necesita variables medidas en una escala métrica para tener sentido estadístico, mientras que el CATPCA utiliza cualquier tipo de variables.

El objetivo principal del Escalamiento Óptimo es el de profundizar en la estructura de las relaciones entre variables cualitativas (por lo general), tratando de superar las limitaciones que presentan los análisis bidimensionales tradicionales (tablas de contingencia, análisis de datos categóricos, etc.) así como otros análisis que no se adaptan a la exigencia de considerar niveles mixtos de medida (nominal, ordinal y de escala), como son el análisis de componentes principales o el análisis de correlación canónica lineal.

Las técnicas de Escalamiento Óptimo proporcionan un conjunto de cuantificaciones para las categorías de cada variable (puntuaciones óptimas). A diferencia de los valores originales de las variables, estas puntuaciones tienen propiedades métricas. Estos valores numéricos se obtienen minimizando la distancia entre categorías relacionadas y maximizando la distancia de las categorías no relacionadas. La técnica también asigna puntuaciones a los casos analizados, de manera que las cuantificaciones de las categorías son los valores promedio o centroides de las puntuaciones de los objetos en dichas categorías. Los resultados de este tipo de análisis generan una solución en la que los objetos de la misma categoría se representan juntos y los de categorías distintas aparecen bien separados, aplicando este procedimiento para todas las variables del análisis. Consecuentemente, las categorías dividen a los objetos o casos en subgrupos homogéneos (Young *et al.*, 1976; Van Rijckevorsei, 1987; De Leeuw, 1984; Gifi, 1980).

La metodología de agregación utilizada para la obtención de los indicadores sintéticos es similar a la descrita en el apartado 4.1, es decir, construye el indicador sintético utilizando los valores obtenidos de las componentes principales seleccionadas.

Este tipo de análisis multivariante tiene algunas ventajas sobre los métodos de regresión tradicionales: se puede utilizar la información de múltiples variables de entrada sin necesidad de que éstas sean linealmente independientes; puede trabajar con matrices que contengan más variables que observaciones; puede trabajar con matrices incompletas (siempre que los valores faltantes estén aleatoriamente distribuidos y no superen un 10%) y, dado que se basan en la extracción secuencial de factores, pueden separar la información del ruido. Por el contrario, presenta los mismos inconvenientes asociados a las técnicas descritas anteriormente, uniéndose además, en este caso, la dificultad asociada al hecho de trabajar con variables no observadas.

4.4. Análisis Conjunto

El Análisis Conjunto tiene sus orígenes en el campo de la Psicología (Luce y Tukey, 1964), pero su máximo desarrollo en el ámbito del Marketing (Green y Rao, 1971), aunque puede utilizarse, en general, para el análisis del valor asignado por los sujetos en procesos de elección

entre varias alternativas (Green y Wind, 1975; López, 2005, pp. 643–654). Es una metodología que trata de estudiar el comportamiento de los consumidores según la valoración que éstos realizan de las características (o atributos) de un determinado bien o servicio. Básicamente, consiste en asumir que las alternativas a evaluar pueden ser definidas por una serie de atributos o características e interesa conocer qué importancia tiene cada atributo en concreto (utilidad parcial) en la decisión global de preferencia del individuo hacia esa alternativa (utilidad total).

$$y = \underbrace{f}_{\substack{\text{No métrica} \\ \text{o métrica}}}(x_1, x_2, \dots, x_n) \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{No métricas}}$$

Una vez determinadas las evaluaciones globales de los individuos sobre las distintas combinaciones de atributos para cada alternativa, el objetivo es determinar la función de preferencia global del conjunto de individuos, a fin de obtener la estimación de los pesos otorgados por el conjunto de individuos a cada atributo. En el contexto de los indicadores sintéticos (Nardo *et al.*, 2005a), los atributos se corresponderían con los subindicadores ($I_{1c}, I_{2c}, \dots, I_{qc}$) y la función de preferencia (pref_c) se definiría como:

$$\text{pref}_c = P(I_{1c}, I_{2c}, \dots, I_{qc})$$

La ponderación que sirve de base para la agregación depende del criterio seguido por el equipo investigador. Así, puede tomarse la derivada de la función de preferencia con respecto a cada uno de los subindicadores como la importancia relativa otorgada por el conjunto de individuos a cada uno de ellos:

$$I_c = \sum_{q=1}^Q \frac{\partial P}{\partial I_{qc}} I_{qc}$$

Asimismo, la agregación podrá ser aditiva, multiplicativa, etc.

En este procedimiento, el primer paso sería el diseño del análisis a realizar, empezando por la determinación de los atributos (subindicadores iniciales) que van a ser estudiados, así como los niveles (valores de los subindicadores) y el número de éstos que se van a considerar para cada uno de ellos. Para tales fines es necesaria la participación de expertos en la materia o la utilización de técnicas (grupos de discusión, entrevistas en profundidad, dibujos o productos reales, cuestionarios mediante utilización de tarjetas, encuestas, etc.) a fin de que la aproximación al fenómeno sea lo más cercana posible a la realidad, siempre que esto sea compatible con las necesidades de especificación del modelo. Igualmente importante es la determinación de los denominados *estímulos o combinaciones* de los valores de los subindicadores que caracterizan a cada alternativa,⁴ que se van a presentar finalmente a los individuos y sobre los que van a mostrar sus preferencias. El número total de *estímulos* viene dado por el producto de los niveles de los n atributos (o subindicadores) considerados. En la

⁴ Para definir los estímulos, también se podría utilizar la comparación por pares; sin embargo, la mayor parte de los autores defiende la utilización de los perfiles completos por tener una mayor validez predictiva.

práctica, habitualmente, para evitar un número muy elevado de perfiles, se presenta únicamente un pequeño subconjunto de ellos (diseño ortogonal fraccionado), en cuyo caso habría asimismo que determinar el número de ellos que finalmente se adoptaría. Todo lo anterior quedaría plasmado en una *tarjeta* para cada uno de los perfiles completos resultantes, según los cuales los individuos tendrían que asignar sus preferencias.

Una vez obtenidos, es necesario seleccionar la función de preferencia global que se trata de estimar; es decir, hay que determinar cual será la regla de combinación que deben seguir los individuos para relacionar las componentes parciales (utilidades parciales) de la utilidad total de los atributos. Para ello se deben estimar previamente las utilidades parciales de los atributos, empleando habitualmente el análisis de regresión múltiple (mínimos cuadrados ordinarios). La técnica más utilizada en la determinación de la utilidad total es la que se basa en un tipo de relación aditiva entre las preferencias del individuo y las alternativas analizadas, que supone considerar que la preferencia de un individuo sobre una combinación es una función aditiva de las utilidades asignadas a los niveles de los atributos que componen dichas combinaciones. El algoritmo más utilizado para tal fin es el denominado *Conjoint*.

Una vez llevado a cabo el análisis, resta por realizar la interpretación de los resultados basándose en el vector de utilidades parciales. El análisis conjunto ofrece información sobre qué combinación de atributos es “la más preferida”, qué niveles concretos influyen más en la preferencia del producto total y la importancia relativa de cada atributo.

Para un determinado atributo, la utilidad asociada a un nivel indica el grado de preferencia del individuo por el mismo. Así, una utilidad parcial alta significa que el nivel asociado proporciona al consumidor una utilidad elevada. Según lo anterior, se determina la importancia relativa (w_j) de un atributo j :

$$w_j = \frac{\max(v_{ij}) - \min(v_{ij})}{\sum \max(v_{ij}) - \min(v_{ij})} \cdot 100$$

donde $\max(v_{ij})$ es la mayor utilidad de los niveles de atributo j y $\min(v_{ij})$ es la menor utilidad de los niveles de atributo j . Por tanto, un atributo será tanto más importante cuanto mayor sea la diferencia entre el nivel más valorado y el menos valorado.

Además de la utilidad del Análisis Conjunto como procedimiento de ponderación, esta metodología puede resultar útil para obtener de forma directa un indicador sintético evitando la subjetividad inmersa en la elección de un sistema de ponderación concreto. En concreto, puede tomarse como medida sintética la utilidad global estimada para una determinada combinación de indicadores.

Entre las ventajas de esta metodología, encontramos que es posible captar la preferencia a un nivel individual, así como tener en cuenta el contexto socio-político del fenómeno que se evalúa. Sin embargo, desde un punto de vista operativo presenta limitaciones como que el

número de características a analizar debe ser muy pequeño porque las combinaciones entre ellas aumentan a medida que lo hacen las alternativas, lo que hace más complejo el análisis. Además, la recogida de información es difícil y costosa, puesto que requiere de una gran muestra de encuestados, los cuales tienen que expresar un gran número de preferencias. Además, el procedimiento necesita especificar con carácter previo una función de utilidad, lo que supone incrementar la subjetividad asociada al indicador. A este nivel de subjetividad contribuye también el hecho de que los resultados obtenidos dependan en todo momento de la muestra de encuestados elegida. Finalmente, el indicador obtenido implica la compensación total entre los subindicadores, lo que hace que los pesos expresen el intercambio entre indicadores y no la importancia relativa de cada uno de ellos.

5. INDICADORES BASADOS EN DISTANCIAS

Otra de las metodologías utilizadas en la construcción de indicadores, especialmente en el ámbito político, es la medición de las distancias entre la situación de partida y los objetivos que se pretende conseguir. De esta manera, se detecta la mayor o menor urgencia de actuación en un determinado aspecto, en función de la mayor o menor distancia entre el estado en que se encuentra un fenómeno concreto y la situación a la que se desea llegar.

En esta metodología, los pesos de cada subindicador se obtienen como la ratio (o como la diferencia) entre el valor del subindicador y el valor del correspondiente objetivo, expresados en la misma unidad. La elección de los valores de referencia se realiza en función de la forma en la que se deseen interpretar los resultados. Así, pueden constituir valores de referencia los valores mínimos, máximos, medios u otro valor incluido en la muestra de cada uno de los indicadores considerados. En otros casos, el valor de referencia para los indicadores puede ser fijado utilizando un valor externo a la muestra considerada, que represente el nivel a alcanzar para cada indicador. La agregación de las distancias definidas puede realizarse utilizando multitud de procedimientos alternativos (Pena, 1977, pp. 65–71, 91 y siguientes): distancia CRL de Pearson, distancia de Frechet, distancia Generalizada de Mahalanobis, distancia de Stone, distancia-I de Ivanovic, distancia DP2, etc.

Entre ellos, centramos nuestra atención en la metodología del indicador sintético de distancia DP₂, diseñado para medir los niveles de bienestar social en un determinado momento (Pena, 1977). Este indicador sintético se define a partir de una modificación de la distancia-I de Ivanovic (Ivanovic, 1974) mediante la incorporación del coeficiente de determinación múltiple en el sistema de ponderaciones (Pena, 1978). Así, para una unidad *i*, el indicador se define de la siguiente forma:

$$IS_i = \sum_{j=1}^m \frac{d_{ij}}{\sigma_j} \cdot (1 - R_{j,j-1,j-2,\dots,1}^2)$$

donde:

d_{ij} = distancia entre la unidad i y la unidad de referencia fijada para cada indicador j del sistema inicial;

σ_j = desviación típica del indicador j ;

$R_{j,j-1,j-2,\dots,1}^2$ = coeficiente de determinación múltiple de la regresión lineal del indicador I_j respecto a los indicadores I_s con $s \in \{j-1, j-2, \dots, 1\}$, siendo $R_1^2 = 0$.

La medida sintética obtenida utilizando esta metodología presenta una serie de ventajas. En primer lugar, no requiere de un procedimiento de normalización de los indicadores, puesto que al dividir la distancia d_{ij} por la desviación típica de cada indicador se consigue expresar los valores de los indicadores en una escala adimensional, de forma que la contribución de cada distancia al valor del índice es inversamente proporcional a su dispersión. En segundo lugar, el término $(1 - R_{j,j-1,\dots,1}^2)$, denominado factor de corrección, pondera las diferencias entre los indicadores y sus valores de referencia por el porcentaje de información nueva que proporciona cada indicador al incluirse en la medida global. De esta forma, se elimina la información duplicada de tipo lineal que proporciona el indicador I_j que ya está contenida en los I_s (con $s \in \{j-1, j-2, \dots, 1\}$) indicadores precedentes (Zarzosa *et al.*, 2005). Asimismo, se elimina la necesidad de establecer *a priori* un conjunto de pesos para agregar los indicadores.

Otra ventaja importante es que la distancia DP_2 es invariante frente a la situación de referencia, siempre y cuando se cumpla que sea la misma para las unidades comparadas y tome el valor máximo (o superior a éste) o el valor mínimo (o inferior a éste) para cada indicador (Zarzosa *et al.*, 2005; Somarribia y Pena, 2009; Pena, 2009). De esta manera, el analista no debe establecer un valor para los pesos de los indicadores, lo cual puede determinar en gran medida los resultados obtenidos.

Finalmente, una última ventaja a destacar es la fácil interpretación de los resultados, ya que la agregación basada en distancias permite valorar la situación de cada unidad en función de su grado de ajuste a la situación de referencia.

No obstante, esta metodología presenta una limitación importante a considerar. Así, el valor del indicador sintético se ve afectado por el orden en el que se vayan introduciendo los indicadores del sistema, el cual determina los valores de los coeficientes de determinación. Para que el indicador sintético obtenido finalmente sea único, una solución pasa por aplicar un procedimiento iterativo basado en el indicador de Frechet, que permite establecer un orden de introducción de los indicadores en función de la cantidad de información que proporcionan. A pesar de esta limitación, el procedimiento descrito ofrece una medida sintética que lleva

asociada una menor subjetividad, al requerir por parte del analista un menor número de decisiones.

6. TÉCNICAS DE ANÁLISIS MULTICRITERIO

Finalmente, en este apartado abordamos el estudio de aquellas metodologías que basan la construcción de indicadores sintéticos en la aplicación de técnicas de análisis multicriterio. Independientemente de la técnica empleada, para la obtención del indicador sintético, el analista debe transformar los aspectos evaluados por el sistema en objetivos y criterios, sobre los que el decisor pueda expresar sus preferencias de forma que se garantice la obtención de resultados interpretables. Realizado esto, el papel del analista se reduce a la aplicación de la técnica de decisión multicriterio elegida, la asignación de pesos a cada criterio y la fijación de un procedimiento de agregación para la obtención del indicador sintético. Estas decisiones serán diferentes en función del tipo de técnica aplicada. Entre el conjunto de técnicas disponibles, en función de su mayor aplicación práctica, pueden destacarse las que comentamos a continuación.

6.1. Teoría de la Utilidad Multiatributo

Se trata de un enfoque discreto desarrollado por Keeney y Raiffa (1976), que busca expresar las preferencias del decisor en términos de la utilidad que le reporta, dentro de un contexto de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre. Esta propuesta pasa por la definición de una función de utilidad multiatributo agregada según una serie de funciones de utilidad individuales definidas previamente. Esta función proporciona una medida que permite comparar en términos relativos la situación de cada unidad obteniendo una ordenación completa de las mismas en función de las preferencias mostradas por el decisor.

Sean $(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_m)$ un conjunto de m puntos que representan las distintas alternativas del decisor, $(A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_n)$ un conjunto de n puntos que representan los atributos relevantes para el problema y $(R_{11}, \dots, R_{ij}, \dots, R_{mn})$ un conjunto de $m \times n$ puntos que representa el resultado alcanzado por cada alternativa para cada atributo. La formulación del modelo pasa por la definición de una función de utilidad para cada atributo:

$$u_1(X), \dots, u_j(X), \dots, u_n(X)$$

que posteriormente constituye la función de utilidad multiatributo⁵:

$$U[u_1(X), \dots, u_j(X), \dots, u_n(X)]$$

para la que se verifica lo siguiente:

$$\begin{aligned} U[u_1(X_i), \dots, u_j(X_i), \dots, u_n(X_i)] \geq U[u_1(X_k), \dots, u_j(X_k), \dots, u_n(X_k)] &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow X_i \text{ es preferida o indiferente a } X_k \end{aligned}$$

⁵ La construcción de la función de utilidad multiatributo a través de las funciones de utilidad parciales puede seguir un esquema de agregación aditivo o multiplicativo.

De esta manera se asocia un número real que hace referencia a la utilidad a cada una de las alternativas, consiguiéndose así una ordenación completa del conjunto finito de alternativas.

Para la obtención de la medida sintética, el analista debe realizar las siguientes tareas:

- Determinar para cada criterio una función de utilidad parcial que permita cuantificar las preferencias mostradas por el decisor respecto a los valores absolutos de cada indicador mediante una escala común que varía entre 0 y 1. En esta escala, el valor 0 se asocia con aquel valor absoluto del indicador que proporciona una menor utilidad, asignándose el valor 1 al de mayor utilidad.
- Obtener un conjunto de pesos que reflejen la importancia relativa de cada aspecto evaluado mediante los criterios, a través de la aplicación de algún procedimiento de ponderación adecuado. Los más utilizados en la literatura son los procedimientos participativos (Hajkowicz, 2006) o bien otorgar el mismo peso a cada indicador (Barrera-Roldán y Saldívar-Valdés, 2002).
- Definir la función de utilidad agregada que combine las utilidades parciales de cada criterio teniendo en cuenta el peso asignado a cada uno de ellos, utilizando para su definición una función aditiva, multiplicativa o híbrida. La elección de la misma se realiza en función de la consideración o no de interacciones entre los criterios o indicadores considerados. En aquellos casos en los que los valores de algunos indicadores de partida están altamente influidos por los valores que presentan otros, el indicador sintético debe ser definido mediante una función de utilidad multiplicativa (Hajkowicz, 2006). Si opta por una función de utilidad aditiva, se considera que los valores que presentan los indicadores de cada criterio son independientes de los valores mostrados por el resto (Munda, 2008).

La principal ventaja de este procedimiento para la obtención de indicadores sintéticos es que resulta muy intuitivo y fácil de aplicar por parte del usuario final. Sin embargo, a pesar de su simplicidad, este procedimiento lleva asociado algunos inconvenientes a considerar. Por un lado, se necesita seleccionar un conjunto de ponderaciones, bien a través de algunos de los procedimientos de ponderación existentes o bien determinando los valores en función del conocimiento que los usuarios tengan sobre el concepto evaluado, lo que supone un importante factor subjetivo. Por otro lado, se debe fijar para cada indicador una función de utilidad lo que, a su vez, requiere la adopción de decisiones subjetivas adicionales al estimar algunos parámetros necesarios. Todo ello da lugar a que el indicador sintético obtenido en este caso tenga asociado un alto grado de subjetividad proporcional al número de decisiones adoptadas.

6.2. Proceso Analítico Jerárquico (AHP)

El enfoque del Proceso Analítico Jerárquico (Analytic Hierarchy Process –AHP) es una técnica de decisión multicriterio discreta. Fue creada por Saaty (1980) y representa la Escuela Americana dentro del enfoque de modelos de decisión multicriterio discretos.

Las metodologías definidas a partir de AHP están pensadas para obtener medidas sintéticas en varias fases de agregación. Asimismo, estas metodologías se basan en cuatro principios básicos de funcionamiento (Narayanan *et al.*, 2007; Ramzan *et al.*, 2008): la estructuración del problema mediante jerarquías, la valoración mediante una escala ratio derivada de la comparación por pares entre los elementos de la jerarquía; el establecimiento de prioridades; y la consistencia lógica. La obtención de indicadores sintéticos a partir de los resultados obtenidos al aplicar AHP requieren por parte del analista la realización de los siguientes pasos o tareas (Krajnc y Glavic, 2005a; Krajnc y Glavic, 2005b; Narayanan *et al.*, 2007; Ramzan *et al.*, 2008):

- Estructurar de forma jerárquica el problema analizado, agrupando previamente los indicadores del sistema inicial en función de la dimensión conceptual a la que pertenecen.
- Comparar por pares todos los elementos de la jerarquía, de forma independiente, en función de su importancia respecto al elemento que se encuentra en el nivel superior del cual dependen. Para cuantificar la importancia relativa de cada indicador, el analista debe utilizar una escala de valoración previamente fijada, que puede ser definida por él en función de la naturaleza de los indicadores que se comparan (Narayanan *et al.*, 2007), siempre y cuando se indique claramente al usuario la correspondencia entre los valores absolutos de partida de cada indicador y los valores que muestran la intensidad de la preferencia en la escala de valoración.
- Obtener la importancia relativa de los indicadores de cada dimensión, utilizando como ponderaciones los valores de las componentes del autovector asociado al autovalor dominante de la matriz definida a partir de los valores de las comparaciones realizadas entre los elementos incluidos en ese grupo (Saaty, 1990). Para obtener un valor normalizado de los pesos de cada indicador, se aplica lo que se conoce como *el método recíproco de columnas* (Mondelo *et al.*, 1996; Krajnc y Glavic, 2005a; Krajnc y Glavic, 2005b; Narayanan *et al.*, 2007; Ramzan *et al.*, 2008).
- Obtener el indicador sintético mediante la suma total de los productos de los pesos de cada indicador y los elementos jerárquicos superiores de los que depende.

La obtención de indicadores sintéticos mediante el método AHP lleva asociada una serie de ventajas (Nardo *et al.*, 2005b; Singh *et al.*, 2009). En primer lugar, la organización del problema mediante una estructura jerárquica permite incrementar la transparencia del proceso de obtención del indicador sintético. En segundo lugar, permite obtener medidas sintéticas a partir de indicadores de tipo cuantitativo y cualitativo, siendo una metodología fácilmente aplicable y entendible por parte de los usuarios, a lo que contribuye la existencia de la aplicación informática Expert Choice que permite implementar en la práctica el método AHP.

Sin embargo, a pesar de sus ventajas, esta metodología tiene asociada algunas limitaciones. Por una parte, las comparaciones por pares entre los indicadores dan lugar a que

los resultados obtenidos dependen de juicios subjetivos realizados por el decisor; sobre todo cuando el sistema de partida está compuesto por un alto número de indicadores, el método requiere muchas comparaciones por pares que dificultan en exceso el cálculo computacional para obtener los resultados. Por otra parte, estos indicadores sintéticos presentan una alta sensibilidad ante cambios en el sistema de indicadores (Hafeez *et al.*, 2002), llegándose a demostrar que la inclusión de indicadores irrelevantes que modifiquen el ranking inicial de indicadores puede provocar un cambio total de la ordenación de las alternativas obtenidas a partir del indicador sintético.

6.3. Métodos de sobreclasificación

En tercer lugar, encontramos los trabajos que obtienen indicadores sintéticos aplicando un método de sobreclasificación para agregar los subindicadores del sistema. Los métodos de sobreclasificación conforman un conjunto de métodos de análisis multicriterio construidos en torno al concepto teórico de la *relación de superación*. Todos estos métodos utilizan como mecanismo básico de funcionamiento el de las comparaciones binarias de alternativas consistentes en la comparación dos a dos de las mismas, criterio por criterio. De esta forma, para cada par de alternativas puede construirse un coeficiente o índice de concordancia asociado que muestre, teniendo en cuenta la totalidad de los criterios de decisión, el grado en el que una alternativa es mejor o igual que otra. En el contexto que nos ocupa, se plantea la agregación de los indicadores mediante la definición de una relación de superación o sobreclasificación que permite discriminar entre las unidades analizadas dadas las preferencias del decisor. El método de sobreclasificación más utilizado es PROMETHEE II (Filipic *et al.*, 1998; Simon *et al.*, 2004; Geldermann y Rentz, 2005; González-Laxe y Castillo, 2007).

Para la definición del indicador sintético utilizando este procedimiento, el analista debe realizar varias tareas. En primer lugar, definir una matriz de decisión cuyos elementos recojan las evaluaciones de cada una de las unidades para cada uno de los indicadores del sistema inicial. Para la obtención de las mismas, el analista deberá determinar una medida de cuantificación adecuada para cada indicador. Una vez hecho esto, debe asociar a cada indicador una función que permita comparar las unidades entre sí en términos de preferencia del decisor. Para ello, esta función, definida a partir de las diferencias entre las evaluaciones de las unidades, debe asociar a la comparación de cada par de unidades un valor entre 0 y 1, asignándose el valor 1 cuando el decisor muestre una preferencia estricta por una unidad frente a la otra. Se define así, para cada indicador, un criterio generalizado. Para determinar estas funciones, el analista puede elegir entre seis tipos de criterios generalizados (criterio usual, cuasi-criterio, criterio con preferencia lineal, criterio en escalera, criterio con preferencia lineal y área de indiferencia, criterio gaussiano) considerados como suficientes para cubrir todos los casos prácticos (Brans *et al.*, 1986). Para realizar esta elección, deberá interactuar con el decisor para seleccionar el que

mejor se ajuste a sus preferencias, definiendo en cada caso los parámetros asociados a cada tipo de criterio. A continuación debe determinar el valor de las ponderaciones que reflejen la importancia relativa de los indicadores iniciales, aplicando para ello uno de los procedimientos de ponderación existentes o bien fijando él mismo el valor de los pesos, tomando como base su propio conocimiento del concepto evaluado. Posteriormente, se define la relación de superación a partir de los índices de preferencia agregada, que recogen la preferencia total que el decisor muestra respecto a una determinada unidad respecto a otras, cuando se consideran todos los indicadores de manera simultánea. Finalmente, se deberá cuantificar la relación de superación determinando los valores de los denominados flujos de salida, de entrada y flujo neto, mediante una agregación de los índices de preferencia agregada determinados para cada unidad. Con estos resultados, el indicador sintético es igual al valor del flujo neto calculado para cada unidad.

La utilización de este método para construir medidas sintéticas tiene asociadas una serie de ventajas. En primer lugar, el procedimiento de obtención de indicadores sintéticos simples y entendibles por parte del decisor, facilitándose su aplicación práctica. En segundo lugar, la asignación de una función de preferencia permite expresar los valores de cada indicador en una escala adimensional, de forma que no es necesario aplicar un procedimiento de normalización. Así, se facilita la tarea del decisor al realizar las comparaciones entre las unidades comparadas tomando como base los datos iniciales y la interpretación de los resultados finales. En tercer lugar, la construcción de la relación de superación incorpora la fijación de una serie de parámetros que tienen una interpretación fácilmente identificable por parte del decisor.

Asimismo, debemos señalar que los indicadores sintéticos obtenidos mediante estos procedimientos presentan una ventaja comparativa: la existencia de instrumentos adicionales que ofrecen nueva información al decisor a la hora de interpretar la ordenación de unidades que proporciona el indicador sintético. Por un lado, es posible determinar un preorden de las unidades analizadas determinado a partir de la comparación de los flujos de entrada y salida, cuya representación gráfica clarifica la posición de cada unidad con respecto al resto. Por otro lado, para el análisis de los resultados se puede utilizar la técnica de modelización visual GAIA (*Geometrical Analysis for Interactive Aid*) (Brans y Mareschal, 1994), que muestra gráficamente, en la medida de lo posible, toda la información relativa al problema estudiado. Finalmente, una última ventaja a destacar es la existencia de un paquete informático (DECISION-LAB) (Brans y Mareschal, 2001) que permite la aplicación práctica de estos procedimientos de una manera rápida y sencilla para el usuario.

No obstante, estos indicadores sintéticos presentan también limitaciones a tener en consideración. En primer lugar, sobre todo cuando el sistema está compuesto por un alto número de indicadores, la interacción con el decisor a la hora de definir los criterios generalizados (parámetros, tipo de criterio, etc.) incrementan la subjetividad asociada al indicador sintético. Asimismo, requieren la fijación de un procedimiento de ponderación

adecuado, la cual constituye un elemento más de subjetividad. Por último, es de destacar la dificultad asociada a la correcta interpretación de los resultados, mediante la utilización de la información adicional proporcionada por los flujos de salida y entrada, así como por el plano GAIA, la cual requiere por parte del usuario un amplio conocimiento técnico.

6.4. Procedimientos de agregación no compensatorios

Esta metodología parte de la base de que, cuando se utilizan los métodos de agregación anteriores sobre un sistema de indicadores de carácter cuantitativo, los pesos asignados muestran las tasas de sustitución entre los indicadores (Munda y Nardo, 2003; OECD, 2008), lo que obliga a tener en cuenta el carácter compensatorio del indicador sintético obtenido. Este carácter compensatorio hace referencia a la posibilidad de que en un determinado caso las desventajas presentadas en un grupo de indicadores puedan ser compensadas por una mejor situación en otros. De esta forma, el indicador sintético muestra el resultado neto que se obtiene al tener en cuenta las compensaciones que se producen entre los indicadores presentes en el sistema. En este contexto, se ha propuesto la búsqueda de nuevos procedimientos para obtener indicadores sintéticos que no presenten carácter compensatorio (Podinovskii, 1994).

Entre los procedimientos de agregación multicriterio no compensatorios, podemos destacar el desarrollado por Munda y Nardo (Munda, 2005; Munda y Nardo, 2009). Conocidos los pesos que representan la importancia relativa de cada indicador, este procedimiento permite obtener una ordenación total de las unidades analizadas a partir de los resultados obtenidos al comparar por pares las mismas teniendo en cuenta todo el conjunto de indicadores.

Los resultados obtenidos al realizar estas comparaciones conforman una matriz cuyos elementos e_{ik} con $i \neq k$, cuantifican el resultado de la comparación de cada par de unidades U_i y U_k a partir de la siguiente expresión:

$$e_{ik} = \sum_{j=1}^m \left(\omega_j(P_{ik}) + \frac{1}{2} \cdot \omega_j(I_{ik}) \right)$$

donde:

$\omega_j(P_{ik})$ = peso del indicador j para el que U_i es preferida a U_k ;

$\omega_j(I_{ik})$ = peso del indicador j para el que U_i es indiferente a U_k .

Con esta información, el procedimiento permite obtener una ordenación total de las unidades analizadas. Para ello, en primer lugar se define el conjunto $R = \{r_s\}$, $s \in \{1, 2, \dots, n!\}$, de todas las posibles ordenaciones totales que se pueden obtener de las unidades analizadas. Para cada una de estas ordenaciones, se procede a obtener una puntuación total que sintetice el resultado de la comparación global de los pares de unidades que componen la ordenación. Dicha puntuación total, para una ordenación r_s , se determina como:

$$\varphi_s = \sum_{i \neq k} e_{ik} \quad i, k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Con estas puntuaciones, la ordenación final elegida es aquella para la que se obtiene una puntuación máxima.

Este procedimiento, además de su carácter no compensatorio, presenta una serie de ventajas a tener en cuenta. Por un lado, podemos destacar su simplicidad tanto en su aplicación como en la interpretación de los resultados por parte del usuario final. Por otro lado, esta metodología no necesita normalizar los datos iniciales al tomarse la información ordinal en términos de preferencia.

No obstante, presenta algunas limitaciones. Primero, requiere aplicar previamente un procedimiento para fijar las ponderaciones de cada indicador, lo que incrementa la subjetividad del indicador sintético, pudiendo influir en los resultados obtenidos. Segundo, al tomar la información de tipo ordinal proporcionada por los indicadores, se pierde la intensidad de preferencia mostrada por los valores absolutos de los mismos. Esta pérdida de información es el inconveniente a cambio de reducir la compensabilidad. No obstante, esta limitación puede salvarse parcialmente al introducir umbrales de preferencia e indiferencia a la hora de realizar las comparaciones por pares de las unidades.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo ofrece una revisión crítica de las metodologías de obtención de indicadores sintéticos más utilizadas en la práctica, analizando las ventajas e inconvenientes asociados a cada una de ellas. En función de los pros y contras de cada metodología para la aplicación a cada caso concreto, se extraen algunas recomendaciones para la realización de estudios de tipo transversal que recogemos a continuación.

Por lo que respecta a las metodologías de agregación simples, pueden ser utilizadas siempre que el analista requiera obtener una medida sintética computacionalmente muy sencilla y de fácil interpretación. Para contrarrestar sus inconvenientes a la hora de agregar la información, el analista debe agrupar los indicadores iniciales de forma homogénea y evitar los problemas de doble contabilización, realizando un estudio estadístico previo de las relaciones causales existentes entre los indicadores de partida.

El analista deberá optar por indicadores sintéticos basados en métodos participativos, sobre todo, en aquellos casos en los que no exista información cuantitativa sobre los aspectos evaluados, resultando esencial la información proporcionada por el grupo de individuos consultado. Para garantizar la fiabilidad de los resultados, es fundamental que se trabaje con un grupo de individuos cualificados con el conocimiento suficiente sobre la materia y ajustar el procedimiento de asignación de presupuesto para garantizar la consistencia de las opiniones mostradas.

En el caso de la obtención de medidas sintéticas mediante técnicas de análisis multivariante, resultan más adecuadas para aquellos casos en los que el analista necesita un procedimiento de obtención que le permita fijar de forma objetiva y endógena las ponderaciones y que permita eliminar el problema de la doble contabilización de la información. A cambio, los indicadores sintéticos obtenidos en este caso presentan unos valores difíciles de interpretar y que resultan muy cambiantes ante modificaciones en los datos de partida o la presencia de valores extremos. Asimismo, a pesar de la determinación endógena de los valores de las ponderaciones, la elección del procedimiento de selección de las componentes o el utilizado para la normalización de los indicadores, dependen del analista y constituyen nuevos factores de incertidumbre asociados al indicador sintético.

Frente a las metodologías anteriores, los indicadores sintéticos basados en la agregación de distancias están definidos con el objetivo de obtener medidas globales fácilmente interpretables por parte del analista. Asimismo, en el caso del indicador sintético DP₂, el propio procedimiento asigna un valor a las ponderaciones eliminando un factor de incertidumbre importante. No obstante, el analista deberá tener en cuenta que esta metodología otorga un mayor peso a aquellos indicadores que muestran una menor correlación con el resto de indicadores considerados, aun tratándose de indicadores que teóricamente no estén relacionados.

En el caso de los indicadores obtenidos mediante técnicas de análisis multicriterio, el analista podrá hacer uso de ellas siempre que sea necesario tener presentes las preferencias del decisor, lo que garantiza una fácil interpretación de los resultados obtenidos. No obstante, en cualquier caso será necesario asignar de forma externa un procedimiento para ponderar los indicadores iniciales, lo cual determina en cierta medida los resultados obtenidos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrera-Roldán, A. y Saldívar-Valdés, A. (2002): "Proposal and application of a Sustainable Development Index", *Ecological Indicators*, 2, 3, pp. 251–256.
- Bobek, V. y Vide, R.K. (2005): "The Signification and the Feasibility of Measuring Globalization of Economy". *Industrial Management + Data Systems*, 105, pp. 596–612.
- Brans J.P. y Mareschal B. (1994): "PROMCALC & GAIA: A new decision support system for multicriteria decision aid", *Decision Support Systems*, 12, pp. 297–310.
- Brans J.P. y Mareschal B. (2001): "How to decide with PROMETHEE" (available at <http://www.visualdecision.com>, <http://smg.ulb.ac.be>).
- Brans, J.P., Vincke, P.H. y Mareschal, B. (1986): "How to Select and How to Rank Projects: the PROMETHEE Method". *European Journal of Operational Research*, 24, pp. 228–238.
- Cailas, M., Kerzee, R. y Bing-Canar, J. (1996): "An Indicator of Solid Waste Generation Potencial for Illinois Using Principal Component Analysis and Geographic Information Systems". *Journal of the Air and Waste Management Association*, 46, pp. 414–421.
- Castro, J.M. (2004): *Indicadores de desarrollo sostenible urbano*. IEA. Sevilla.

- Cattel, R.B. (1965): "Factor Analysis: An Introduction to Essentials". *Biometrics*, 21, pp. 190–215.
- Chen, C.J., Fu, X.F. y Ma, X.W. (2004): "Research on Sustainable Development with Regards to the Economic System and the Energy System in Mainland China". *International Journal of Global Energy Issues*, 22, pp. 190–198.
- Cherchye, L., Moesen, W., Rogge, N., Puyenbroeck, T.V., Saisana, M., Saltelli, A., Liska, R. y Tarantola, S. (2006): "Creating Composite Indicators with DEA and Robustness Analysis: the case of the Technology Achievement Index", *Public Economics Working Paper Serie*, N. ces0613, Centrum voor Economische Studiën, Katholieke Universiteit Leuven.
- Chiappero, E. (2006): "Capability approach and fuzzy set theory: description, aggregation and inference issues", in Springer (Eds.): *Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty Measurement*, Springer, US, pp. 93–113.
- Cornelissen, A.M.G., van den Berg, J., Koops, W.J., Grossman, M. y Udo, H.M.J. (2001): "Assessment of the contribution of sustainability indicators to sustainable development: a novel approach using fuzzy set theory", *Agriculture, Ecosystems & Environment*, 86, pp. 173–185.
- Cottrell, S.P., van der Duim, R., Ankersmid, P. y Kelder, L. (2004): "Measuring the Sustainability of Tourism in Manuel Antonio and Texel: A Tourist Perspective". *Journal of Sustainable Tourism*, 12, 5, pp. 409–431.
- Cuadras, CM. (1981): *Métodos de análisis multivariante*. Editorial Universitaria de Barcelona. Barcelona.
- De Leeuw, J. (1984): "The Gifi system of nonlinear multivariate análisis", in Diday *et al.* (Eds.): *Data Analysis and Informatics III*, North-Holland, Amsterdam, pp. 415–424.
- Filipic, P., Simunovic, I. y Grcic, B. (1998): *Regional (Im)Balances in Transitional Economies: The Croatian Case*. 38th Congress of the European Regional Science Association, Vienna, Austria, August 28–September 1.
- Filmer, D. y Pritchett, L.H. (2001): "Estimating Wealth Effects without Expenditure Data –or Tears: An Application to Educational Enrollments in States of India". *Demography*, 38, 1, pp. 115–132.
- García, I. y Abascal, E. (2004): "A Methodology for Measuring Latent Variables Based on Multiple Factor Analysis". *Computational Statistics & Data Analysis*, 45, pp. 505–517.
- Geldermann, J. y Rentz, O. (2005): "Multi-Criteria Analysis for the Assessment of Environmentally Relevant Installations". *Journal of Industrial Ecology*, 9, 3, pp. 127–142.
- Gifi, A. (1980): *Nonlinear Multivariate Analysis*. John Wiley & Sons. New York (versión original).
- González-Laxe, F. y Castillo, J.I. (2007): *A Port Competitiveness Indicator through the Multicriteria Decision Method PROMETHEE. A Practical Implementation to the Spanish Port System*. International Association of Maritime Economist (IAME). Annual Conference, July.

- Gower, J.C. y Digby, P.G.N. (1981): "Expressing Complex Relationships in Two Dimensions", in Vic Barnett (Ed.): *Interpreting Multivariate Data*. John Wiley. Chichester.
- Green, P.E. y Rao, V.R. (1971): "Conjoint measurement for quantifying judgmental data", *Journal of Marketing Research*, Vol. 8, Issue August, pp. 355–363.
- Green, P. y Wind, Y. (1975): "New way to measure consumers' judgments", *Harvard Business Review*, July-August, pp. 107–117.
- Hafeez, K., Zhang, Y. y Malak, N. (2002): "Determining Key Capabilities of a Firm Using Analytical Hierarchy Process". *International Journal of Production Economics*, 76, 1, pp. 39–51.
- Hajkowicz, S. (2006): "Multi-attributed Environmental Index Construction". *Ecological Economics*, 57, pp. 122–139.
- Hermans, E., van den Bossche, F. y Wets, G. (2007): *Impact of Methodological Choices on Road Safety Ranking*. SAMO 2007, 5th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output, Budapest, Hungary, June 18-22.
- Heshmati, A. (2006): "Measurement of a Multidimensional Index of Globalization". *Global Economy Journal*, 6, 2, pp. 1–28.
- Horner, M.W. y Grubestic, T.H. (2001): "A GIS-based Planning Approach to Locating Urban Rail Terminals". *Transportation*, 28, pp. 55–77.
- Ivanovic, B. (1974): "Comment établir une liste des indicateurs de développement", *Revue de statistique appliquée*, 22, 2, pp. 37–50.
- Jesinghaus, J. (1997): "Sustainability Indicators". En Moldan, B. y Billharz, S. (Eds.): *Sustainability Indicators. Report on the Project on Indicators of Sustainable Development*. John Wiley and Sons, Chichester, pp. 84–91.
- Jha, R. y Murthy, K.V.B. (2003): "An Inverse Global Environmental Kuznets Curve". *Journal of Comparative Economics*, 31, pp. 352–368.
- Kaufmann, D., Kraay, A. y Mastruzzi, M. (2003): *Governance Matters III: Governance Indicators for 1996-2002*. The World Bank.
- Kaufmann, D., Kraay, A. y Mastruzzi, M. (2006): *Governance Matters V: Aggregate and Individual Governance Indicators for 1996-2005*. The World Bank.
- Kaufmann, D., Kraay, A. y Zoido-Lobaton, P. (1999): *Governance Matters*. Policy Research Working Paper 2196. The World Bank Development Research Group, Macroeconomics and Growth, and The World Bank Institute (Governance).
- Kaiser, H.F. (1958): "The Varimax Criterion for Analytic Rotation in Factor Analysis". *Psychometrika*, 23, pp. 187–200.
- Keeney, R.L. y Raiffa, H. (1976): *Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs*. John Wiley & Sons. New York.
- Krajnc, D. y Glavic, P. (2005a): "A Model for Integrated Assessment of Sustainable Development". *Resources, Conservation and Recycling*, 43, pp. 189–208.

- Krajnc, D. y Glavic, P. (2005b): "How to Compare on Relevant Dimensions of Sustainability". *Ecological Economics*, 55, pp. 551–563.
- Lai, D. (2000): "Temporal Analysis of Human Development Indicators: Principal Component Approach". *Social Indicator Research*, 51, pp. 331–330.
- Lévy, JP. y Varela, J. (2003): *Análisis multivariable para las ciencias sociales*. Pearson: Prentice Hall. Madrid.
- Liou, S., Lo, S. y Wang, S. (2004): "A Generalized Water Quality Index for Taiwan". *Environmental Monitoring and Assessment*, 96, pp. 35–52.
- López, C. (2005): *Métodos estadísticos avanzados con SPSS*. Thomson. Madrid.
- Luce, D.R. y Tukey, J.W. (1964): "Simultaneous conjoint measurement: a new type of fundamental measurement", *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 1, Issue February, pp. 1–27.
- Luque, T. (coord.) (2000): *Técnicas de análisis de datos en investigación de mercados*. Pirámide. Madrid.
- Mcintyre, D., Muirhead, D. y Gilson, L. (2002): "Geographic Patterns of Deprivation in South Africa: Informing Health Equity Analyses and Public Resource Allocation Strategies". *Health Policy and Planning*, 17, pp. 30–39.
- Messer, L., Laraira, B., Kaufman, J., Eyster, J., Holzman, C., Culhane, J., Elo, I., Burke, J. y O'Campo, P. (2006): "The Development of a Standardized Neighborhood Deprivation Index". *Journal of Urban Health: Bulletin of the New York Academy of Medicine*, 83, 6, pp. 1041–1062.
- Mondelo, N., Sánchez, R. y Carrasquero, N. (1996): "El Proceso Analítico Jerárquico como Herramienta para la Selección de la Mejor Ubicación de un Relleno Sanitario". *Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. Tomo III: Tratamiento y Disposición de Residuos Sólidos*, México, pp. 153–160.
- Munda, G. (2005): "Measuring Sustainability: A Multi-Criterion Framework". *Environment, Development and Sustainability*, 7, pp. 117–134.
- Munda, G. (2008): *Social Multi-Criteria Evaluation for a Sustainable Economy*. Springer, Berlin.
- Munda, G. y Nardo, M. (2003): *On the Methodological Foundations of Composite Indicators Used for Ranking Countries*. OECD/JRC Workshop on composite indicators of country performance, Ispra, Italy. Edición electrónica en texto completo en: <http://webfarm.jrc.cec.eu.int/uasa/evt-OECD-JRC.asp>.
- Munda, G. y Nardo, M. (2009): "Noncompensatory/Nonlinear Composite Indicators for Ranking Countries: A Defensible Setting". *Applied Economics*, 2009, 41, pp. 1513–1523.
- Narayanan, D., Zhang, Y. y Mannan, M.S. (2007): "Engineering for Sustainable Development (ESD) in Bio-Diesel Production". *Process Safety and Environmental Production*, 85 (B5), pp. 349–359.

- Nardo, M.; Saisana, M. Saltelli, A., Tarantola, S., Hoffman, A. y Giovannini, E. (2005a): *Handbook of constructing composite indicators: methodology and user guide*. Study Documents 2005-3. OCDE.
- Nardo, M., Saltelli, A., Saisana, M. y Tarantola, S. (2005b): *Tools for Composite Indicator building*, EUR 21682 EN, European Commission.
- Ocaña-Riola, R. y Sánchez-Cantalejo, C. (2005): “Rurality Index for Small Areas in Spain”. *Social Indicators Research*, 73, pp. 247–266.
- OECD (2008): *Handbook on constructing composite indicators. Methodology and User Guide*. European Commission and OECD.
- Onwujekwe, O., Malik, E.F., Mustafa, S. y Mnzaava, A. (2005): “Do Malaria Preventive Interventions Reach the Poor? Socioeconomic Inequities in Expenditure on and Use of Mosquito Control Tools in Sudan”. *Health Policy and Planning*, 7, pp. 10–16.
- Pena, B. (1977): *Problemas en la medición del bienestar y conceptos afines. Una aplicación al caso español*. INE. Madrid.
- Pena, J.B. (1978): “La Distancia P: un Método para la Medición del Nivel de Bienestar”. *Revista Española de Economía*, 8, pp. 49–89.
- Pena, J.B. (2009): “La medición del bienestar social: una revisión crítica”, *Estudios de Economía Aplicada*, 27, 2, pp. 299–324.
- Pérez, C. (2005): *Métodos estadísticos avanzados con SPSS*. Thomson. Madrid.
- Pérez Mayo, J. (2009): “Un análisis dinámico de la privación en España”, *Estudios de Economía Aplicada*, 27, 2, pp. 501–522.
- Pérez Mayo, J. y Fajardo, M.A. (2003): “Un método alternativo para identificar los hogares en situación de pobreza”, *Estadística Española*, 45, 152, pp. 115–134.
- Podinovskii, V.V. (1994): “Criteria Importance Theory”. *Mathematical Social Sciences*, 27, pp. 237–252.
- Premachandra, I.M. (2001): “A Note on DEA vs. Principal Component Analysis: An Improvement to Joe Zhu’s Approach”. *European Journal of Operational Research*, 132, pp. 553–560.
- Quadrado, L.; Heijman, W. y Folmer, H. (2001): Multidimensional analysis of regional inequality: the case of Hungary”, *Social Indicators Research*, Vol. 56, pp. 21–42.
- Ramzan, N., Degenkolbe, S. y Witt, W. (2008): “Evaluating and Improving Environmental Performance of HC’s Recovery System: A Case Study of Distillation Unit”. *Chemical Engineering Journal*, 140, pp. 201–213.
- Saaty, T. (1980): *Multicriteria Decision Making: The analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill. New York.
- Saaty, T.L. (1990): “How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process”. *European Journal of Operational Research*, 48, pp. 9–26.
- Sabatini, F. (2005): *Measuring Social Capital in Italy: An Exploratory Analysis*. Facolta di Economia Università di Bologna, Sede di Forli, Working paper n° 12.

- Sajeva, M., Gatelli, D., Tarantola, S. y Hollanders, H. (2005): *Methodology Report on European Innovation Scoreboard 2005*. A discussion paper from the Innovation/SMEs Programme, European Commission.
- Silber, J. (2007): "Measuring poverty: taking a multidimensional perspective", *Hacienda Pública Española*, 182, 3, pp. 29–73.
- Simon, U., Brüggemann, R. y Pudenz, S. (2004): "Aspects of Decision Support in Water Management-Example Berlin and Potsdam (Germany): I-Spatially Differentiated Evaluation". *Water Research*, 38, pp. 1809–1816.
- Singh, R. (2004): "Rural Infrastructure, Agricultural Development, and Poverty in India: An Inter-State Study". *Journal of Rural Development*, 23, 1, pp. 31–57.
- Singh, R.K., Murty, H.R., Gupta, S.K. y Dikshit, A.K. (2007): "Development of Composite Sustainability Performance Index for Steel Industry". *Ecological Economics*, 7, 3, pp. 565–588.
- Somarriba, N. y Pena, J.B. (2009): "Synthetic indicators of quality of life in Europe", *Social Indicators Research*, 96, pp. 115–133.
- Tsaur, H.S., Lin, Y.C. y Lin, J.H. (2006): "Evaluating Ecotourism Sustainability from the Integrated Perspective of Resource, Community and Tourism". *Tourism Management*, 27, pp. 640–653.
- Ugwu, O.O., Kumaraswamy, M.M., Wong, A. y Ng, S.T. (2006): "Sustainability Appraisal in Infrastructure Projects (SUSAIP) Part 1. Development of Indicators and Computational Methods". *Automation and Construction*, 15, pp. 244–256.
- Van Rijckevorsei, J.L.A. (1987): *The application of fuzzy coding and horseshoes in multiple correspondence analysis*. DSWO Press. Leiden.
- Vyas, S. y Kumaranayake, L. (2006): "Constructing Socio-Economic Status Indices: How to Use Principal Components Analysis". *Health Policy and Planning*, 21, pp. 459–468.
- Wang, C.H. (2005): "Constructing Multivariate Process Capability Indices for Short-Run Production". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26, pp. 1306–1311.
- Wubneh, M. (1987): "A Multivariate Analysis of Socio-Economic Characteristics of Urban Areas in Ethiopia". *African Urban Quarterly*, 2, pp. 425–433.
- Yadav, A.K., Srivastava, M. y Pal, Ch. (2002): "Constructing Development Index for Primary Education in India: An Inter-State Comparison". *Margin*, 35, pp. 55–65.
- Young, F.W. *et al.* (1976): "Regression with qualitative variables: an alternating least squares method with optimal scaling features", *Psychometrika*, Vol. 41, pp. 505–529.
- Zarzosa, P. *et al.* (2005): *La calidad de vida en los municipios de la provincia de Valladolid*. Diputación de Valladolid. Valladolid.
- Zhu, J. (1998): "Data Envelopment Analysis vs. Principal Component Analysis: An Illustrative Study of Economic Performance of Chinese Cities". *European Journal of Operational Research*, 111, pp. 50–61.



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (11). Páginas 71–90.
Junio de 2011. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=49>

La gestión de los grupos de interés: una reflexión sobre los desafíos a los que se enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial

GIL LAFUENTE, ANNA M.

Departamento de Economía y Organización de Empresas
Universidad de Barcelona
Correo electrónico: amgil@ub.edu

PAULA, LUCIANO B.

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Barcelona
Correo electrónico: luciano@isolucoes.com

RESUMEN

Cada vez adquiere mayor importancia la gestión de las relaciones con los grupos de interés. La inclusión activa de los grupos de interés da legitimidad a la empresa, generando credibilidad y confianza. Las empresas que buscan la sostenibilidad en sus actividades deben conocer a los grupos de interés, potenciar el diálogo, satisfacer demandas y expectativas, y ser transparentes en la rendición de cuentas de sus acciones. La empresa sostenible desencadena procesos de mejora continua e innovación y busca “aceptación social” para conseguir éxito en sus actividades. En este contexto, trataremos de plantear en este artículo los principales desafíos a los que se enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial a través de una gestión eficaz de sus grupos de interés. Además, proponemos la utilización de herramientas flexibles que los auxilien en la toma de decisiones y que ayuden a mejorar la gestión con los grupos de interés.

Palabras clave: grupos de interés; sostenibilidad empresarial; toma de decisión; lógica borrosa.

Clasificación JEL: M10; M14.

MSC2010: 90B50.

The Stakeholder Management: a Reflection on the Challenges Faced by Businesses in the Pursuit of Corporate Sustainability

ABSTRACT

The management of stakeholders is becoming increasingly important to the corporate sustainability. The engagement of stakeholders gives legitimacy to the company, generating trust and credibility. The enterprises that are seeking sustainability in their activities must know stakeholders, promote dialogue, meet the demands and expectations, and be transparent in the accountability for their actions. The sustainable company triggers continuous improvement and innovation and seeks for “social acceptance” to achieve success in their activities. In this context, our focus is on thinking about the main challenges faced by companies pursuing sustainable development through effective management of their stakeholders. We further propose the use of flexible tools that aid employers in decision making and help them improve the stakeholder management.

Keywords: stakeholders; corporate sustainability; decision-making; fuzzy logic.

JEL classification: M10; M14.

MSC2010: 90B50.



1 INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de este artículo consiste en plantear los principales desafíos a los que se enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial y proponer la utilización de herramientas flexibles que auxilien a los empresarios en la toma de decisiones y ayuden a mejorar la gestión con los grupos de interés. Consideramos que nuestra aportación servirá de soporte a futuras líneas de investigación en el campo de la aplicación de algoritmos a la sostenibilidad empresarial, que aún ha sido poco investigada.

En primer lugar recordaremos en un breve resumen los conceptos de la Teoría de los Grupos de Interés para aclarar los términos que serán utilizados en los planteamientos. En segundo lugar, analizaremos de qué manera los cambios del entorno empresarial y de la naturaleza en las relaciones con los grupos de interés han influido y cambiado también la relación entre las empresas y sus grupos de interés. Además, consideraremos en nuestro análisis la importancia de la gestión de los grupos de interés y los principales retos enfrentados por las empresas en los procesos de identificación, segmentación, priorización y diálogo con los grupos de interés. Finalmente, mostraremos un ejemplo ilustrativo de aplicación de la lógica borrosa a la sostenibilidad en las empresas a través del estudio empírico realizado por una consultoría de Brasil.

2 ACERCA DE LOS CONCEPTOS DE LA TEORÍA DE LOS GRUPOS DE INTERÉS

La Teoría de los Grupos de Interés postula que la capacidad de una empresa para generar una riqueza sostenible a lo largo del tiempo y, con ello, su valor a largo plazo viene determinada por sus relaciones con sus grupos de interés (Freeman, 1984). Según el mismo autor, el grupo de interés de una empresa es (por definición) cualquier grupo o individuo que puede afectar o es afectado por el logro de los objetivos de la organización. A partir de Freeman, otros autores han dado énfasis principal en el concepto de los grupos de interés (Alkhafaji, 1989; Carroll, 1989; Brummer, 1991; Clarkson, 1991; Goodpaster, 1991; Hill y Jones, 1992; Wood, 1991; Donaldson y Preston, 1995; Mitchell, Agle y Wood, 1997; Post, Preston y Sachs, 2002; Rodríguez, Ricart y Sánchez, 2002; Aguilera y Jackson, 2003; Hart y Sharma, 2004).

En la revisión de la literatura encontramos más de una acepción para definir los “grupos de interés”. De acuerdo con Post *et al.* (2002), los grupos de interés de una empresa son los individuos y colectivos que contribuyen, voluntaria o involuntariamente, a su capacidad y sus actividades de creación de riqueza y que, por lo tanto, son sus potenciales beneficiarios y/o portadores del riesgo. En la Teoría de los Grupos de Interés (Olcese, Rodríguez Ángel y Alfaro, 2008), la empresa se define como una organización socioeconómica formada para crear riqueza para los múltiples colectivos que la componen. Por tanto, la participación constructiva de las partes interesadas las empresas pueden aumentar la confianza externa en sus intenciones y actividades, ayudando a mejorar la reputación corporativa y catalizar la difusión de prácticas más sostenibles en el sistema de empresa en general

(Elkington, 1998). Los grupos de interés abarcan una amplia variedad de actores, tales como: accionistas, empleados, clientes, comunidades locales, administración pública, ONG y proveedores.

La Teoría de los Grupos de Interés predice que la sostenibilidad debe tener un impacto positivo sobre los resultados financieros porque las empresas se benefician de “abordar y equilibrar las reivindicaciones” de los múltiples grupos de interesados clave (Freeman y Evan, 1990). Por otra parte, “el constante fracaso para abordar las preocupaciones y las expectativas de los grupos, en última instancia, reduce la confianza de los inversores en acciones de la empresa, que afectan a su coste de financiación (coste medio ponderado del capital) y, por tanto, las oportunidades de lucro”¹.

3 LOS CAMBIOS EN LAS RELACIONES CON LOS GRUPOS DE INTERÉS

En las últimas décadas han ocurrido diversos cambios en el contexto de los negocios, como las innovaciones tecnológicas, las modificaciones políticas y reguladoras, las tendencias sociales y el desarrollo de los mercados. Estos cambios han modificado la naturaleza de las relaciones de las empresas con sus grupos de interés. Las empresas han pasado de las interacciones empresariales tradicionales con empleados, clientes, proveedores, inversores y reguladores hacia interacciones con grupos más amplios, con las comunidades locales, trabajadores de la cadena de compras, familiares de los empleados, organizaciones de la sociedad civil, medio ambiente, entre otros.

Otro cambio se refiere a los temas tratados con los grupos de interés, pasándose de temas legales y contractuales, como marketing, relaciones industriales, elección de ubicaciones para plantas, planificación del negocio y compras, hacia temas emergentes y nuevas responsabilidades, como corrupción, exclusión social, derechos humanos, riesgos para la salud, desarrollo económico, condiciones laborales en la cadena de compras, impacto ambiental. En definitiva la manera de hacer la comunicación con los grupos de interés también ha cambiado, de la comunicación unilateral como investigación de mercado, comunicaciones corporativas, publicidad y difusión en medios, hacia el diálogo y la colaboración, en consultas, paneles de asesoramiento, retroalimentación online, redes de convocatoria, foros y alianzas de grupos de interés múltiples.

Puesto que han ocurrido los cambios del entorno empresarial y de la naturaleza en las relaciones con los grupos de interés, consecuentemente las relaciones de las empresas con los grupos de interés han evolucionado. Las experiencias iniciales de las relaciones con los grupos de interés respondían a presiones externas, limitado a ciertos temas que generaban conflicto con los grupos de interés. Posteriormente las empresas han demostrado su potencial para aumentar el entendimiento mutuo, gestionar los riesgos y resolver los conflictos de manera más efectiva. Actualmente, las relaciones con grupos de interés permiten a las empresas alinear su desempeño social, ambiental y económico con su estrategia principal.

¹ SAM (Sustainability Asset Management) y PWC (PricewaterhouseCoopers) *The Sustainability Yearbook 2009*. Zurich, 2009, p. 13.

Este nuevo contexto en el ámbito empresarial pone de manifiesto la complejidad que adquiere la gestión de los grupos de interés en las empresas con la ampliación de los grupos y surgimiento de temas emergentes y nuevas responsabilidades. Conjuntamente, la relación de la empresa con los grupos de interés obtiene mayor importancia a través el diálogo y colaboración. Ciertamente esta nueva realidad nos permite reflexionar cómo puede ser la gestión de los grupos de interés de manera que permita una relación integral y estratégica para lograr la competitividad sostenible.

4 EL PROCESO DE IDENTIFICACIÓN DE LOS GRUPOS DE INTERÉS

La identificación es el primer paso en la construcción de una relación sostenible con los grupos de interés. Este proceso es muy importante para las empresas pues en este momento serán identificados aquellos grupos que puedan ejercer alguna influencia en su esfera de actividad. No considerar un determinado grupo como parte interesada puede ser un riesgo a la empresa, pues este grupo puede contribuir positivamente acerca de oportunidades de mercado o en la prevención de algunos problemas en las esferas ambiental, social y económica. Para Mohn (2005) “la ciencia todavía no ha dado una respuesta satisfactoria a la necesaria síntesis de la metas de los diversos grupos de intereses. Las controversias sobre las metas y las técnicas de dirección en el sector privado y en la política económica surgen en buena medida de esta falta de renovación de metas. Al crecer las empresas, sus metas y sus principios de dirección adquieren cada vez mayor rango social, razón por la cual el concepto de orden de la cultura empresarial, con la ayuda del principio de delegación, podría resolver los problemas del progreso y del tamaño de las organizaciones no solo en el ámbito privado, sino también en el Estado y en la sociedad. La cultura empresarial se basa en la identificación de todas las personas que participan en la tarea, lo cual facilita la actuación de la dirección política y la renovación del orden social.”²

A partir de la identificación de quiénes son las partes interesadas, los próximos pasos en el proceso de gestión de los grupos de interés serían la segmentación, priorización y el diálogo. No hay una lista genérica de grupos de interés de empresas, ni siquiera para una sola compañía, ya que cambian con el tiempo (Mitchell, Agle y Wood, 1997). Los grupos e individuos afectados y que afectan a las empresas dependen de la industria, la empresa, la ubicación geográfica y el tema en cuestión. Las nuevas estrategias de negocio y los cambios contextuales a menudo determinan un nuevo conjunto de grupos de interés. Por tanto, la empresa se encuentra delante del desafío de estar al día con los cambios y tener un buen conocimiento de todos los actores con influencia en su esfera de actividad, pues al pasar los años ciertamente estos grupos se modificarán.

Hemos encontrado en la literatura diferentes métodos utilizados en la identificación de los grupos de interés como, por ejemplo, a partir de la relación atributos de poder, legitimidad y urgencia (Mitchell, Agle y Wood, 1997) o, dicho de otro modo, mediante la evaluación de la dependencia de

² MOHN, R. *La responsabilidad social del empresario*. Galaxia Gutenberg, Círculo de Lectores. Barcelona, p. 90, 2005.

recursos de la empresa por las partes interesadas (Frooman 1999; Jawahar y McLaughlin, 2001). Otra manera sería a través del análisis del origen de las distintas transacciones económicas o de los procesos de la empresa, pero el método de transacciones económicas tiene la debilidad de que no detecta categorías de grupos de interés en el caso de que no existan transacciones económicas, como por ejemplo en la comunidad. Por otro lado, el método de identificación por procesos es muy utilizado y apropiado cuando la empresa posee un sistema de gestión de procesos (Olcese, Rodríguez Ángel y Alfaro, 2008).

De acuerdo con *Global Reporting Initiative* (GRI, 2006; GRI, 2007), existen diversos grupos de interés para cada organización, que pueden catalogarse dependiendo de su relación con la organización. El modelo GRI de identificación prevé la división en dos grupos de interés. Se considera que las personas o grupos podrán ser afectados de manera directa o indirecta por la empresa. “Por ejemplo, un empleado podrá ser directamente afectado por decisiones relacionadas a las prácticas y políticas laborales. Por tanto, ello tendrá un interés directo en las acciones de su organización en estas áreas. Por otro lado, la familia y la comunidad del empleado serán indirectamente afectados en la medida que la satisfacción del empleado en el trabajo, su salud y seguridad, y las oportunidades de desarrollo de su carrera irán a ejercer una influencia en la familia y en la comunidad”³.

En esta misma dirección “la lógica de las políticas de Responsabilidad Social Corporativa (RSC) es que una empresa que desee interactuar con sus grupos de interés debe elegir los prioritarios y/o que tienen mayor impacto en el negocio”⁴. A menudo, el primer paso consiste en identificar a todos ellos y, a continuación, establecer una jerarquía basada en los riesgos, las categorías y las expectativas involucradas. Otras estrategias de clasificación consisten en distinguir los grupos de interés en:

- ❖ Internos (empleados, sindicatos) y externos (de la sociedad civil, proveedores).
- ❖ Contractuales (empleados, clientes, proveedores) o no contractuales (sociedad civil, gobiernos).

Otro método de identificación es el propuesto por el organismo *Accountability* y que de acuerdo con Krick *et al.* (2005) podemos identificarlos de acuerdo con el tipo de relación entre la empresa y sus grupos de interés. Este método constituye una herramienta de consenso en el proceso de identificación de los grupos de interés. En este caso la identificación de los grupos de interés puede realizarse en distintas dimensiones:

- ❖ Por responsabilidad: personas con las que tiene o tendrá responsabilidades legales, financieras y operativas según reglamentaciones, contratos, políticas o prácticas vigentes.

³ Véase Global Reporting Initiative. *Ciclo preparatorio para la elaboración de memorias de sostenibilidad GRI: Manual para organizaciones pequeñas y medianas*, p. 26, 2007.

⁴ Véase en *Diálogo con los grupos de interés. Guía práctica para empresas y stakeholders*. ORSE, CSR Europe y FORÉTICA. Mayo, 2009.

- ❖ Por influencia: personas que tienen o tendrán posibilidad de influenciar la capacidad de la organización para alcanzar sus metas, ya sea que sus acciones puedan impulsar o impedir su desempeño. Se trata de personas con influencia informal o con poder de decisión formal.
- ❖ Por cercanía: personas con las cuales interactúa la organización, incluyendo grupos de interés internos o con relaciones de larga duración con la organización, o aquellos de los que la organización depende en sus operaciones cotidianas y los que viven cerca de las plantas de producción.
- ❖ Por dependencia: se trata de las personas que más dependen de su organización, como, por ejemplo, los empleados y sus familias, los clientes cuya seguridad, sustento, salud o bienestar depende de sus productos, o los proveedores para quienes la compañía es un cliente importante.
- ❖ Por representación: personas que, a través de estructuras regulatorias o culturales/tradicionales, representan a otras personas. Por ejemplo, líderes de las comunidades locales, representantes sindicales, consejeros, etc.

Para Olcese *et al.* (2008), utilizando los distintos métodos o incluso con la mezcla de algunos de ellos, se identifican las grandes categorías de grupos de interés. Sin embargo, la utilización y eficacia de estos métodos depende de la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con directivos o expertos sobre el tema. Por esta razón, los procesos de recogida y tratamiento de la información serán importantes para conseguir el éxito en la identificación de los grupos de interés. De esta manera, el desafío de las empresas no solo está en decidir cuál sería el mejor método para identificar los grupos de interés, sino también en qué herramientas se podría utilizar para tratar datos cualitativos y llegar a un resultado satisfactorio. Por tanto, dependiendo de la situación en que se encuentra la empresa, los gestores pueden necesitar de herramientas que los auxilien en la toma de decisiones.

Es importante resaltar que la complejidad que ha adquirido la gestión de los grupos de interés en las empresas a través de la ampliación de los grupos, pone de manifiesto la necesidad de establecer el nivel de relación entre los diferentes grupos de interés y obtener las correspondientes afinidades. Esto facilitaría la toma de decisión en función de las características que se consideren prioritarias en cada situación y momento. En el apartado 9 mostraremos un modelo de la lógica borrosa aplicado en la identificación de los grupos interés.

5 EL PROCESO DE SEGMENTACIÓN DE LOS GRUPOS DE INTERÉS

Una vez que la empresa ha identificado sus grupos de interés, la segunda etapa consiste en realizar la segmentación de ese macrogrupo de interés en conjuntos con una característica que los agrupa de la forma más lógica y apropiada. Diferentes criterios pueden ser utilizados en la segmentación de los grupos de interés como, por ejemplo, en función de las expectativas, problemas, zonas geográficas, su impacto en la actividad de la empresa y viceversa. Otra manera de obtener la segmentación de los

distintos subconjuntos sería por similitud técnica o funcional, por volumen de actividad, por criticidad, por peso específico u otra variable que permita agregar grupos de interés de una forma lógica. Para ayudar a tratar el tema, la empresa suele convocar a directivos de varios departamentos, consultores y especialistas externos.

Para una adecuada gestión de los grupos de interés, es importante que la empresa consiga la segmentación y obtención de subgrupos que compartan perspectivas similares hasta el nivel en el cual se comprenda que ya no le aporta ningún valor y que su gestión supondrá más una complejidad que una ayuda. Este proceso ayudará a la empresa en las próximas fases de priorización de grupos de interés y servirá para determinar la relevancia de los distintos grupos y los pasos a seguir, ya que cada subgrupo presenta diferentes intereses en relación a la organización.

La toma de decisión al definir los criterios de segmentación así como el tratamiento de las opiniones subjetivas de expertos son algunos de los desafíos encontrados por las empresas al determinar conjuntos y subconjuntos de sus grupos de interés. Esta reflexión pone de manifiesto el problema de la agrupación homogénea de objetos físicos o mentales constituye una constante para quienes deben adoptar decisiones.

6 EL PROCESO DE PRIORIZACIÓN DE LOS GRUPOS DE INTERÉS

El proceso de priorización de los grupos interés representa una etapa importante en la gestión de los grupos de interés, pues relacionarse con todos los grupos de interés o encarar todos los temas relacionados con la sostenibilidad en las empresas no es posible ni deseable. El desafío principal de la empresa reside en tratar de establecer un orden de prioridades para los grupos de interés y los temas a fin de asegurar una buena gestión del tiempo, los recursos y las expectativas.

Para establecer un orden de prioridades entre los grupos de interés, es importante definir los criterios de este proceso. El nivel de influencia, dependencia o disposición para participar constituyen buenos puntos de partida, pero también es posible que necesite utilizar otros criterios⁵. Otro criterio estaría relacionado al concepto de impacto y relevancia para la empresa (Olcese, Rodríguez Ángel y Alfaro, 2008). Este criterio se constituye en diferentes categorías con el objeto de priorizar los grupos de interés en:

- ❖ Críticos: son aquéllos que tienen un impacto clave económico, fortalecen o influyen en la reputación, conceden o limitan licencias o accesos o crean el futuro del sector.
- ❖ Básicos: son aquellos con un impacto medio en los resultados del negocio, que pueden afectar parcialmente la reputación, pero que inciden de alguna manera en los procesos clave de la compañía.

⁵ Véase en Krick *et al.*, Vol. 2, p. 39, 2005.

- ❖ Complementarios: son aquéllos que tienen un mínimo impacto económico, influyen escasamente en la reputación y pueden proveer de servicios o productos complementarios.

Estos criterios son importantes a medida que determinan los procesos en que la empresa puede seguir llevándose en cuenta las opiniones de los expertos acerca de la priorización de los grupos de interés. No obstante, actualmente varias situaciones habituales de la empresa como la inclusión de nuevos grupos de interés en el diálogo con la empresa, la subjetividad de los expertos, la búsqueda de un consenso entre ellos a respecto de un tema específico y la necesidad de tratar temas emergentes hacen aumentar la presencia de incertidumbre, lo que dificulta la toma de decisión en el proceso de priorización de los grupos de interés.

El establecimiento de la priorización de los grupos de interés nos hace reflexionar sobre la necesidad de utilizar herramientas adecuadas al proceso de ordenación y poder facilitar la posterior toma de decisión por parte del empresario.

7 LOS RETOS EN EL DIÁLOGO CON LOS GRUPOS DE INTERÉS

Como hemos visto anteriormente, los cambios ocurridos en los diversos ámbitos (social, económico, ambiental y empresarial) han afectado a las empresas y las relaciones con sus grupos de interés. Esta nueva realidad ha impulsado nuevos desafíos en las empresas en el diálogo hacia grupos de interés más amplios, como pueden ser las comunidades locales, trabajadores de la cadena de compras, familiares de los empleados, organizaciones de la sociedad civil y medio ambiente. Estos cambios también se extendieron a la manera de la empresa comunicarse con los grupos de interés, lo que ha generado nuevos desafíos hacia el diálogo y la colaboración a través de consultas, paneles de asesoramiento, retroalimentación online, redes de convocatoria, foros y alianzas de grupos de interés múltiples.

En este contexto, la empresa debe comprometerse con sus grupos de interés creando un mecanismo de diálogo y entendimiento mutuo para que las necesidades de todos los grupos sean tomadas en cuenta en el desarrollo sostenible de la empresa. Es importante analizar la relación con los grupos de interés como un proceso de mejora continua y en constante cambio. Las exigencias de cada grupo cambian con el tiempo así como también cambia la importancia estratégica de cada uno de los grupos de interés. Por otra parte, es importante resaltar la necesidad de la empresa en involucrar la participación de los grupos de interés en este diálogo. Para que esto ocurra, es necesario el fortalecimiento de la capacidad de relación de la empresa con sus grupos de interés a través de la capacidad de respuesta de la organización, de considerar las limitaciones de recursos y los requerimientos de cada parte interesada, además de desarrollar las habilidades de su personal en establecer relaciones con los grupos de interés. Esto asegura la capacidad necesaria de la empresa para relacionarse de manera efectiva con sus grupos de interés y que ellos por su vez puedan participar en el proceso de relación.

No obstante, para alcanzar el diálogo eficaz con los grupos de interés, la empresa necesita gestionar los procesos de agregación y unificación de opiniones contradictorias o expectativas divergentes entre sus grupos de interés. Es importante reflexionar sobre las relaciones humanas, que son complejas y que en muchas ocasiones resultan conflictivas. Las empresas se encuentran en un entorno cambiante y la toma de decisiones, por parte de los gestores, depende de la subjetividad de las opiniones de expertos, lo que hace aumentar los riesgos y la incertidumbre. Por tanto, debido a la complejidad que presentan las relaciones con los grupos de interés, las empresas y sus gestores pueden necesitar de herramientas flexibles que los auxilien en la toma de decisiones y los ayuden a mejorar la gestión y el diálogo con los grupos de interés.

8 PROPUESTAS PARA GESTIONAR LA SOSTENIBILIDAD

El principal objetivo de la sostenibilidad es conciliar el crecimiento económico con el cuidado del entorno social y la protección del medioambiente. Sin embargo, en un ambiente de incertidumbre, las empresas precisan de herramientas que auxilien tanto la toma de decisiones como la definición de sus estrategias. Por lo tanto, ante de esta nueva realidad es necesario plantear la utilización de modelos que permitan redescubrir nuevas formas de gestionar no solo las empresas sino sus objetivos, sus estrategias y sus políticas para hacer compatible la prosperidad de las empresas con una calidad de vida sostenible a nivel planetario. Para ello, debemos apoyarnos en modelos flexibles que permitan el tratamiento híbrido de datos objetivos y estimaciones subjetivas, que permitan realizar previsiones de los comportamientos futuros de empresas, instituciones y agentes sociales, y permitan ofrecer un rediseño en las relaciones económicas que afectan a todos los entes implicados. En la Figura 1, proponemos un planteamiento para gestionar la sostenibilidad en las empresas.

Figura 1. Planteamientos para gestionar la sostenibilidad en las empresas.

Objetivo general	Objetivos particulares	Líneas de actuación	Técnicas
Proponer la utilización de modelos que permitan redescubrir nuevas formas de gestionar la sostenibilidad en las empresas	Desarrollar nuevas aplicaciones y modelos de gestión para la toma de decisiones.	Gestión de riesgos sociales, económicos y ambientales.	Distancia de Hamming (Hamming, 1950), Método de los Expertones (Kaufmann, 1987), Coeficiente de Cualificación (Gil Lafuente, A.M., 2001), Algoritmo Húngaro (König, 1916).
		Procesos de decisión empresarial.	Teoría de los Efectos Olvidados (Kaufmann y Gil Aluja, 1988).
	Mostrar la utilidad de estos modelos en el desarrollo sostenible en las empresas mediante la Teoría de los Grupos de Interés.	Gestión de proveedores	Teoría de Clanes (Courtilot, 1973), Teoría de afinidades (Gil Aluja y Kaufmann, 1991), Modelo de Preferencias Subjetivas (Kaufmann y Gil Aluja, 1987).
		Gestión de recursos humanos	Distancia de Hamming (Hamming, 1950), Coeficiente de Adecuación (Gil Aluja, 1996), OWA Operators (Yager, 1988).
	Implementar nuevas aportaciones al conocimiento metodológico en la teoría de la decisión	Gestión de clientes	Teoría de Afinidades (Gil Aluja y Kaufmann, 1991).
		Identificación, priorización y diálogo con los grupos de interés.	Teoría de Clanes (Courtilot, 1973), Composición P-Latina (Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. , 1991).

Fuente: Elaboración propia.

La aplicación de la Distancia de Hamming (Hamming, 1950) a la sostenibilidad en las empresas constituye una innovación para ser utilizada en los procesos de selección de propuestas y en la gestión sostenible de los recursos humanos y permite la toma de decisión considerando la ponderación subjetiva de las prioridades en los criterios de sostenibilidad en las empresas (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2010c). En el caso del Método de los Expertones (Kaufmann, 1987), este algoritmo puede facilitar la toma de decisiones mediante la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con los diferentes grupos de interés (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2010a). Ello constituye una herramienta útil a ser utilizada en los procesos de agregación y unificación de opiniones contradictorias o expectativas divergentes entre sus grupos de interés. Además, el modelo permite conocer la distribución por niveles en la función característica de pertenencia de los valores agregados.

El Modelo de Preferencias Subjetivas (Kaufmann y Gil Aluja, 1987) puede ser aplicado en los procesos de ordenación, facilitando la toma de decisión en diversos contextos por los que pasan las empresas como, por ejemplo, la priorización de los grupos de interés. Por otra parte, los operadores OWA (Yager, 1988) pueden facilitar la toma de decisiones en el ámbito de la sostenibilidad empresarial en general y a aspectos particulares de la misma, como pueden ser la gestión medioambiental, económica, social y de recursos humanos (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2009b), entre otros muchos planteamientos. Otra aportación se refiere al Algoritmo Húngaro (König, 1916), que puede ser utilizado en los procesos de decisión en la implantación de prácticas de ecoeficiencia (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2010b). Asimismo, es un modelo que permite la resolución, entre otros, del importante problema de asignación de herramientas que auxilian el alcance de la ecoeficiencia en las empresas. Ya la Teoría de Clanes (Courtillot, 1973), como algoritmo de agrupación, puede facilitar la toma de decisiones mediante la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con directivos o especialistas sobre determinado tema y ser utilizado en los procesos de identificación de los grupos de interés (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2010f).

Los resultados con la aplicación de la Teoría de los Efectos Olvidados (Kaufmann y Gil Aluja, 1988) aporta un modelo de naturaleza secuencial que permite introducir las relaciones de causalidad al estudio de la sostenibilidad en la empresa, siendo una herramienta útil para ser utilizada en los procesos de selección de objetivos (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2009a). En el caso de la Composición P-Latina (Kaufmann y Gil Aluja, 1991a), esta técnica puede ser aplicada en los procesos de ordenación y constituye un modelo útil en la toma de decisiones como, por ejemplo, en la priorización de los grupos de interés considerando criterios de sostenibilidad en las empresas. Por otro lado, la Teoría de Afinidades (Kaufmann y Gil Aluja, 1991b) puede facilitar la toma de decisiones mediante la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con directivos o especialistas sobre determinado tema. El modelo puede ser utilizado en los procesos de identificación de los grupos de interés y sirve para establecer el nivel de relación entre los diferentes grupos de interés y obtener las correspondientes afinidades (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2010d, 2010e).

La utilización del Coeficiente de Adecuación (Gil Aluja, 1996) puede facilitar la toma de decisiones mediante la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con los diferentes grupos de interés y puede ser utilizada en los procesos de selección de propuestas y en la gestión sostenible de los recursos humanos (Barcellos Paula y Gil Lafuente, 2009b) en empresas e instituciones, entre otros. Ya el Coeficiente de Cualificación (Gil Lafuente, A.M., 2001) podrá ser utilizado en la gestión de los grupos de interés y facilitar la toma de decisiones en distintas áreas de la empresa, como recursos humanos, finanzas y compras.

Destacamos otros autores que han utilizado la lógica borrosa aplicada a la sostenibilidad, como en el análisis de la decisión de compra ecológica de los consumidores (Gil Lafuente y Salgado Beltrán, 2005) y (Gil Lafuente, Salgado Beltrán, Subirá Lobera y Beltrán, 2006) y en el análisis de decisión y evaluación de proveedores “verdes” (Lu, Wu y Kuo, 2007).

9 APLICACIÓN DE LA LÓGICA BORROSA A LA SOSTENIBILIDAD EMPRESARIAL

En este apartado mostraremos un ejemplo ilustrativo de aplicación de la lógica borrosa a la sostenibilidad en las empresas a través de un estudio empírico realizado en agosto de 2009 por la *Idéias e Soluções Consultoria* de Brasil. Por solicitud del contratante, los datos del estudio fueron tratados con estricta confidencialidad. La empresa pertenece al sector alimenticio y el objetivo es identificar sus principales grupos de interés que puedan ejercer alguna influencia en su esfera de actividad. Para alcanzar este objetivo, la consultoría contratada ha elegido aplicar la Teoría de Clanes⁶ en la identificación de los grupos de interés basándose por el tipo de relación (Krick *et al.*, 2005) conforme expuesto en el apartado 4.

9.1 Metodología: la Teoría de Clanes

La Teoría de Clanes surge en los primeros años de la década de 1970 para el tratamiento formal de ficheros⁷, pero posteriormente se ha comprobado que resulta muy operativa también para la solución de otros muchos problemas de agrupación.

Se define un clan K a partir de un referencial finito E que cumple las siguientes condiciones:

1. $E \in K$
2. Si $C \subset E : (C \in K) \Rightarrow (\bar{C} \in K)$, donde C es uno cualquiera de los subconjuntos que componen K .
3. $(C_1, C_2, \dots, C_m \in K) \Rightarrow (C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_m \in K)$

Por lo que también se verifican:

4. $\phi \in K$, ya que $E \in K$ y entonces $\bar{E} = \phi \in K$

⁶ Gil Aluja, J. *Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre*. Editorial Milladoiro, Vigo, pp. 247–256, 1999.

⁷ Courtillot, M. Structure cononique des fichiers. *A.I.E.R.-A.F.G.E.T.* Vol. 7. Enero, pp. 2-15, 1973.

5. $(C_1, C_2, \dots, C_m \in K) \Rightarrow (C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_m \in K)$, como consecuencia de las leyes de De Morgan.

De acuerdo con Gil-Aluja (1999), a partir del concepto de Clan hallamos las relaciones de afinidades. La “Teoría de las Afinidades” nace a partir de los estudios de Gil Aluja y Kaufmann, que han investigado la generalización de la noción de similitud con objeto de poder abordar el tratamiento de relaciones representadas a través de matrices rectangulares. La palabra de afinidad en sentido propuesto surge a raíz de una ponencia que presentaron los profesores Gil Aluja y Kaufmann⁸ en el IX Congreso Europeo de Investigación Operativa, recogida y ampliada posteriormente en otros trabajos.⁹

Definimos las afinidades como aquellas agrupaciones homogéneas a determinados niveles, estructurados ordenadamente, que ligan elementos de dos conjuntos de distinta naturaleza, relacionados por la esencia de los fenómenos que representan. Se puede observar la existencia de tres aspectos configuradores del concepto de afinidad. El primero hace referencia al hecho de que la homogeneidad de cada agrupación se halla ligada al nivel escogido. Según la exigencia de cada característica (elementos de uno de los conjuntos), se asignará un nivel más o menos elevado definidor del umbral a partir del cual existe homogeneidad. El segundo expresa la necesidad de que los elementos de cada uno de los conjuntos se hallen ligados entre sí por ciertas reglas de la naturaleza en unos casos o por la voluntad humana en otros. El tercero exige la construcción de una estructura constitutiva de un cierto orden susceptible de permitir la posterior decisión. La finalidad de la agrupación, por una parte, y el tipo y fuerza de la relación entre los elementos de uno y otro conjunto, por otra, determina de manera inequívoca todas las agrupaciones posibles.

Para proceder al establecimiento de las “relaciones de afinidad”, recurriremos al llamado modelo de las familias de Moore¹⁰. Cabe destacar el conglomerado de conocimientos elaborados a partir del concepto de “familia de Moore”, los cuales permiten la obtención de adecuadas agrupaciones. La presentación de estas agrupaciones mediante estructuras reticulares pone de evidencia las afinidades. Para ello se ha reunido a los Retículos de Galois¹¹, a cuya belleza formal se añade su gran capacidad de representar una gran adaptabilidad, tan necesaria para aquellos en quienes recae la responsabilidad de decidir.

El camino emprendido para la obtención de afinidades permite describir el siguiente algoritmo:

- 1) Se parte de una matriz booleana [B] proveniente de una relación borrosa de los conjuntos E₁ y E₂, cortada a unos pertinentes niveles.

⁸ Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. Seletion of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices. *Actas del Euro XI Congress O.R. Aachen*, 16-19 Julio, 1991.

⁹ Véase en Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. *Técnicas de gestión de empresa: previsiones, decisiones y estrategias*. Editora Pirámide. Madrid, 1992, cap.10, y también en Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Milladoiro, Santiago de Compostela, 1993, cap.13.

¹⁰ Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. *Técnicas de gestión de empresas, previsiones, decisiones y estrategias*. Ed. Pirámide. Madrid, pp. 347-405, 1992.

¹¹ Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Milladoiro, Santiago de Compostela, pp. 151-175, 1993.

- 2) Obtenemos la “familia” de subconjuntos de objetos, cada uno de los cuales reúne aquellos que poseen las mismas características.
- 3) A partir de los “minitérminos” o “átomos” no vacíos se halla el correspondiente “clan”.
- 4) Para cada uno de los elementos del clan, se calculan las intersecciones de los subconjuntos de características poseídas por los componentes de los respectivos elementos del clan.
- 5) Cuando existe más de un subconjunto de características que se repite como resultado de la intersección, se escoge el correspondiente elemento del clan que posee mayor números de componentes.
- 6) La reunión de los elementos del clan con los subconjuntos de características repetidas máximas forman las afinidades.

9.2 Aplicación

En este estudio, los grupos de interés fueron seleccionados de acuerdo con el “Manual para la práctica de las relaciones con los grupos de interés” (Krick *et al.*, 2005), ya que constituye una herramienta de consenso en el proceso de identificación de los grupos de interés. Por tanto, conforme lo mencionado en el apartado 4, podemos identificarlos de acuerdo con el tipo de relación; o sea, la identificación de grupos de interés puede realizarse en distintas dimensiones por responsabilidad, influencia, cercanía, dependencia y representación.

Se consideran dos conjuntos referenciales $E_1 = \{a, b, c, d\}$ y $E_2 = \{A, B, C, D, E\}$. El conjunto E_1 , representa los grupos que puedan tener alguna relación con la empresa. El conjunto E_2 constituye los tipos de relación en las distintas dimensiones: (A) por responsabilidad; (B) por influencia; (C) por cercanía; (D) por representación; (E) por dependencia. La consultoría ha convocado un taller que contó con la participación de cinco directivos de distintos departamentos que conocen a respecto del tema en análisis. Una vez presentados a los directivos de la empresa el tema, la consultoría ha solicitado a cada uno de ellos que especificase su opinión mediante la escala $[0,1]$, según la cual, a medida que la estimación se acerque más a 1, mayor será la importancia de la relación del grupo con la empresa. Los elementos de estos dos conjuntos se hallan relacionados a través de una relación borrosa $[\tilde{R}]$ (Tabla 1), la cual permite ser estudiada mediante α -cortes.

Tabla 1. Matriz de relación borrosa.

\curvearrowright	A	B	C	D	E
a	1	0.8	0.6	0.4	0.3
b	0.5	0.9	0.7	0.5	0.8
c	0.8	0.6	0.8	0.9	0.7
d	0.9	0.8	0.9	0.7	0.6

$[\tilde{R}] =$

En reunión con los directivos de la empresa, se escogen unos determinados niveles para cada elemento de E_2 , $\alpha_A = 0.9, \alpha_B = 0.8, \alpha_C = 0.8, \alpha_D = 0.7, \alpha_E = 0.7$, considerando como criterios el tamaño y la ubicación de la empresa. En este caso, la empresa considera más importante la dimensión por responsabilidad ($\alpha_A=0.9$), seguido por las dimensiones influencia, cercanía, representación y dependencia, y se halla una matriz booleana [B] conforme la mostrada en la Tabla 2.

Tabla 2. Matriz de booleana.

\curvearrowright	A	B	C	D	E
a	1	1			
b		1			1
c			1	1	1
d	1	1	1	1	

Se observa en esta matriz (Tabla 2) qué objetos poseen las respectivas cualidades, a través de los siguientes subconjuntos:

$$A_A = \{a, d\}, A_B = \{a, b, d\}, A_C = \{c, d\}, A_D = \{c, d\}, A_E = \{b, c\}$$

El conjunto de estos subconjuntos forma lo que en Teoría de Clanes se conoce con el nombre de familia. En este caso la familia F es:

$$F = \{\{a, d\}, \{a, b, d\}, \{c, d\}, \{c, d\}, \{b, c\}\}$$

A partir de la familia se halla el “clan”. Las A_i^* son:

$$A_A = \{a, d\}, A_B = \{a, b, d\}, A_C = \{c, d\}, A_D = \{c, d\}, A_E = \{b, c\}$$

$$\bar{A}_A = \{b, c\}, \bar{A}_B = \{c\}, \bar{A}_C = \{a, b\}, \bar{A}_D = \{a, b\}, \bar{A}_E = \{a, d\}$$

Enseguida calculamos los minitérminos o átomos:

$$\begin{array}{ll}
 A_A \cap A_B \cap A_C \cap A_D \cap A_E = \phi & A_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \{a\} \\
 A_A \cap A_B \cap A_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \{d\} & A_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap A_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap A_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap A_E = \phi & A_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap A_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 \bar{A}_A \cap A_B \cap A_C \cap A_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap A_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi & A_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi \\
 A_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi & \bar{A}_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \{b\} \\
 A_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi \\
 \bar{A}_A \cap A_B \cap A_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap A_E = \phi \\
 A_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi & A_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 \bar{A}_A \cap A_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 A_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap \bar{A}_E = \phi \\
 \bar{A}_A \cap A_B \cap \bar{A}_C \cap A_D \cap A_E = \phi & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap A_E = \phi \\
 \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap A_C \cap A_D \cap A_E = \{c\} & \bar{A}_A \cap \bar{A}_B \cap \bar{A}_C \cap \bar{A}_D \cap \bar{A}_E = \phi
 \end{array}$$

Para obtener el “clan” engendrado por la familia F , tomamos los átomos no vacíos y sus posibles uniones, añadiendo el ϕ :

$$K = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, d\}, \{a, b, d\}, \{c, d\}, \{b, c\}, E_1\}$$

A continuación podemos ver la intersección de las características para cada elemento del clan.

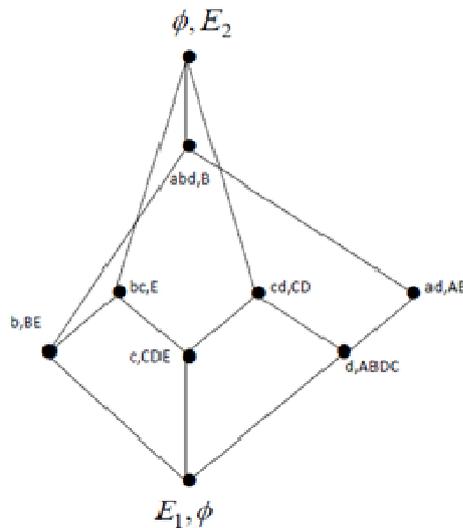
Elementos del clan		Intersección de las características
ϕ	\rightarrow	$\{A, B, C, D, E\}$
$\{a\}$	\rightarrow	$\{A, B\}$
$\{b\}$	\rightarrow	$\{B, E\}$
$\{c\}$	\rightarrow	$\{C, D, E\}$
$\{d\}$	\rightarrow	$\{A, B, C, D\}$
$\{a, b\}$	\rightarrow	$\{A, B\} \cap \{B, E\} = \{B\}$
$\{a, d\}$	\rightarrow	$\{A, B\} \cap \{A, B, C, D\} = \{A, B\}$
$\{a, b, d\}$	\rightarrow	$\{A, B\} \cap \{B, E\} \cap \{A, B, C, D\} = \{B\}$
$\{c, d\}$	\rightarrow	$\{C, D, E\} \cap \{A, B, C, D\} = \{C, D\}$
$\{b, c\}$	\rightarrow	$\{B, E\} \cap \{C, D, E\} = \{E\}$

Como no existe más de un subconjunto con las mismas características, las relaciones de afinidades son, pues:

ϕ	\rightarrow	$\{A, B, C, D, E\}$
$\{b\}$	\rightarrow	$\{B, E\}$
$\{c\}$	\rightarrow	$\{C, D, E\}$
$\{d\}$	\rightarrow	$\{A, B, C, D\}$
$\{a, d\}$	\rightarrow	$\{A, B\}$
$\{b, c\}$	\rightarrow	$\{E\}$
$\{c, d\}$	\rightarrow	$\{C, D\}$
$\{a, b, d\}$	\rightarrow	$\{B\}$

Si se añade, a efectos formales, también la relación $E_1 \cdot \phi$, esto permite presentar el siguiente Retículo de Galois¹², representado en la Figura 2.

Figura 2. Retículo de Galois.



¹² Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Milladoiro, Santiago de Compostela, 151-175, 1993.

9.3 Resultados

Esta estructura reticular pone de manifiesto de manera visual las afinidades existentes entre los distintos grupos de interés, considerando el tipo de relación que ejercen sobre la empresa. Destacamos la relación de afinidades existente entre los grupos de interés $\{a, b, d\}$. Este resultado muestra que ellos ejercen un papel de importante influencia ^(B) sobre las actividades de la empresa. Una vez hecha la identificación, los próximos pasos de la empresa serían obtener la segmentación y priorización de los grupos de interés.

10 CONCLUSIONES

Este artículo pone de manifiesto una reflexión sobre los desafíos enfrentados por las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial. En primer lugar realizamos una breve revisión en la literatura sobre los conceptos de la Teoría de los Grupos de Interés. En segundo lugar, analizamos de qué manera los cambios del entorno empresarial y de la naturaleza en las relaciones con los grupos de interés han influido y cambiado también la relación entre las empresas y sus grupos de interés. En tercer lugar, consideramos en nuestro análisis la importancia de la gestión de los grupos de interés y los principales retos enfrentados por las empresas en los procesos de identificación, segmentación, priorización y diálogo con los grupos de interés.

Por fin, planteamos la utilización de herramientas flexibles que los auxilien en la toma de decisiones y los ayuden a mejorar la gestión con los grupos de interés y de esta manera poder contribuir en el tratamiento de los problemas en el futuro. En la aplicación del modelo a través del estudio empírico, ha sido posible aportar un instrumento en base a la utilización de algoritmo de agrupación que puede facilitar la toma de decisiones mediante la obtención de datos cualitativos a partir del diálogo con directivos o especialistas sobre determinado tema. Ello constituye una innovación y una herramienta útil para ser utilizada en los procesos de identificación de los grupos de interés. Además, el modelo sirve para establecer el nivel de relación entre los diferentes grupos de interés y obtener las correspondientes afinidades. El retículo de Galois pone de manifiesto de manera estructurada las afinidades existentes entre los distintos actores en relación a los grados de cumplimiento de los mismos. Asimismo permite tomar decisiones en función de las características que se consideren prioritarias en cada situación y momento. El resultado ha mostrado que los elementos $\{a, b, c, d\}$ fueron identificados como grupos de interés, mientras que conocemos el tipo de relación que cada uno ejerce sobre la empresa y las relaciones de afinidades existentes entre ellos. Consideramos que nuestra aportación servirá de soporte a futuras líneas de investigación en el campo de la sostenibilidad en las empresas y la aplicación de los modelos de la lógica borrosa.

AGRADECIMIENTOS

Luciano Barcellos de Paula es becario del MAEC-AECID.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilera, R.V.; Jackson, G. (2003) The Cross-National Diversity of Corporate Governance: Dimensions and Determinants. *The Academy of Management Review*, 28(3), 447–465.
- Alkhafaji, A.F. (1989) *A stakeholder approach to corporate governance: Managing in a dynamic environment*. New York: Quorum Books.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2009a) Proceso de selección de elementos que contribuyen al crecimiento sostenible de la empresa. In: *Proceeding of International Conference and Doctoral Consortium for ISEOR and Academy of Management*, held at Lyon, France, (1), pp. 773–788.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2009b) Algoritmos aplicados en la gestión sostenible de los recursos humanos. *Economic and Financial Crisis: “New challenges and Perspectives”*. In: *Proceeding of XV Congress of International Association for Fuzzy-Set Management and Economy (SIGEF)*, Lugo, Spain.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010a) The expertons method applied in the dialog with stakeholders. In: *Proceeding of the 2th International Conference on Computer Supported Education (CSEDU)*, held at Valencia, Spain, 7-10 April, 2010. Vol. I, pp. 402–406.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010b) Algorithm applied in the implantation of practices of eco-efficiency in the companies. *Current Development in Theory and Applications of Computer Science, Engineering and Technology*. Volume 1, Number 1, pp. 31–48.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010c) Algorithms applied in the sustainable management of human resources. *Fuzzy Economic Review*. Volume XV, Number 1, May.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010d) The theory of affinities applied to the suppliers' sustainable management. In: *Proceeding of the 10th International Conference Artificial Intelligence and Soft Computing*, Zakopane, Poland, June 13-17, 2010, pp. 461–467, Part II. Springer Berlin Heidelberg New York.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010e) Fuzzy logic algorithm applied in the corporate sustainability: analysis of an empirical study in the management of suppliers. *International Review on Computers and Software (IRECOS)*. Special Issue dedicated to the Advanced Artificial Neural Network Approaches with Applications to System Management, Vol. 5, number 4, pp. 460–463.
- Barcellos Paula, L.; Gil Lafuente, A.M. (2010f) Algorithm applied in the identification of stakeholders. In: *Proceeding of International Conference on Modeling and Simulation in Engineering, Economics and Management (AMSE)*, Barcelona, Spain, 15-17 July, 2010, Vol.3, pp. 257-264. World Scientific Publishing Co. Inc. New York.
- Brummer, J.J. (1991) *Corporate responsibility and legitimacy: An interdisciplinary analysis*. New York: Greenwood Press.
- Carroll, A.B.; Buchholtz, A.K. (1989) *Business and Society: Ethics and Stakeholder Management*. Southwestern Publishing Co., Cincinnati.
- Clarkson, M.B.E. (1991) Defining, evaluating, and managing corporate social performance: A stakeholder management model. In J. E. Post (Ed.), *Research in corporate social performance and policy*, pp. 331–358, Greenwich, CT: JAI Press.
- Courtillot, M. (1973) Structure cononique des fichiers. *A.I.E.R.-A.F.G.E.T*. Vol. 7. Enero, 2–15.

- Donaldson, T.; Preston, L.E. (1995) The Stakeholder Theory of the Corporation: Concepts, Evidence and Implications. *Academy Management Review*, 20(1), pp. 65–91.
- Elkington, J. (1998) *Cannibals with forks: the triple bottom line of 21st Century Business*. Oxford, U.K. Capstone Publishing Limited.
- Freeman, R. E. (1984) *Strategic Management: A Stakeholder Approach*. Pitman Series in Business and Public Policy.
- Freeman, R.E.; Evan, W. (1990) Corporate Governance: A Stakeholder Interpretation. *Journal of Behavioral Economics*, 19 (4), pp. 337–359.
- Frooman, J. (1999) Stakeholder Influence Strategies, *Academy of Management Review*, 24.2: pp. 191–205.
- Gil Aluja, J. (1996) *La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre*. Madrid: Ed. Centro de Estudios Ramón Areces.
- Gil Aluja, J. (1999) *Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre*. Editorial Milladoiro, Vigo, pp. 247–256.
- Gil Lafuente, A.M. (2001) *Nuevas Estrategias para el análisis financiero en la empresa*, Ariel Economía, pp. 390–393.
- Gil Lafuente, A.M.; Salgado Beltrán, L. (2005) Models for analysing purchase decision in consumers of ecologic products. *Fuzzy Economic Review*, X, pp. 47–62.
- Gil Lafuente, A.M.; Salgado Beltrán, L.; Subirá Lobera, E.; Beltrán, L.F. (2006) Teoría de efectos olvidados en el consumo sustentable de productos ecológicos. In: *Desarrollo sustentable: ¿Mito o realidad?*, pp. 223–240, Ed. Centro de investigaciones biológicas del noroeste, S.C. Mexico.
- Goodpaster, K.E. (1991). Business ethics and stakeholder analysis. *Business Ethics Quarterly*, 1(1), pp. 53–73.
- GRI (2006) *Guía para elaboración de Memorias de Sostenibilidad, versión G3*, Global Reporting Initiative. [En línea. Consultado 12/02/2010]. Disponible en http://www.globalreporting.org/NR/rdonlyres/54851C1D-A980-4910-82F1-0BDE4BFA6608/2729/G3_SP_RG_Final_with_cover.pdf
- GRI (2007) *Ciclo preparatorio para la elaboración de memorias de sostenibilidad GRI: Manual para organizaciones pequeñas y medianas*, Global Reporting Initiative, p. 26.
- Hamming, R.W. (1950) Error detecting and error correcting codes. *Bell System Technical Journal*, 26 (2): pp. 147–160.
- Hart, S.L.; Sharma, S. (2004) Engaging Fringe Stakeholders for Competitive Imagination. *Academy of Management Executive*, 18(1).
- Hill, C.W.L.; Jones, T.M. (1992) Stakeholder-Agency Theory. *Journal of Management Studies*, 29, pp. 131–154.
- Jawahar, I.M.; G.L. Mclaughlin (2001) Toward a Descriptive Stakeholder Theory: An Organizational Life Cycle Approach, *Academy of Management Review* 26.3: pp. 397–414.
- Kaufmann, A. (1987) *Les expertones*. Ed. Hermés. París.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1987) *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*, Barcelona, Hispano Europea, pp. 219–234.

- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1988) *Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Editorial Milladoiro, Vigo.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1991a) *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Ed. Universidad de Barcelona. Barcelona, epígrafe 6.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1991b) Seletion of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices. *Actas del Euro XI Congress O.R. Aachen*, 16-19 julio.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1992) *Técnicas de gestión de empresa: previsiones, decisiones y estrategias*. Editora Pirámide. Madrid, cap.10.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1993) *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Ed. Milladoiro, Santiago de Compostela, pp. 151–175.
- König, D. (1950) *Théorie der endlichen und unendlichen graphen*, 1916. Reimpreso posteriormente por Chelsea Publ. Co. Nueva York.
- Krick, T.; Forstater, M.; Monaghan, P.; Sillanpää, M.; Van der Lugt, C.; Partridge, K.; Jackson, C. y Zohar, A. (2005) From words to action. *The Stakeholder engagement Manual*. Vol. 2: The practitioner's handbook on stakeholder engagement. London. Accountability, United Nations Environment Programme, Stakeholder Research Associates Canada Inc.
- Lu, Lyy.; Wu, Ch.; Kuo, Tc. (2007) Environmental principles applicable to green supplier evaluation by using multi-objective decision analysis. *International Journal of Production Research*, 45(18–19), pp. 4317–4331.
- Mitchell, R.K.; Agle, B.R.; Wood, D.J. (1997) Toward a Theory of Stakeholder Identification and Saliience: Defining the Principle of who and what really Counts. *The Academy of Management Review*, 22(4), pp. 853–886.
- Mohn, R. (2005) *La responsabilidad social del empresario*. Galaxia Gutenberg, Círculo de Lectores. Barcelona, p. 90.
- Olcese, A.; Rodríguez Ángel, M.; Alfaro, J. (2008) *Manual de la empresa Responsable y Sostenible*. Madrid: McGraw-Hill.
- Orse, Csr Europe y Fonética (2009) *Diálogo con los grupos de interés. Guía práctica para empresas y stakeholders*. Mayo.
- Post, J.E.; Preston, L.E.; Sachs, S. (2002) Managing the Extended Enterprise: The New Stakeholder View. *California Management Review*, 45(1), pp. 5–28.
- Rodríguez, M.A.; Ricart, J.E.; Sánchez, P. (2002) Sustainable Development and the Sustainability of Competitive Advantage: A Dynamic and Sustainable View of the firm. *Creativity and Innovation Management*, 11.
- SAM; PWC (2009) *The Sustainability Yearbook 2009*. Sustainability Asset Management y PricewaterhouseCoopers. Zurich, p. 13.
- Wood, D. J. (1991) Social issues in management: Theory and research in corporate social performance. *Journal of Management*, 17, pp. 383–405.
- Yager, R.R. (1988) On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multi-Criteria Decision Making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 18, pp. 183–190.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (11). Páginas 91–113.
Junio de 2011. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=50>

Una propuesta de reforma del sistema de pensiones español basada en un modelo de contribución definida nocional

VALERO, DIEGO

Dpto. de Econometría, Estadística y Economía Española. Universitat de Barcelona
Correo electrónico: dvalero@ub.edu

ARTÍS, MANUEL

Dpto. de Econometría, Estadística y Economía Española. Universitat de Barcelona
Correo electrónico: manuel.artis@ub.edu

AYUSO, MERCEDES

Dpto. de Econometría, Estadística y Economía Española. Universitat de Barcelona
Correo electrónico: mayuso@ub.edu

GARCÍA, JAIME

Dpto. de Econometría, Estadística y Economía Española. Universitat de Barcelona
Correo electrónico: jgarciam@ub.edu

RESUMEN

Los sistemas occidentales de pensiones, y especialmente el español, se van a ver notablemente afectados por el proceso de envejecimiento poblacional que se está produciendo. Este artículo propone un modelo de pensiones para España que implica profundas reformas estructurales que garanticen el cumplimiento de los objetivos que un sistema de Seguridad Social persigue. La propuesta implica una combinación de vías para abordar esa reforma integral, que conduce básicamente al establecimiento de una pensión básica de carácter general financiada con impuestos, una pensión contributiva obtenida de la aplicación de un modelo de contribución definida nocional (CDN) y una tercera pensión derivada de un sistema complementario ocupacional de afiliación automática, al que hemos llamado sistema nacional de ahorro (SNA). Han sido realizadas proyecciones hasta el año 2039 y los resultados se presentan tanto en términos de pensión de jubilación (indicador de adecuación del modelo) como de gasto referido al PIB (indicador de viabilidad). El artículo analiza las magnitudes de equilibrio del sistema actual de Seguridad Social en España, pone de manifiesto su inviabilidad financiera en los términos actuales a medio y largo plazo y sugiere que, matemáticamente, un modelo como el propuesto es financieramente sostenible y a través del establecimiento de un período de transición, en el que los recursos actuales del Fondo de Reserva serían utilizados, puede adecuarse a las necesidades de la población.

Palabras clave: Seguridad Social; sistemas CDN; planes de pensiones complementarios; autoafiliación.

Clasificación JEL: H55; G23; C53.

MSC2010: 62P05; 91B14.

Artículo recibido el 1 de abril de 2011 y aceptado el 31 de mayo de 2011.

A Proposal for Reforming the Spanish Pension System Based on a Notional Defined Contribution Model

ABSTRACT

The western pension systems and especially the Spanish one will noticeably be affected by an aging of the population that is currently underway. This work proposes a pension model for Spain which would mean deep structural reforms that would guarantee meeting the objectives established by a Social Security system. Our proposal considers a reform that leads to the establishment of a general basic pension fund financed through taxes; a contributory pension fund reached by applying a notional defined contribution model (NDC); and thirdly, an occupational system based on an auto-enrollment system, which we have called the National Saving System (NSS). Projections have been done up to the year 2039 with conclusive results with regard to retirement pensions (indicating the suitability of the model) as well as the GDP relative cost (indicating viability). We analyze how the Spanish Social Security system is an unbalanced one. Our work reveals its lack of sustainability in financial terms, both in the medium and long term. We demonstrate how the new model we are proposing is financially sustainable, and along with a transition period in which the current resources from the Reserve Fund would be used, it would be suitable for the needs of the population.

Keywords: Social Security; NDC system; complementary pension plans; auto-enrollment.

JEL classification: H55; G23; C53.

MSC2010: 62P05; 91B14.



1. INTRODUCCIÓN

Este artículo propone un modelo de pensiones para España que implica profundas reformas estructurales, para garantizar el cumplimiento de los objetivos que un sistema de seguridad social persigue. Los sistemas occidentales de pensiones, y especialmente el español, se van a ver notablemente afectados por el proceso de envejecimiento poblacional que se está produciendo. La realidad muestra que la ratio de dependencia¹ que el modelo de Diamond-Samuelson adaptado por Heijdra y Van der Ploeg (2002) asume constante, es creciente, especialmente en países desarrollados. Ello, fundamentalmente por dos causas: i) el decrecimiento de la fertilidad (en sociedades desarrolladas se asume que son requeridos 2,1 hijos por mujer para estabilizar la población en ausencia de inmigración (Blake, 2006), lejos de las tasas actuales), y ii) el aumento en la longevidad.

Aunque hay diferentes opiniones acerca de si la longevidad continuará creciendo (Oeppen y Vaupel, 2002; Aaron y Schwartz, 2003; Olshansky *et al.*, 1990, 2001, 2005), Martins *et al.* (2005) deducen que no hay evidencia empírica de que se esté produciendo una deceleración en su ritmo de crecimiento. Las consecuencias del envejecimiento poblacional cuando el sistema de financiación de las pensiones es de reparto determinan una creciente ratio de dependencia, que a su vez conduce a un incremento de ahorro por los más jóvenes, toda vez que su expectativa de ingresos futuros derivados del sistema de reparto es indudablemente menor.

El modelo que se propone analizar para España es aplicable a la población cotizante y es una combinación de tres prestaciones: i) pensión básica de carácter público financiada a través de impuestos; ii) pensión en sistema CDN financiada con cotizaciones sociales; iii) pensión de sistemas complementarios ocupacionales de autofiliación, financiada con aportaciones de empresas y trabajadores y con subvenciones públicas para niveles bajos de renta. De forma extraordinaria, y para facilitar la transición, se sugiere la utilización del Fondo de Reserva de la Seguridad Social para financiar el modelo CDN, que es de reparto y generalizado para todos los cotizantes. En este artículo se plantea el esquema y se hacen algunas simulaciones basadas en información pública disponible sobre el actual sistema de Seguridad Social, utilizando ejemplos de perfiles medios de cotizantes. La modelización se realiza exclusivamente sobre la pensión de jubilación.

La estructura del artículo es la siguiente. En el apartado 2 se analiza el sistema actual de reparto en España y se comentan algunas de las magnitudes básicas para garantizar el equilibrio. En el apartado 3 se analizan algunas de las características básicas de un sistema de contribución definida nocional y en el apartado 4 se comenta el desarrollo de los sistemas complementarios ocupacionales. En el apartado 5 se examina con detenimiento el modelo propuesto en este trabajo y las hipótesis de partida. En el apartado 6 se presentan los principales resultados derivados de la aplicación de la metodología actuarial seleccionada. Finalmente, en el apartado 7 se analizan las principales conclusiones obtenidas en el trabajo realizado.

¹ La tasa de dependencia es la proporción estimada de población económicamente inactiva (65 años o más) sobre la población en edad de trabajar (15 a 64 años).

2. EL ACTUAL SISTEMA DE REPARTO EN ESPAÑA: MAGNITUDES DE EQUILIBRIO

Bajo determinadas condiciones, la rentabilidad de un sistema de reparto² es igual al crecimiento de la población activa más el crecimiento de la productividad (Samuelson, 1958). Siguiendo a Barr (2000), las condiciones de aplicación de un sistema de estas características requieren de un conjunto de requisitos³ que, aunque no se observan en su totalidad para España, no anulan la potencia de su análisis. En España, el crecimiento medio de la población activa en los últimos 10 años ha sido del 2,69%⁴ y el de la productividad del 0,79%⁵; en total, del 3,48%, y sin embargo la rentabilidad bruta que proporciona el sistema de pensiones para un caso medio es del 6,9% anual⁶, lo que pone de manifiesto la existencia de un desequilibrio latente en el sistema tal y como está concebido.

Otra forma de entender el equilibrio en un sistema de reparto es analizar la relación entre prestaciones y contribuciones, y relacionarlo con la tasa de dependencia. En el sistema de Seguridad Social español, las prestaciones suponen 1,9 veces en promedio el valor de las aportaciones (Artís *et al.*, 2009). El Aging Working Group, dependiente del Comité de Protección Social de la Unión Europea, en su último informe (AWG, 2009) estima que la proporción entre pensionistas y contribuyentes al sistema de Seguridad Social en España, que es del 37% en 2010, crecerá de forma notable a partir de 2030, en que será del 47%, y llegará a ser el 75% en 2050. Reelaborando esta información, la tasa inversa de dependencia (número de personas en edad de trabajar respecto del número de pasivos) en España en 2010 es del 2,7, en 2030 será del 2,12, y en 2050, del 1,33. Estos datos, que coinciden con las proyecciones del Gobierno de España (2010), situarían al actual sistema de reparto en desequilibrio a partir de la cuarta década del siglo presente, aproximadamente en el entorno del 2034. Según el citado informe, además, el incremento en el gasto derivado del envejecimiento en la Unión Europea será del 4,7% entre 2007 y 2060. La previsión para España casi duplica este crecimiento y lo estima cercano al 9%.

El envejecimiento de la población tiene notables repercusiones de toda índole, pero las de carácter económico son muy relevantes. Según Valero (2008) el crecimiento económico puede verse reducido en un punto del PIB comunitario en 2040, y en un 20% el PIB per cápita. El gasto en pensiones y asistencia sanitaria puede crecer entre 4 y 8 puntos del PIB en 2050, lo que en algunos Estados miembros va a significar duplicar el gasto. En la Tabla 1 se presentan los datos elaborados por el Gobierno español en el Informe Nacional de Estrategia (Gobierno de España, 2008) y corregidos en la Actualización del Programa de Estabilidad (Gobierno de España, 2010).

² Entendida como la tasa interna de rentabilidad que iguala el valor actual de los flujos de contribuciones y de prestaciones.

³ Que las autoridades puedan recaudar las contribuciones de forma efectiva, que haya una edad constante de retiro, que la población crezca, y que la longevidad se mantenga constante.

⁴ Cálculo elaborado a partir de las estadísticas del Instituto Nacional de Estadística (Encuesta de la población laboral española: Población activa 1996-2009).

⁵ Cálculo elaborado a partir de datos de la OCDE (*Labour productivity growth*).

⁶ Según cálculos propios, es la tasa interna de rentabilidad que equilibra contribuciones y prestaciones para el caso medio seleccionado en el estudio.

Tabla 1. Gastos e ingresos del sistema español de pensiones (% PIB)

Año	Pensiones	Cotizaciones	Pensiones (Feb. 2010)
2005	7,59	9,71	-
2010	8,34	9,86	8,90
2015	8,47	9,78	-
2020	8,64	9,74	9,50
2030	10,33	9,74	10,80
2040	13,39	9,74	13,20
2050	15,32	9,74	15,50
2060	14,11	9,74	15,10

Fuente: Gobierno de España (2008) y Gobierno de España (2010)

De los datos anteriores se puede observar cómo las curvas de ingresos y gastos se cruzan en la década de 2020 a 2030, según las últimas proyecciones del Gobierno español, concretamente en 2023 (Gobierno de España, 2010). El mayor impacto del envejecimiento se estima a partir de 2030, pero el sistema de pensiones ya habrá agotado el Fondo de Reserva en el año 2029. En este contexto, el envejecimiento tendrá mayor repercusión en una situación en la que ya existirá déficit en el sistema público de pensiones.

3. EL MODELO DE CONTRIBUCIÓN DEFINIDA NOCIONAL

La dificultad creciente de los sistemas convencionales de reparto para conseguir un equilibrio intertemporal, y la incidencia del envejecimiento poblacional, han facilitado el análisis y desarrollo de nuevos planteamientos sobre el diseño y la financiación de los sistemas de pensiones. Se hace necesario crear nuevos conceptos y diseñar nuevos productos para lograr una eficiente acumulación durante el ciclo de vida (Gora y Palmer, 2003). Uno de los modelos más sólidos que se están desarrollando es el de Contribución Definida Nocial (CDN). De hecho, durante los últimos años, Suecia, Italia y Letonia han adoptado distintas variantes de modelos (Holzmann y Palmer, 2006).

Aunque Boskin *et al.* (1988) ya introducen la idea, no hay investigación analítica que haya valorado estrictamente el funcionamiento de los modelos CDN, muy especialmente en el contexto de economías con poblaciones que envejecen con rapidez, con excepción de Lu *et al.* (2008) para el caso japonés. La mayoría de estudios han sido fundamentalmente descriptivos (Brooks y Weaver, 2004; Disney, 1999; Fox y Palmer, 2001; Palmer, 2006; Williamson y Williams, 2003), aunque también hay otros con rigurosos planteamientos económicos (Feldstein, 2001; Settergren y Mikula, 2005, Valdés-Prieto, 2000). Algunas ideas recientes sobre el sistema CDN han sido recogidas en Holzmann y Palmer (2006).

En sí, la idea básica de un sistema CDN es separar la pensión pública de reparto en dos componentes: una estrictamente actuarial, la pensión determinada a través del sistema CDN propiamente dicho y funcionando como un sistema de reparto, pero mimetizando el esquema de un sistema de capitalización de contribución definida (CD); la otra, de carácter redistributivo y financiada con impuestos (Barr, 2006). Para determinar la componente actuarial, se determina la contribución de

un porcentaje del salario que se acredita en una cuenta individual nocional. Esta cuenta nocional se revaloriza periódicamente con un tipo de interés nocional, de manera que en el momento de la jubilación la cuenta nocional se convierte en una renta vitalicia. No obstante, el sistema sigue siendo de reparto; de hecho, los sistemas CDN muestran que un sistema de reparto puede tener tanta componente actuarial como queramos (Barr, 1987), lo que en la práctica implica que la seguridad social no es necesariamente redistributiva.

Para Lu *et al.* (2008) el sistema CDN es, básicamente, un sistema de jubilación de CD no prefinanciado, que asigna una tasa de rentabilidad a las cotizaciones, normalmente asociada al crecimiento salarial global, mientras que contablemente se registra la capitalización teórica de esas cotizaciones. Finalmente, las prestaciones se computan en función de la mortalidad prevista para cada cohorte cuando alcanza la jubilación. Borsch-Supan (2006) incide en este aspecto contable de los sistemas CDN, recordando que realmente son sistemas de reparto tratados como si fueran de CD. Lindbeck y Persson (2003) ponen de manifiesto que, aún siendo reparto, los derechos de propiedad sobre las futuras prestaciones son más sólidos en los sistemas CDN.

Algunas de las propiedades de un sistema CDN (Palmer, 2006) son: i) en cualquier momento el valor actual de las prestaciones realizadas por una persona equivale al monto acumulado en su cuenta; ii) para mantener una tasa fija de contribución al sistema los activos acumulados deben ser mayores o iguales que las obligaciones; iii) las prestaciones del modelo se otorgan como renta vitalicia, de forma que se tiene en cuenta la esperanza de vida en la jubilación. Así, los efectos de cambios demográficos o económicos se acomodan endógenamente en el esquema y en cada cohorte, pues la tasa nocional ajusta el capital nocional durante el periodo de acumulación y el de pago, y la renta vitalicia que se satisface tras la jubilación ajusta los cambios en la esperanza de vida de la cohorte (Blake, 2006).

En resumen, para la persona afiliada, un sistema CDN es como si fuera un plan de ahorro con una rentabilidad fijada exógenamente pero no dependiente de los rendimientos de mercado. La referencia más habitual en la práctica está siendo el crecimiento del PIB. Este sistema implica que no existe redistribución ni solidaridad inter ni intrageneracional. Sin embargo sigue siendo un modelo de reparto en el que el gobierno estipula tanto la cotización como la tasa de rentabilidad con la que se retribuyen las cotizaciones (tipo de interés nocional). La modalidad de pago es una renta vitalicia con algún grado de indexación, por lo general, al crecimiento de los precios.

Lu *et al.* (2008) apuntan algunas de las ventajas que el modelo de CDN tiene respecto a los sistemas tradicionales de reparto, en especial su sostenibilidad frente al envejecimiento poblacional, al establecer normas precisas sobre cotizaciones y prestaciones. Actuarialmente hablando, el sistema CDN también es más justo que la mayoría de sistemas de reparto de prestación definida (PD). Y, puesto que este tipo de reformas define una prestación actuarialmente justa a cada participante, Borsch-Supan (2004) argumentan que su atractivo económico político podría restablecer la confianza pública y mejorar la credibilidad de todo el sistema. Barr (2006) discrepa al respecto de la

sostenibilidad, pues considera que la variable central es el nivel de riqueza nacional, no el método específico de financiación de las pensiones. Un sistema CDN *per se* no incrementa la riqueza, pero la ventaja que tiene es que puede ajustar las pensiones, cotizaciones o edad de jubilación de forma cuasi endógena, lo que implícitamente supone contribuir a la sostenibilidad: si el sistema público es insostenible, la única solución es ajustarlo para hacerlo viable. Para ello, un sistema CDN puede ayudar a reducir pensiones hasta llegar a un nivel sostenible.

No obstante, el sistema CDN también presenta algunos inconvenientes entre los que cabe destacar el hecho de que vele básicamente por la distribución del consumo y el aseguramiento, y no tanto por los otros dos objetivos propios de un sistema de pensiones, que son la reducción de pobreza y la redistribución. No siempre es sencillo en estos sistemas estimar las prestaciones que de ellos se derivan.⁷ Algunos autores sostienen que los sistemas CDN no son totalmente neutrales frente a los cambios demográficos, no absorben de forma automática los cambios en la productividad y su sostenibilidad financiera a corto plazo no está garantizada salvo en condiciones de crecimiento constante de la productividad y nivel fijo demográfico (Vidal *et al.*, 2002). También Devesa *et al.* (2002, 2001) ponen de manifiesto que si el tipo de interés nocional es inferior a la rentabilidad de mercado para fondos de pensiones los afiliados al sistema pueden sentir que existe un coste implícito equivalente a la diferencia entre ambos tipos. Un sistema de estas características, basado en una estricta relación actuarial, no es óptimo para instrumentar todo el modelo de seguridad social (Barr, 2006). Otro de los inconvenientes de este sistema es su incapacidad para diversificar riesgos entre grupos de población. Una cohorte que experimente una larga depresión económica pagará menos dinero y recibirá menos prestaciones de jubilación que una cohorte con un historial de cotizaciones más sólido. Asimismo, una cohorte que reciba escasos rendimientos del sistema estará en situación de desventaja respecto a una cohorte que reciba elevados rendimientos del sistema (Lu *et al.*, 2008).

En este artículo presentamos una propuesta para intentar evitar algunos de los inconvenientes planteados. El sistema CDN puede ser una parte del sistema de pensiones, pero no todo el sistema. Desde nuestro punto de vista, es necesaria la existencia de redes de seguridad (pensiones mínimas en nuestra propuesta, exógenas al sistema CDN). Barr (2006) añade un par de requisitos para la implementación de un sistema CDN: debe haber en el país en cuestión una distribución de ingresos dispar para hacer que la distribución del consumo a lo largo de la vida sea relevante (si es un país pobre, en el que la pensión mínima es cercana a la media de salarios, sistemas vinculados a los salarios tienen poco sentido). Por otra parte, el gobierno debe tener suficiente capacidad, en términos económicos, para mantener estabilidad macro, en términos políticos, para que sus promesas de pensión en el largo plazo sean creíbles, y en términos institucionales, para recaudar, contabilizar y mantener la información a lo largo de los años.

⁷ Aunque es posible instrumentar sistemas que permitan facilitar información suficiente a los afiliados sobre su prestación estimada, reduciendo entonces la indeterminación que de un modelo de estas características se puede esperar.

3.1 Uso del fondo de reserva para la transición

Un sistema de CDN sin fondos adicionales puede no llegar a ofrecer tasas de sustitución adecuadas, dado el nivel del envejecimiento creciente que se está produciendo. Desde este punto de vista, en el modelo que presentamos planteamos que las reservas acumuladas por el sistema de seguridad social sean parte de la financiación del nuevo sistema. Lu *et al.* (2008) demuestran que en la transición a una sociedad de edad más avanzada en Japón se requiere que las reservas de la seguridad social estén disponibles para complementar el modelo CDN y generar prestaciones de jubilación que sean realistas desde el punto de vista de política económica y social.

No obstante, resulta imprescindible prestar especial atención a la gestión de esos fondos de reserva para mejorar el nivel de la tasa de sustitución de las prestaciones con el transcurso del tiempo. Carmichael y Palacios (2003) señalan la conveniencia de que la política de inversión sea establecida por un Consejo de Administración plenamente documentado, que identifique todos los riesgos relevantes y cómo se van a medir, que supervise y gestione, que defina los criterios de selección de gestores, y que la política seguida esté disponible para todos los afiliados de forma comprensible.

En la práctica, la gestión de las reservas de los fondos de pensiones varía de un país a otro, y los rendimientos obtenidos no suelen cubrir las tasas de depósito bancario. Nuestra recomendación para el Fondo de Reserva de la Seguridad Social en este sentido es que se profesionalice la gestión, simplificando los distintos órganos que la normativa actual estipula. Sugerimos la existencia de un Consejo de Administración con representación tripartita de Estado, trabajadores y empresarios (que son los que financian el sistema), y un órgano ejecutivo profesional que elabore una política de inversiones pensando en el rendimiento y seguridad de las inversiones.

El Fondo de Reserva puede ser utilizado para suavizar el proceso de transición de forma que mejore las pensiones que inicialmente resultarían para las próximas generaciones de jubilados.

4. DESARROLLO DE SISTEMAS COMPLEMENTARIOS OCUPACIONALES

Las reducciones fiscales ofrecidas a los promotores y partícipes de planes de pensiones ocupacionales han sido una de las causas del crecimiento de estos sistemas en la segunda mitad del siglo XX (Munell, 1982). No ha sido así de forma generalizada en España, en dónde las personas que tienen planes de pensiones complementarios en sus empresas suponen el 14,35%⁸ de la población activa, y se localizan especialmente en el entorno de grandes empresas. Las pequeñas y medianas empresas, que es dónde se genera gran parte del empleo, han quedado al margen de estos procesos.

Genéricamente hablando, al Estado le podría interesar también el desarrollo de los sistemas complementarios para facilitar que las pensiones globales se ajustasen a lo esperado, incentivando el ahorro en los trabajadores de menor salario, y contemplando que estos sistemas fuesen una fuente de

⁸ Según datos de Inverco, INE y Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones para 2009, sumando partícipes de planes de pensiones de empleo y asegurados en contratos colectivos que cubren la jubilación. Pueden existir redundancias, por lo que la cifra presentada puede ser inferior.

ingreso fiscal cuando la pirámide poblacional se invierta. En este sentido, podría contemplarse la implementación de modelos de afiliación automática de los trabajadores.

En el año 2012 entrará en vigor en el Reino Unido el *National Pensions Savings Scheme*, un sistema de ahorro para la jubilación que se basa en dos principios, la autoafiliación y la opción por defecto.⁹ Se pretende que sea un sistema de bajos costes y que amplíe el rango de trabajadores afiliados y de cuantía de las pensiones. Se contempla una financiación tripartita en la que el empleado aporta un 4% de su salario, el empleador un 3% y el Estado, por vía de deducciones fiscales, un 1% adicional. El empleado puede optar por salir del sistema si así lo prefiere. Este sistema comprende a todos los trabajadores a partir de los 22 años de edad y está abierto también para los empleados autónomos. Este sistema, recientemente adoptado también en Irlanda, es una mimetización del llamado *kiwisaver*, el sistema neozelandés de ahorro para la jubilación.

Nuestra propuesta parte de establecer un sistema similar en España, con porcentajes de contribución que sean compatibles con los costes que genera el sistema de Seguridad Social público, y con prestaciones que complementen razonablemente ese sistema público. Los sistemas existentes cuyos niveles prestacionales sean superiores a los propuestos por el nuevo sistema de ahorro se mantendrían en sus actuales términos, y los que no alcanzaran los niveles del nuevo sistema deberían modificarse al alza. En nuestra opinión debería implantarse con un calendario transitorio, que permita en un plazo no muy amplio y concordante con los de las otras reformas propuestas alcanzar la contribución estipulada en el sistema. Para niveles salariales por debajo de límites concretos se plantearía un esquema de subvenciones públicas que permita que los colectivos a los que se pretende favorecer con estos sistemas puedan acumular derechos sin menoscabo relevante en su nivel de vida¹⁰. En cualquier caso debería existir un máximo de salario sobre el que calcular las aportaciones (en Reino Unido son 33.500£ anuales), pues lo que pretende este sistema es incentivar el ahorro para la jubilación en los colectivos más desprotegidos habitualmente, personas jóvenes, personas con bajos salarios y mujeres. Estos sistemas plantean la existencia de diversas opciones de inversión, pero siempre con una por defecto, con libre competencia entre gestores de fondos, pero con costes de administración limitados por ley, y con un supervisor específico para este producto.

El tratamiento fiscal para los sistemas complementarios es un elemento importante, aunque no necesario, para su desarrollo. Ahora bien, lo que si resulta fundamental es que ese tratamiento fiscal favorable lo sea para el cobro en forma de renta vitalicia. Davidoff *et al.* (2005) muestran que incluso con mercados de rentas vitalicias incompletos, es óptimo para los individuos transformar una considerable parte de su riqueza en renta vitalicia. El sistema fiscal que opera en España, al igual que en la mayoría de países con este tipo de sistemas de pensiones complementarios, es el llamado EET,

⁹ Mitchell y Utkus (2004) demuestran su capacidad de mejorar los niveles de afiliación y contribución.

¹⁰ A modo de ejemplo, se podría plantear un esquema en el que por debajo de salarios brutos de 12.000 euros anuales la subvención pública fuera total y en un escalado hasta los 18.000-20.000 euros anuales, a partir de los cuales no existiría subvención.

modelo que responde a la no tributación en el período de acumulación (ni contribuciones ni intereses), y tasación en la recuperación de los fondos. Tepper y Affleck (1974), Black (1980) y Tepper (1981) muestran que los sistemas EET proporcionan incentivos muy fuertes para dotar sistemas de pensiones complementarias. Nuestra recomendación es mantener el esquema EET, pero con una tasación baja al percibir la prestación en forma de renta vitalicia.

5. EL MODELO PROPUESTO: UN MODELO MIXTO DE PENSIONES

El modelo que proponemos utiliza CDN como eje central de la reforma del sistema de pensiones, pero complementando sus aspectos más débiles comentados en los apartados anteriores, es decir, garantizando el alcance de pensiones para toda la población activa, y que estas pensiones sean adecuadas, especialmente en el proceso de transición entre sistemas. La prestación total bajo el modelo propuesto se calcula a partir de adicionar los siguientes conceptos:

a) Pensión básica a cargo de impuestos para todos los afiliados al sistema de Seguridad Social

Corresponde a la pensión no contributiva actual. Para determinar el coste correspondiente en relación al PIB (que expresamos PB_t) se acude al número de pensionistas en cada momento t , de forma que

$$PB_t = PNC_t \cdot PJ_t / PIB_t$$

siendo PNC_t la pensión no contributiva en el año t y PJ_t el número de pensionistas por jubilación en dicho año.

b) Pensión CDN a cargo de cotizaciones sociales en esquema de reparto

Deriva de la capitalización de la aportación realizada. El capital acumulado se transforma en una renta equivalente atendiendo a la siguiente tasa actuarial:

$$a_{x:n} = \sum_{t=1}^n {}_tP_x \cdot V^t \cdot (1+b)^{ent(t/12)} + r \left(\sum_{t=1}^n {}_tP_y \cdot V^t \cdot (1+b)^{ent(t/12)} - \sum_{t=1}^n {}_tP_x \cdot {}_tP_y \cdot V^t \cdot (1+b)^{ent(t/12)} \right)$$

con $a_{x:n}$ el valor actual actuarial de una renta unitaria pospagable, mensual, de duración n meses, creciente anualmente a una tasa b , con posible reversión en caso de fallecimiento; x la edad del asegurado; y la edad del beneficiario en caso de reversión; n la duración de la renta en meses, para rentas vitalicias n será la edad final de la tabla de mortalidad aplicada, r el porcentaje de reversión de la renta en caso de fallecimiento del asegurado; ${}_tP_x$ la probabilidad de que el asegurado vivo en x llegue vivo a $x+t$; ${}_tP_y$ la probabilidad de que el beneficiario vivo en y llegue vivo a $y+t$; y finalmente $V^t = (1+i)^{-t}$ el factor de actualización.¹¹

¹¹ Dado que nuestro análisis se centra en la pensión de jubilación y la técnica actuarial habitualmente considera la pensión de viudedad derivada de jubilación como una componente del proceso de capitalización actuarial, hemos considerado en el modelo y en la formulación rentas actuariales sobre dos personas. Ello en ninguna

c) Pensión Sistema Nacional de Ahorro (SNA)

A cargo de contribuciones de empresarios y trabajadores a un sistema complementario. La pensión del sistema de autofiliación deriva de la capitalización de la aportación realizada. La tasa actuarial de transformación del capital acumulado en una renta equivalente es idéntica a la considerada en el sistema de Contribución Definida Nocional.

Es importante destacar que en el modelo, la pensión CDN y la pensión SNA serán financiadas con idéntico coste que la actual pensión de jubilación, según los cálculos que realizamos y atendiendo en todo caso a la capacidad de financiación propia del sistema. En el trabajo modelizamos de forma simplificada el sistema público de pensiones actual y el nuevo sistema propuesto, según un entorno de hipótesis razonables, y un individuo con salario, carrera profesional y de cotización en la media de los cotizantes españoles. No obstante, la variabilidad a futuro que podemos tener en los distintos aspectos tratados en el modelo es considerable. Sin embargo, en este trabajo se pretende ofrecer una ilustración sencilla, razonada y coherente de la posible evolución del actual sistema y de la reforma propuesta, delimitando una línea de estudio que requerirá de una profundización mayor, contando con datos de cotizantes y pensionistas del sistema de Seguridad Social, con sus respectivos historiales de cotización y pensiones percibidas.

5.1 Hipótesis del modelo

Se formulan unas hipótesis globales y otras específicas para proyectar el modelo actual de pensiones y el modelo mixto propuesto.

Hipótesis globales:

- *Número de pensiones de jubilación:* Estimación propia basada en el número de pensiones de jubilación en 2009 y la evolución a futuro de la pirámide de cotizantes y pasivos del sistema actual.
- *Número de cotizantes:* Se mantiene estable a lo largo del tiempo en consonancia con lo previsto en el Informe del Gobierno de España (2008).
- *Ratio entre número de pensiones de jubilación y cotizantes:* La ratio se obtiene de cálculos propios pero se contrasta con las hipótesis del Informe AWG (2009) para garantizar que nuestras hipótesis de evolución son aceptables en el marco del citado informe.
- *Evolución del PIB:* Se considera el crecimiento medio de los últimos 5 años (período 2005-2009) expresado en términos nominales, lo que significa un 5,9% anual.

Hipótesis propias del modelo actual de pensiones:

- La *pensión de jubilación media* utilizada es la del año 2009 atendiendo a la información ofrecida en los presupuestos de la Seguridad Social para el año 2010. Esta pensión crece a una

manera colisiona con las prestaciones de viudedad y orfandad en activo, o de incapacidad, que no han sido consideradas en el modelo.

tasa equivalente al incremento medio que ha experimentado entre 2005 y 2009, que es del 5,5% anual.

- La *cotización media al sistema* evoluciona con la misma tasa que el PIB (5,9% anual).
- La *parte de cotización destinada a cobertura de jubilación*, dado que la Seguridad Social no proporciona esta información, se estima a partir de una muestra disponible de 2.550 cotizantes: se calcula la prima media individual que cubriría las prestaciones medias de fallecimiento e incapacidad para la muestra con técnicas actuariales y en función de hipótesis de mercado.¹²
- Se considera una *edad de jubilación* de 67 años.

Hipótesis propias del modelo propuesto:

- *Pensión básica*: se considera como pensión inicial la pensión no contributiva de jubilación del año 2009 (4.416,30 euros anuales) y se incrementa según la tasa de crecimiento medio experimentada en el período 2005-2009, que es el 4,3%.
- La *cotización al sistema CDN* equivale a la mitad de la cotización destinada en 2009 a jubilación en el sistema actual
- *Tipo de interés nocional* (tasa a la que se retribuye la contribución para la Pensión CDN): equivale a la tasa de crecimiento nominal del PIB, es decir, 5,9%.
- La *contribución al SNA* será del 50% de la cotización para financiar la pensión de jubilación en el sistema actual.
- *Tipo de interés para el SNA*: se supone un punto porcentual por encima del crecimiento del PIB, es decir, 6,9% nominal.
- *Conversión del capital nocional y del capital acumulado en el SNA*: edad de jubilación de 67 años, tablas de mortalidad de la población española PERMF2000P, tipo de interés técnico 5,0%, reversión al cónyuge superviviente del 50%, revalorización de la pensión del 2,0% anual.

5.2 Proyecciones

Para evaluar la viabilidad del modelo propuesto se han proyectado los resultados del mismo hasta el año 2039, y para poder comparar, se han efectuado igualmente proyecciones sobre el sistema actual hasta la misma fecha. Como ya se dijo, el estudio se refiere exclusivamente a la pensión de jubilación, que es la prestación fundamental del sistema, la que más recursos absorbe, y la que tiene mayor impacto social.

La comparación entre modelos se ha realizado en términos de pensión inicial de jubilación, para comprobar que la cobertura puede ser igual o mayor con el nuevo modelo propuesto, y también

¹² Base técnica de una póliza representativa actualmente en vigor. Tipo de interés técnico para capitales de cobertura del 4%, gastos y recargos aplicados del 6,3%, tasas de incapacidad profesional y absoluta basadas en la Orden Ministerial de 1977 recargadas.

en términos de gasto total sobre PIB, de forma que el coste global pueda mantenerse menor o igual al previsto en el sistema actual.

Todos los cálculos realizados han sido proyectados al año 2039 en intervalos quinquenales desde 2009. A su vez todas las proyecciones, salvo las que expresamente se indica lo contrario, se han realizado mediante un proceso de capitalización financiera del valor inicial con la tasa de crecimiento establecida para cada variable. El proceso de cálculo para determinar las bases demográficas ha sido:

1. Proyección del número de pensiones de jubilación hasta 2039. La estimación de la evolución de estas pensiones parte de la cifra real observada en España en 2009, cifrada en 5.093.405.
2. Proyección del número de cotizantes en 2009, cifrado en 19.129.200.
3. Proyección del crecimiento del PIB, también partiendo del dato real en 2009, de 1.117 millones euros.
4. Cálculo de la ratio de dependencia en cada período quinquenal (cotizantes/pensiones jubilación), y comparación con los proyectados por el estudio AWG (2009).

Para evaluar el modelo actual de pensiones, el procedimiento ha sido el siguiente:

1. Proyección de la pensión media de jubilación del año 2009, cifrada en 11.969,30 euros anuales. El coste total de la pensión de jubilación se calcula multiplicando la proyección de pensión media por la proyección de número de pensiones, y se determina lo que supone este coste en términos de PIB proyectado en cada período. Esto nos proporciona el coste total del sistema.
2. A partir del dato de cotización media en 2009 (4.995 euros anuales) se estima qué parte de esta cotización corresponde técnicamente (deduciendo el coste derivado de prestaciones de incapacidad y fallecimiento, que se calculan sobre la muestra) a la pensión de jubilación: 3.813 euros anuales, lo que supone un 76,3% del total. Ambas cifras se proyectan, lo que permitirá conocer el coste absoluto de la financiación de la pensión de jubilación, al multiplicar la cotización media destinada a jubilación por el número de cotizantes.
3. Se calcula el coste absoluto en términos de PIB, un 6,5%, lo que nos dará la capacidad total de financiación del sistema considerando invariables los tipos de cotización sobre los que se contribuye al sistema.

La prestación que podrá otorgar el sistema en el tiempo no será la que resulta del cálculo de la pensión de jubilación media proyectada, sino que esa pensión media deberá ponderarse por la capacidad de financiación del sistema. La pensión que consideramos por tanto a efectos de comparación con el nuevo sistema es la que llamamos *pensión ponderada*, que es aquella parte de pensión de jubilación que puede ser financiada en el futuro exclusivamente con las cotizaciones de los

afiliados al sistema, pues partimos de la hipótesis de que no es sostenible a largo plazo un sistema que no pueda autofinanciarse.

La evaluación del nuevo sistema (pensión básica más pensión CDN más pensión SNA) se proyecta hasta el año 2034, fecha de jubilación promedio de la muestra en estudio, y se estima como sigue:

1. La pensión básica es equivalente a la actual pensión no contributiva, extensiva a todos los cotizantes. Se proyecta la pensión media y su coste, como producto de esa pensión media y el número de pensiones en cada momento, y se determina su proporción respecto al PIB.
2. La pensión CDN es producto de la capitalización de la aportación a este sistema de una cantidad equivalente al 50% de la cotización destinada actualmente a financiar la pensión de jubilación (es decir, un 3,25%).
3. La pensión SNA es igualmente el producto de capitalizar el restante 50% de la cotización destinada actualmente a financiar la pensión de jubilación (un 3,25%).

Tanto en términos de pensión agregada media de los tres sistemas, como en términos de PIB, se compara la pensión del nuevo sistema propuesto con la pensión ponderada.

6. RESULTADOS

La evolución esperada del número de pensiones de jubilación, del número de cotizantes, de la ratio de dependencia y del Producto Interior Bruto en España, utilizando como datos de partida los presentados en el Presupuesto de la Seguridad Social del año 2010, aparecen en la Tabla 2. Como hemos señalado anteriormente, las proyecciones se han realizado hasta el año 2039, y los resultados se presentan quinquenalmente.

Tabla 2. Evolución demográfica y del Producto Interior Bruto

Año	Número de pensiones de jubilación (PJ_t)	Número de cotizantes (CF_t)	Ratio de dependencia	PIB (Miles de MM €)
2009	5.093.405	19.129.200	3,8	1.117,62
2014	5.621.533	19.000.000	3,4	1.486,29
2019	6.549.387	19.000.000	2,9	1.977,68
2024	7.917.682	19.000.000	2,4	2.631,53
2029	9.603.888	19.000.000	2,0	3.501,54
2034	11.438.244	19.000.000	1,7	4.659,19
2039	13.336.124	19.000.000	1,4	6.199,57

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del Ministerio de Trabajo e Inmigración (2010). MM indica millones de euros.

La proyección del número de pensiones de jubilación, PJ_t se calcula según la expresión:

$$PJ_t = (PJ_{t-5} \cdot RSP) + (CP_{(65-(t-2009),65-(t-2013))} \cdot RSC), \quad t = 2014, 2019, 2024, \dots, 2039$$

siendo PJ_t el número de pensiones de jubilación para cada quinquenio objeto de estimación (dato real observado en 2009 igual a 5.093.405 pensiones); CP_t el número de cotizantes a pasado (corresponde a los segmentos de edad de la pirámide poblacional de cotizantes del año 2009, los cuales irán accediendo a la jubilación en el año t). RSP y RSC son las ratios de salida de pasivos y de cotizantes, respectivamente (en el modelo expuesto se fijan en el 94% y 96%, respectivamente, obtenidos a partir de la experiencia). En suma, lo que se hace es estimar el número de pensiones de jubilación en cada quinquenio objeto de análisis como la suma de las pensiones de jubilación del período inmediatamente anterior, por la probabilidad de seguir en el colectivo de pasivos (medida por RSP), más el número de cotizantes que llega a la jubilación, también ponderado por la probabilidad de ocurrencia, que se mide por RSC .

El número de cotizantes a futuro, CF_t , se supone constante e igual a 19 millones de personas, a partir del dato observado en 2009 y como ya se indicó en las hipótesis del modelo, se ha aplicado la proyección oficial (Gobierno de España, 2008). La columna que describe la evolución de la ratio de dependencia (CF_t/PJ_t), ha sido contrastada con los datos procedentes del informe AWG (2009), comprobándose la coherencia entre ambas ratios, calculadas de forma diferente. Esto nos sirve para validar las estimaciones previas de las ratios RSP y RSC hipotetizadas. Esta ratio muestra la clara disminución de su valor, cuyas consecuencias se ven en los resultados de las proyecciones del coste de la pensión de jubilación y la capacidad de financiación de esa pensión, detallados en las Tablas 3 y 4 siguientes, reflejando la insuficiencia de recursos para hacer frente a las pensiones comprometidas en la actualidad. La Tabla 3 muestra la estimación del coste de la pensión de jubilación en el modelo actual. El porcentaje del PIB correspondiente al coste de la prestación de jubilación se ha calculado teniendo en cuenta la relación entre el producto de la pensión estimada para cada periodo y el número de pensiones en el numerador, y el PIB estimado para dicho periodo en el denominador.

Tabla 3. Coste del sistema actual de pensiones

Año	Pensión de jubilación media anual	Coste pensiones de jubilación (en MM de €)	% PIB
2009	11.969,30	61,0	5,5%
2014	15.628,37	87,9	5,9%
2019	20.406,05	133,6	6,8%
2024	26.644,28	211,0	8,0%
2029	34.789,56	334,1	9,5%
2034	45.424,91	519,6	11,2%
2039	59.311,53	791,0	12,8%

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del Ministerio de Trabajo e Inmigración (2010)

La financiación necesaria para asumir ese coste y la capacidad de financiación del sistema aparecen en la Tabla 4. La cotización total destinada a las pensiones de jubilación se establece como:

$$CT_t = CF_t \cdot (CM_t - 539,66 - 642,85) \quad t = 2014, 2019, 2024, \dots, 2039$$

siendo CF_t el número de cotizantes a futuro; CM_t la cotización media atendiendo al Presupuesto de la Seguridad Social (para el año 2009 corresponde a 4.995 euros/año y su proyección a futuro se realiza a igual ratio que la tenida en cuenta en la evolución prevista del PIB); 539,66€ es la prima de fallecimiento obtenida en la muestra y en base a la prestación media de viudedad de la Seguridad Social; 642,85€ es la prima de incapacidad obtenida en la muestra y en base a la prestación media por incapacidad permanente total de la Seguridad Social.

La capacidad total de financiación en relación al PIB (CT_t/PIB_t) bajo el modelo propuesto se mantiene constante a lo largo del tiempo en el 6,5%. La pensión de jubilación ponderada se calcula multiplicando la pensión de jubilación media en cada periodo (Tabla 3) por el cociente entre la capacidad total de financiación en relación al PIB y el porcentaje del PIB correspondiente al coste de la prestación de jubilación. Este es un dato relevante para comprender mejor los resultados de nuestro estudio: el 6,5% se mantiene constante por las hipótesis utilizadas, pero si el número de cotizantes fuera creciente, este porcentaje también crecería. Muestra cuál es el gasto en pensiones de jubilación que se pueden financiar exclusivamente con cotizaciones sociales, de ahí que, la pensión de jubilación que teóricamente se debería recibir (la segunda columna de la Tabla 3), se vea minorada en la proporción necesaria para que el gasto total en pensiones de jubilación no supere el 6,5%.

Tabla 4. Financiación del sistema actual de pensiones

Año	Cotización media anual (CM_t)	Cotización media destinada a pensión jubilación	Cotización total destinada a pensiones de jubilación (en MM de €) (CT_t)	% PIB	Pensión jubilación ponderada
2009	4.995,01	3.812,50	72,9	6,5%	
2014	6.646,42	5.072,96	96,4	6,5%	17.145,89
2019	8.843,81	6.750,14	128,3	6,5%	19.582,39
2024	11.767,68	8.981,82	170,7	6,5%	21.553,60
2029	15.658,21	11.951,31	227,1	6,5%	23.644,07
2034	20.835,01	15.902,56	302,1	6,5%	26.415,65
2039	27.723,31	21.160,14	402,0	6,5%	30.146,89

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del Ministerio de Trabajo e Inmigración (2010)

Como puede observarse en las tablas anteriores, se prevé que en el año 2039 el coste de las pensiones de jubilación represente el 12,8% del PIB en España, cifra ligeramente inferior a la presentada en el Informe de Estrategia (Gobierno de España, 2008), que es del 13,39% sobre el PIB para el conjunto del gasto en pensiones. También puede observarse que se está produciendo un trasvase de recursos en el sistema de jubilación a las prestaciones de incapacidad y fallecimiento. El gasto según los Presupuestos de la Seguridad Social para 2009 para las pensiones de jubilación supone un 66,3% (63.000 millones de euros referidos a 95.000 millones de gasto total) y de acuerdo con nuestras estimaciones, teniendo en cuenta la muestra utilizada, la reducción actuarial derivada de las

prestaciones de incapacidad y fallecimiento es de un 23,7%, lo que implica que el porcentaje de gasto total destinado a pensiones de jubilación debería ser del 76,3%.¹³

Con la previsión de crecimiento del PIB (que es la misma que la del incremento en la cotización), y del mantenimiento del número de cotizantes a lo largo del periodo de estudio, que es también la estipulada en el Informe del Gobierno de España (2008), el coste que supone la financiación de la pensión de jubilación se mantiene constante en un 6,5% del PIB, que es el techo de financiación que el sistema puede soportar sin aumentar las contribuciones. Como el gasto total de las pensiones de jubilación obtenidas a partir de la proyección de la pensión actual es notablemente mayor (alcanzando el 12,8% del PIB en el 2039), se aplica una reducción proporcional de la pensión de jubilación, de forma que ésta se limite a aquello que puede ser financiado con un coste del 6,5% del PIB. Para el año 2039 la pensión teórica sería de 59.311,53 euros/año, pero la capacidad máxima del sistema la reduciría a 30.146,89 euros/año, un 49% menos (columna “Pensión Jubilación Ponderada” de la anterior Tabla 4). Como se deduce de los resultados obtenidos la reducción en la pensión teórica correspondiente comenzaría a observarse a partir del 2019 aproximadamente.

Los resultados obtenidos para el modelo que proponemos de cálculo de pensiones de jubilación aparecen en la Tabla 5, teniendo en cuenta la adición de la pensión básica, la asociada al sistema de Contribución Definida Nocional y la propia del sistema de autoafiliación.

Tabla 5. Nuevo modelo propuesto de pensiones de jubilación

Año	Pensión Básica		CDN		SNA		TOTAL	
	Coste (MM €)	% PIB	Coste (MM €)	% PIB	Coste (MM €)	% PIB	Coste (MM €)	% PIB
2009	22,5	2,01%	36,5	3,25%	36,5	3,25%	95,5	8,51
2014	30,6	2,06%	48,2	3,25%	48,2	3,25%	127,0	8,56
2019	44,1	2,23%	64,1	3,25%	64,1	3,25%	172,3	8,73
2024	65,8	2,50%	85,3	3,25%	85,3	3,25%	236,4	9,00
2029	98,4	2,81%	113,5	3,25%	113,5	3,25%	325,4	9,31
2034	144,7	3,11%	151,1	3,25%	151,1	3,25%	446,9	9,61

Fuente: Elaboración propia

La prestación en 2034, fecha promedio de jubilación del grupo de estudio¹⁴, sería de 38.794,27 euros¹⁵ al año, un 46,9% superior a los 26.415,65 euros resultantes del modelo actual con pensión

¹³ Este resultado puede obtenerse relativizando los datos presentados en la columna “Cotización media destinada a pensión de jubilación” respecto a la “Cotización media anual”, en la Tabla 4.

¹⁴ Se considera una edad media de jubilación de 67 años, de ahí que esta tabla únicamente llegue al año 2034 en lugar del 2039 como las precedentes. Consecuentemente la comparación entre prestaciones de ambos modelos se realiza sobre valores del año 2034.

¹⁵ La acumulación financiera derivada del sistema CDN proporciona un capital final de 206.733,32 euros y la derivada del sistema SNA 233.088,66 euros. En términos de renta vitalicia, según las hipótesis adoptadas en el modelo, la pensión resultante sería de 38.794,27 euros. Los parámetros considerados en el cálculo de la pensión del sistema de contribución definida nocional han sido los siguientes: edad del titular (x) igual a 67 años, sexo varón, sexo del beneficiario de reversión femenino, edad del beneficiario de reversión igual a x-3; tablas de supervivencia PERM/F-2000-P, tipo de descuento del 5%, reversión r del 50%, tasa de crecimiento b del 2%

ponderada. El coste de financiar esta nueva pensión sería del 9,61% del PIB, un 3,1% superior al coste del modelo actual limitado a la capacidad de financiación, que es precisamente el coste de la Pensión Básica. Sobre ello hay que precisar tres aspectos:

1. Si consideramos solo una capacidad de financiación del 6,5% en el modelo propuesto (tal y como se muestra en la Tabla 4) la pensión resultante sería de 26.230,67 euros, prácticamente la misma que en el modelo actual (cifrada, como hemos señalado, en 26.415,65 euros). Sin embargo, en años posteriores la diferencia de pensión aumentaría en favor del modelo mixto propuesto, toda vez que la pensión SNA pueda ser capitalizada a tasas superiores al tipo nocional aplicado para la pensión CDN, como ya apuntaban Devesa *et al.* (2002, 2001), pero esta vez teniendo una connotación positiva.
2. Pero debe tenerse en cuenta que el Estado tiene comprometida en el modelo actual la financiación de los llamados *complementos a mínimos*, que es la cantidad necesaria a añadir a la pensión resultante del cálculo para alcanzar la pensión mínima. Esos complementos a mínimos son, para el año 2009, 6.415,95 millones de euros, de los cuales el Estado solo asume el 37,5%, pero con un mandato legal de asumir el 100% en el año 2012. Este importe supone un 0,57% del PIB en 2009, coste que en el nuevo modelo propuesto no existiría. Si adicionáramos este valor a la nueva pensión limitada por idéntica capacidad de financiación, el resultado sería de 28.533,98 euros por año, un 8,8% superior.
3. En cualquier caso, consideramos que la pensión básica es elemento fundamental del esquema planteado, y que el Estado debería hacer un esfuerzo de financiación suplementario de aproximadamente un 2,5%¹⁶ en el año 2034¹⁷. Ese esfuerzo puede venir soportado por el propio Fondo de Reserva, cuyo importe ya en la actualidad es cercano al 6% del PIB (que es la propuesta que consideramos más adecuada), o en su caso, por una acción impositiva especial.

6.1 Análisis de sensibilidad

Se ha realizado en este apartado un análisis de sensibilidad sobre las principales variables del modelo, es decir, el crecimiento del PIB, el crecimiento de la pensión media en el modelo actual, el tipo de interés nocional, el tipo de interés del SNA, y la no consideración de reversión de viudedad en la pensión del modelo propuesto.

Este análisis de sensibilidad pretende delimitar márgenes de variación del modelo considerando cambios sustanciales en algunas de las hipótesis planteadas. Las posibilidades son diversas, y hemos optado por considerar solo un cambio significativo para cada una de las variables

anual geométrico. La tasa actuarial así obtenida asciende a 16,82. Esta misma tasa es la considerada en el cálculo de la pensión del sistema de autoafiliación.

¹⁶ Es la diferencia entre el 9,61% necesario para financiar el sistema, menos el 3,25% derivado de CDN, el 3,25% de SNA y la adición del 0,57% de complementos a mínimos.

¹⁷ Plantear un esfuerzo de financiación de este tenor por parte del Estado para el modelo actual no parece fácil de implementar, en la medida en que supondría una alteración estructural del sistema de Seguridad Social actual, lo cual lo haría difícilmente comparable con el modelo propuesto.

más relevantes, aunque este análisis podría ampliarse fácilmente. Se ha evaluado el efecto económico, por separado, de la variación en las diferentes hipótesis, y en concreto, se ha considerado: i) que el aumento a futuro del PIB se reduce a la mitad; ii) que el crecimiento de la pensión media de jubilación es un 40% inferior; iii) que la rentabilidad del sistema CDN y del sistema SNA es de un punto porcentual más (es decir, el tipo de interés nocional es del 6,9% y el tipo de interés del SNA es del 7,9%); y por último, iv) que la conversión del capital nocional y del capital acumulado en el SNA se hace sin considerar posible reversión de viudedad, en lugar del 50% que está en el modelo base.

La Tabla 6 muestra los resultados en términos de pensión comparada de los dos modelos, para cada una de las variaciones propuestas.

Tabla 6. Análisis de sensibilidad

	Pensión jubilación ponderada modelo actual	Pensión jubilación ponderada modelo propuesto
Modelo base	26.415,65	28.533,98
Sensibilidad		
Crecimiento del PIB (50% menor)	12.941,61	14.027,32
Crecimiento de la pensión media en el modelo actual (40% menor)	26.415,65	28.553,98
Tipo de interés nocional y tipo de interés del SNA incrementado en un 1% adicional	26.415,65	33.755,59
No consideración de reversión de viudedad en la pensión del modelo propuesto	26.415,65	32.022,83

Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar, los resultados obtenidos validan las ventajas del modelo propuesto respecto al modelo actual, con pensiones de jubilación superiores en cualquiera de los escenarios planteados.

7. CONCLUSIONES

El modelo de cálculo de pensiones de jubilación que proponemos en este trabajo se basa en un primer nivel financiado con impuestos, un segundo nivel centrado en un modelo de Contribución Definida Nocional (financiado con cotizaciones sociales), y un tercer nivel de sistemas complementarios ocupacionales, con afiliación automática.

Un modelo de estas características cumple los principios básicos que señala la Organización Internacional del Trabajo (OIT).¹⁸ La cobertura universal queda garantizada con el sistema ya existente en España de pensiones no contributivas señalado constitucionalmente. Adicionalmente, el modelo propuesto refuerza el carácter global al proporcionar pensiones a todos los trabajadores. La igualdad de trato y equidad de género quedan salvaguardadas pues el sistema es idéntico para todos los cotizantes, y no se establece diferencias entre ellos. Las prestaciones de primer nivel y CDN no

¹⁸ Configurados a través de los múltiples convenios de la OIT. Puede consultarse, para ampliar esta información sobre los principios, www.ilo.org.

incorporan el sexo como variable, y en el tercer nivel se podría plantear una tabla única de mortalidad para hombres y mujeres de ser necesario. El sistema es solidario en la medida en que sigue siendo un sistema de reparto con transferencias intergeneracionales. El objetivo prestacional garantiza, asimismo, su suficiencia. La organización del sistema, su regulación, supervisión y control está a cargo del Estado, y aunque se abre la puerta, como ya sucede en la actualidad, al sector privado, su actividad está fuertemente regulada y controlada. En los sistemas de control intervienen también representantes de empresarios y trabajadores. Finalmente, las proyecciones realizadas (y la propia esencia del sistema) garantizan la sostenibilidad del mismo.

Las recomendaciones de la Unión Europea, que se articulan en torno al Método Abierto de Coordinación (MAC)¹⁹ también se tienen en cuenta. El modelo persigue determinar pensiones adecuadas que garanticen la calidad de vida de las personas jubiladas, en un entorno de igualdad y promoviendo la cohesión social (la extensión y adecuación del modelo son garantes de esta cohesión). El sistema es sostenible económicamente, favorece la permanencia en el trabajo (lo garantiza la vinculación entre cotizaciones y prestaciones), en un marco de seguridad y transparencia para los sistemas, tanto públicos como privados. Los objetivos de transparencia y buen gobierno se deberían desarrollar en un marco legislativo, adecuado al modelo que presentamos, que favoreciese el control público a través de un organismo específico de supervisión, fomentando la aplicación de criterios ambientales, sociales y de buen gobierno en la gestión de las pensiones. Un modelo que garantiza el equilibrio entre prestaciones y aportaciones, como el que planteamos, con una parte financiada, favorece el crecimiento del ahorro, y si se establecen criterios de inversión adecuados, podrá contribuir al desarrollo económico en un marco de sostenibilidad.

La cuantificación de una renta mínima que sugiere el MAC se plasma en este modelo a partir del nivel de pensiones básicas (que en el caso de la reforma de los regímenes de pensiones podría estar relacionada con una renta mínima a alcanzar con el pago de pensiones, sean públicas o privadas). Es intrínseco al modelo albergar principios de simplicidad, tanto operativa como de comprensión, que faciliten la familiaridad de las personas con el modelo que va a determinar su pensión. Los sistemas de autoafiliación y cotización obligatoria permiten compatibilizar el principio constitucional español acerca de la libertad de contratación de sistemas complementarios con la conveniencia de poner a disposición de la población sistemas y procesos sencillos, que combatan la inercia y la preferencia por el corto plazo en detrimento de la garantía de pensiones dignas en el largo plazo.

Los resultados obtenidos son esperanzadores en cuanto a una posible aplicación de este modelo al sistema español de pensiones. Hemos comprobado que, a igualdad de costes, la pensión obtenida en nuestro modelo es superior en casi un 9% a la pensión derivada del modelo actual (limitado a su capacidad de financiación). Una adecuada utilización del Fondo de Reserva de la

¹⁹ Puede consultarse la Comunicación COM/2008/0418final de la Comisión Europea para una visión más amplia de los objetivos comunitarios y de la metodología que envuelve el MAC.

Seguridad Social permitiría, sin aumentos de coste, lograr pensiones superiores en más de un 46% a las del modelo actual.

El análisis de sensibilidad llevado a cabo refuerza las conclusiones del estudio, pues en todos los casos variaciones de las variables básicas del modelo refuerzan la superioridad del modelo propuesto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen las ayudas recibidas del Ministerio de Ciencia e Innovación/Feder (ECO2008-01223 y ECO2010-21787).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aaron, H., Schwartz, W. (2003). *Coping with methuselah: the impact of molecular biology on medicine and society*, Brookings Institution, Washington, D.C.
- Aging Working Group (AWG) (2009). “Economic and budgetary projections for the EU-27 Member States (2008-2060)”. *Joint Report prepared by the European Commission (DG ECFIN) and the Economic Policy Committee (AWG). Working Document n° 2/2009*, 39–48.
- Artís, M., Ayuso, M., Valero, D., García, J. (2009) “Posibles reformas del sistema de Seguridad Social español”, Comparecencia ante la Comisión no permanente de seguimiento y evaluación del Pacto de Toledo del Congreso de los Diputados, Congreso de los Diputados (Gobierno de España), 29 septiembre.
- Barr, N. (1987). *The economics of the welfare state*, London: Weidenfeld and Stanford, Calif.: Stanford University Press.
- Barr, N. (2000). “Reforming pensions: myths, truths and policy choices”, *IMF Working Paper 00/139*, August 2000.
- Barr, N. (2006). “Notional defined contribution pensions: mapping the terrain”. In Holzmann, R. and Palmer, E. (comps.) *Pension reform: Issues and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes*, Washington, DC, Banco Mundial, 57–70.
- Black, F. (1980). “The tax consequences of long run pension policy”, *Financial Analysts Journal*, 36, 1–28.
- Blake, D. (2006). *Pension Economics*. Pensions Institute, British Library.
- Borsch-Supan, A.H. (2004). “Global aging: issues, answers, more questions”, *Research Paper n° 2004-084*. University of Michigan – Retirement Research Center.
- Borsch-Supan, A.H. (2006). “What are NDC pension system? What do they bring to reform strategies?” In Holzmann, R. and Palmer, E. (comps.) *Pension reform: issue and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes*, Washington, DC, Banco Mundial, 35–56.
- Boskin, M.J., Shoven J., Kotlikoff, L. (1988). “Personal security accounts: an alternative social security reform proposal”. In Wachter, S. (comp.), *Social security and private pensions*, Lexington, MA, Lexington Books.

- Brooks, S.M., Weaver, R.K. (2004). “Lashed to the mast? The politics of notional defined contribution pension reforms”, *Working paper n° 4. Chestnut Hill, MA, Boston College–Center for Retirement Research*.
- Carmichael, J., Palacios, R. (2003). “A Framework for public pension fund management”, *Conference paper, 2003 Conference on Public Pension Fund Management, Washington, DC, May 5-7*.
- Davidoff, T., Brown, J.R., Diamond, P. (2005). “Annuities and individual welfare”, *American Economic Review*, 95, 1573–1590.
- Devesa, J.E., Rodríguez, R., Vidal, C. (2002). “Los costes de administración para el afiliado en los sistemas de pensiones basados en cuentas de capitalización individual: Medida y comparación internacional”, *Documento de Trabajo 171/2002, FUNCAS*.
- Devesa, J.E., Rodríguez, R., Vidal, C. (2001). “Assessing administration charges for the affiliate in individual accounts systems”, *Centre for Pensions and Social Insurance. Research Report 27/2001. Birbeck College and City University of London*.
- Disney, R. (1999). *Notional accounts as a pension reform strategy: An evaluation (pension reform primer)*, Washington, DC, Banco Mundial.
- Feldstein, M. (2001). “The future of social security pensions in Europe”, *NBER Working Paper n° 8487*. Cambridge, MA, National Bureau of Economic Research.
- Fox, L., Palmer, E. (2001). “New approaches to multipillar pension systems: what in the world is going on?” In Holzmann, R. and Stiglitz, J. (comps.) *New ideas about old age security*, Washington, DC, Banco Mundial, 90–132.
- Gobierno de España (2008). *Informe nacional de estrategias para la protección social y la inclusión social del Reino de España 2008-2010*. Se puede consultar en http://ec.europa.eu/employment_social/spsi/docs/social_inclusion/2008/nap/spain_es.pdf.
- Gobierno de España (2010). *Actualización informe de estabilidad 2009-2010*. Enviado a la Comisión Europea en marzo de 2010. Se puede consultar en http://www.meh.es/Documentacion/Publico/GabineteMinistro/Varios/03-02-10%20Programa_estabilidad_espana_2009-2013.pdf.
- Gora, M., Palmer, E. (2003). *Shifting Perspectives in Pensions*. Paper prepared for the Conference on NDC Pensions, Sandhamn, Sweden, September 28-30.
- Heijdra, B., Van der Ploeg, F. (2002). *Foundations of Modern Macroeconomics*, Oxford, University Press Oxford (Ch. 16: Intergenerational Economics I).
- Holzmann, R., Palmer, E. (comps.) (2006). *Pension reform: issues and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes*, Washington, DC, Banco Mundial.
- Lindbeck, A., Persson, M. (2003). “The gains from pension reform”, *Journal of Economic Literature*, 41, marzo, 74–112.
- Lu, B., Mitchell, O.S., Piggott, J. (2008). “Pensiones de contribución teórica definida con fondos de reserva públicos en las economías en proceso de envejecimiento: una aplicación para el Japón”, *Revista Internacional de Seguridad Social*, 61, 4, 1–27.
- Martins, J., Gonand, F., Antolin, P., de la Maisonnette, C, Yoo, K.Y. (2005). “The impact of ageing on demand, factor markets and growth”, *Economics Working Papers 420*, OCDE (Organisation for Economic Co-operation and Development), Paris.

- Ministerio de Trabajo e Inmigración (2010). *Presupuestos Seguridad Social 2010*. Dirección General de Ordenación de la Seguridad Social, Secretaría de Estado de la Seguridad Social. Se puede consultar en: <http://www.seg-social.es/prdi00/groups/public/documents/binario/143624.pdf>.
- Mitchell, O.S., Utkus, S. (2004). "Lessons from behavioural finance for retirement plan design". In Mitchell, O. and Utkus, S. (eds.) *Pensions design and structure: new lessons from behavioural finance*, Oxford University Press, Oxford.
- Munell, A. (1982). *The Economics of Private Pensions*, Brookings Institution, Washington, DC.
- Oeppen, J., Vaupel, J.W. (2002). "Broken limits of life expectancy", *Science*, 296, 5570, 1029–1031.
- Olshansky, S.J., Carnes, B.A., Cassel, C. (1990). "In search of Methuselah: Estimating the upper limits to human longevity", *Science*, 250, 634–640.
- Olshansky, S.J., Carnes, B.A., Désesquelles, A. (2001). "Still in search of Methuselah: Prospects for human longevity in an aging world", *Science*, 291, 1491–1492.
- Olshansky, S.J., Passaro, D.J., Hershov, R.C., Layden, J., Carnes, B.A., Brody, J., Hayflick, L., Butler, R.N., Allison, D.B., Ludwig, D.S. (2005). "A potential decline in life expectancy in the United States in the 21st century", *New England Journal of Medicine*, 352, 1103–1110.
- Palmer, E. (2006). "What is NDC?" In Holzmann, R. and Palmer, E. (comps.) *Pension reform: issues and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes*, Washington, DC, World Bank, 17–33.
- Samuelson, P. (1958). "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money", *Journal of Political Economy*, 66, 467–482.
- Settergren, O., Mikula, B.D. (2005). "The rate of return of pay-as-you-go pension systems: a more exact consumption-loan-model of interest", *Journal of Pension Economics and Finance*, 4, 2, 115–138.
- Tepper, I. (1981). "Taxation and corporate pension policy", *Journal of Finance*, 36, 1–13.
- Tepper, I., Affleck, A. (1974). "Pension plan liabilities and corporate financial strategies", *Journal of Finance*, 29, 1549–1564.
- Valdés-Prieto, S. (2000). "The financial stability of notional account pensions", *Scandinavian Journal of Economics*, 102, 395–417.
- Valero, D. (2008). "Envejecimiento y Gasto Social", en *El Mayor Activo*, Ed. Almuzara, 75–87.
- Vidal, C., Devesa, J.E., Lejárraga, A. (2002). "Cuentas nocionales de aportación definida: fundamento actuarial y aspectos aplicados", *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 137-186.
- Williamson, J.B., Williams, M. (2003). "The notional defined contribution model: an assessment of strengths and limitations of a new approach to the provision of old security", *CRR Working Paper n° 18*. Chestnut Hill, MA, Boston College–Center for Retirement Research.

Volumen 11 (junio de 2011)

Algunas observaciones acerca del uso de software en la estimación del modelo Half-Normal

Some Notes about the Using of Software to Estimate the Half-Normal Model

Ortega Irizo, Francisco Javier; Gavilán Ruiz, José Manuel

Páginas 3–16

Una propuesta para la localización de áreas de servicio y descanso adaptadas al transporte de mercancías peligrosas mediante un modelo de optimización; aplicación al territorio español

A Proposal for the Location of Service Areas Adapted to the Transport of Dangerous Goods through an Optimization Model and its Application to the Spanish Territory

Caro Vela, María Dolores; Paralera Morales, Concepción

Páginas 17–32

Una herramienta de análisis teórico en la teoría de la empresa bajo incertidumbre

A Theoretical Analysis Tool in the Theory of the Firm under Uncertainty

Rodríguez-Puerta, Inmaculada; Sebastián Costa, Francisco; Álvarez-López, Alberto A.; Buendía, Mónica

Páginas 33–40

Una revisión crítica para la construcción de indicadores sintéticos

A Critical Review to Construct Composite Indicators

Domínguez Serrano, Mónica; Blancas Peral, Francisco Javier; Guerrero Casas, Flor María; González Lozano, Mercedes

Páginas 41–70

La gestión de los grupos de interés: una reflexión sobre los desafíos a los que se enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial

The Stakeholder Management: a Reflection on the Challenges Faced by Businesses in the Pursuit of Corporate Sustainability

Gil Lafuente, Anna M.; Paula, Luciano B.

Páginas 71–90

Una propuesta de reforma del sistema de pensiones español basada en un modelo de contribución definida nocional

A Proposal for Reforming the Spanish Pension System Based on a Notional Defined Contribution Model

Valero, Diego; Artís, Manuel; Ayuso, Mercedes; García, Jaime

Páginas 91–113