



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA
LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA (17). Páginas 3–22.
Junio de 2014. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art.php?id=86>

Análisis de la volatilidad del índice principal del mercado bursátil mexicano, del índice de riesgo país y de la mezcla mexicana de exportación mediante un modelo GARCH trivariado asimétrico

VILLALBA PADILLA, FÁTIMA IRINA

Escuela Superior de Economía

Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo electrónico: fatima.villalba@gmail.com

FLORES-ORTEGA, MIGUEL

Escuela Superior de Economía

Instituto Politécnico Nacional (México)

Correo electrónico: mfo@prodigy.net.mx

RESUMEN

Se parametriza de forma conjunta la heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada que corresponde al comportamiento de la varianza de tres variables: (a) el índice de precios y cotizaciones (IPC), indicador principal del mercado bursátil mexicano, (b) el *emerging markets bond index* para México (EMBI), como indicador de riesgo país y (c) el precio de la canasta mexicana de tres crudos de exportación (MEZCLA). Las variables se emplean como estimadores de la tendencia de los precios de las acciones, los bonos y los energéticos, respectivamente, con el objetivo final de conformar un portafolio de inversión diversificado que incluya dichos activos. Se presentan los resultados empíricos de un modelo econométrico GARCH trivariado asimétrico. El modelo permite incorporar la covarianza entre las variables para explicar su interrelación y en la estimación se considera el efecto de los choques generados por las innovaciones positivas y negativas. El estudio contempla el periodo de 2002 a 2013.

Palabras clave: volatilidad; rendimiento; asimetría; GARCH trivariado; pronóstico.

Clasificación JEL: C22; C52; C58.

MSC2010: 62M10; 91B84; 91G70.

**Volatility Analysis
of the Core Mexican Stock Market Index,
the Country Risk Index,
and the Mexican Oil Basket
Using an Asymmetric Trivariate GARCH Model**

ABSTRACT

We jointly parameterized the generalized autoregressive conditional heteroskedasticity that corresponds to the behavior of the variance of three variables: (a) the core Mexican stock market index (IPC), (b) the Emerging Markets Bond Index for Mexico (EMBI) as country risk pointer and, (c) the Mexican three oil basket exports mix (MEZCLA). The variables are used as trend indicators of stocks, bonds and energetics respectively with the ultimate goal of forming a diversified portfolio including such assets. This paper presents the empirical results of an asymmetric econometric trivariate GARCH model. The model incorporates the covariance between the variables in order to explain their relationship and we considered the shocks generated by positive and negative innovations. The study involves the period 2002- 2013.

Keywords: volatility; return; asymmetry; trivariate GARCH; forecasting.

JEL classification: C22; C52; C58.

MSC2010: 62M10; 91B84; 91G70.



1. INTRODUCCIÓN

La interacción entre los mercados debido a la globalización ha motivado diversos estudios acerca de la magnitud en que el nivel de volatilidad se incrementa en tiempos en que estos sufren turbulencias. Esto implica que tanto la varianza condicional como la covarianza condicional de un mercado cambian en el tiempo influenciadas por los choques y las volatilidades de los demás mercados. Carvalho (2007) propone un modelo GARCH multivariado que estima la interdependencia y el contagio entre los mercados financieros internacionales; parametriza la varianza condicional e identifica cambios estructurales cuando ésta sufre la transición de momentos de calma a periodos de desorden. Por otro lado, Leodoit, Santa-Clara y Wolf (2003) aplican un modelo GARCH multivariado para estimar la varianza y la covarianza entre los mercados financieros de Estados Unidos de América, Reino Unido, Francia, Alemania, Japón, Canadá y Suiza.

El estudio del segundo momento estadístico con respecto a la media es un tema que ha generado el desarrollo de técnicas de econometría para lograr la mejor estimación de la volatilidad. Los pioneros de los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva son Engle (1982) y Bollerslev (1986). Avances posteriores incluyen estudios para detectar el efecto en que las respuestas de la volatilidad¹ ante innovaciones negativas difieren de las causadas por perturbaciones positivas, con lo que han surgido varias extensiones de los modelos originales de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) y de los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH); entre ellos se encuentran el EGARCH o GARCH exponencial de Nelson (1991) y el TARARCH o ARCH de umbral de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y Zakoian (1994).

El análisis de la literatura sobre el tema muestra que es importante realizar mediciones certeras y pronósticos precisos acerca del comportamiento de la volatilidad de los activos financieros. Las diversas investigaciones generaron los modelos GARCH multivariados, que se basan en los trabajos de: Engle, Granger y Kraft (1984); Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988); Engle y Rodrigues (1989) y Engle y Kroner (1995). La contribución inicial permite estimar no solo la varianza individual de la serie, sino incorporar el efecto del comportamiento de otras series al tomar en cuenta las covarianzas entre ellas, adicionalmente es importante incluir la información pasada y con ello proporcionar un análisis sólido de la forma en que se lleva a cabo la interacción entre diversos mercados o activos financieros.

Minović (2009) establece que es un hecho que los mercados se interrelacionan entre sí, por lo tanto es fundamental conocer las características de su comportamiento en cualquier estudio

¹ La volatilidad se obtiene al calcular la raíz cuadrada de la varianza.

financiero; afirma que el movimiento de los precios de un mercado afecta el precio de los bienes en otros mercados. Los autores De Goeij y Marquering (2004) estudiaron los efectos asimétricos entre las varianzas y las covarianzas de las acciones que se operan en los mercados bursátiles de los Estados Unidos de América y los bonos norteamericanos mediante modelos GARCH multivariados. La investigación empírica se llevó a cabo con bases de datos del índice Standard & Poor's 500 y la tasa London Interbank Offer Rate (LIBOR) a 6 meses y los swaps de los bonos a 10 años.

Ludlow y Mota (2006) estiman simultáneamente la volatilidad del IPC de la Bolsa Mexicana de Valores y los índices Nasdaq y Standard & Poor's 500, indicadores bursátiles de Estados Unidos de América. Utilizan un modelo GARCH trivariado con el objetivo de comparar el comportamiento de la volatilidad en los diferentes mercados y reportan los efectos de causalidad entre las variables estudiadas. Otros estudios, como el de Karunanayake, Valadkhani y O'Brien (2009), presentan la utilidad del modelo GARCH multivariado para establecer la naturaleza de la interacción entre los rendimientos de los mercados bursátiles de Australia, Singapur y Reino Unido con el de Estados Unidos de América y encuentran evidencia de la interacción cruzada entre los mercados.

Por otro lado, Hernández, Ibarra y Trupkin (2011) analizan el nivel de interdependencia y transmisión de volatilidad en los mercados internacionales de futuros agrícolas mediante el seguimiento de un enfoque del modelo GARCH multivariado, con esta parametrización exploran la dinámica del comportamiento individual de la volatilidad y la dinámica del comportamiento cruzado para los mercados de maíz, trigo y soja en Estados Unidos de América, Europa y Asia.

Chuliá, Climent, Soriano y Torró (2007) utilizan un modelo GARCH multivariado que toma en cuenta el fenómeno de volatilidad asimétrica, el problema de no sincronía de la operación diaria en los mercados financieros y las crisis a las que conllevan los ataques. Sus hallazgos muestran que existe una transmisión asimétrica de la volatilidad y que los impactos de los ataques terroristas arrojan resultados diferentes en los mercados.

En este trabajo se presenta la aplicación de un modelo GARCH trivariado asimétrico para pronosticar la causalidad entre las series del principal índice bursátil mexicano, del índice de riesgo país para México y de la mezcla mexicana de exportación como indicadores de tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos respectivamente. El objetivo es construir una parametrización conjunta que contribuya en la toma de decisiones de inversión, la aportación de la investigación involucra la identificación de la relación empírica que existe entre las series financieras estudiadas y su efecto de causalidad en el entorno mexicano. Los resultados del estudio corroboran la hipótesis de que existe interrelación entre las series y que ésta es significativa en el pronóstico.

El artículo se estructuró con cuatro apartados: el primero es la introducción, el segundo corresponde al marco teórico que se utiliza en la investigación. La tercera sección define el marco

temporal y las variables que se utilizan en la estructura de la base de datos. En la cuarta sección se muestra el modelo utilizado y los resultados de la investigación para las variables seleccionadas. Finalmente la quinta sección se dedica a la presentación de las conclusiones del trabajo.

2. MARCO TEÓRICO DE LOS MODELOS TRIVARIADOS

El modelo GARCH se presentó de manera independiente por Bollerslev (1986) y por Taylor (1986); ambos autores persiguieron el objetivo de modelar la volatilidad de la serie temporal de la variable de interés; el modelo GARCH establece que la varianza condicional depende de hechos pasados e incorpora el efecto del cuadrado de las innovaciones y de la varianza condicional de periodos anteriores. Esta parametrización permite que la varianza condicional sea dependiente de los rezagos, de tal manera que el modelo más simple se representa por la Ecuación 1.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad \text{para } \alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0 \text{ y } \beta_1 \geq 0 \quad (1)$$

La Ecuación 1 corresponde al modelo simétrico² GARCH(1,1), donde σ_t^2 es la varianza condicional, que se conoce así porque se calcula a partir de la información pasada relevante; ésta se determina a partir del promedio ponderado de la varianza de largo plazo representada por la constante α_0 ; se adiciona el efecto de las perturbaciones ponderadas más recientes con el parámetro $\alpha_1 u_{t-1}^2$ y el efecto de la varianza condicional inmediata anterior mediante $\beta_1 \sigma_{t-1}^2$. Las condiciones de no negatividad aseguran que la varianza condicional sea positiva.

La bondad del modelo GARCH radica en que se requiere calcular pocos parámetros y su aplicación es sencilla; el modelo más recurrido es el GARCH(1,1), que incluye solamente tres parámetros en la ecuación de varianza condicional; es un modelo que presenta parsimonia al incorporar un número infinito de errores al cuadrado en el pasado para influir en la varianza condicional en el presente.

El modelo GARCH(1,1) puede ser extendido a un modelo GARCH(p,q), donde la varianza condicional actual se encuentra valorada para depender de p rezagos del error al cuadrado y de q rezagos de la varianza condicional, lo que se expresa en las Ecuaciones 2 y 3.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad \text{para } \alpha_0 > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0 \text{ y } \beta_1, \dots, \beta_q \geq 0 \quad (3)$$

Con el objetivo de detectar el efecto de asimetría –que involucra el fenómeno relacionado con el hecho de que las noticias malas no tienen el mismo impacto en la volatilidad de un activo que las

² Cuando se habla de un modelo GARCH simétrico se hace referencia a que la volatilidad es impactada de igual manera ante buenas o malas noticias en los mercados.

noticias buenas–, han surgido varias extensiones del modelo GARCH, entre otros, el EGARCH o GARCH exponencial de Nelson (1991) y el TARARCH o ARCH de umbral de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y Zakoian (1994). La varianza condicional para el modelo TARARCH(1,1) se define de acuerdo a las Ecuaciones 4 y 5.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \gamma_1 d_{t-1})u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \gamma_1 u_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (5)$$

El efecto de asimetría está dado por el valor de γ_1 . Engle y Ng (1993) establecen que u_t es una medida de las noticias que surgen en los mercados, donde $d_t = 1$ si u_t es negativo y $d_t = 0$ si u_t es positivo o cero. Valores negativos de las innovaciones se interpretan como noticias malas y valores positivos del residuo se interpretan como noticias buenas. En este modelo el impacto sobre la varianza condicional conlleva a que las noticias positivas tienen un efecto de magnitud α_1 y las negativas un choque de $\alpha_1 + \gamma_1$. Deben satisfacerse las condiciones $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_1 + \gamma_1 \geq 0$ y $\beta_1 \geq 0$ para asegurar una varianza condicional positiva.

Por otro lado, cuando se desea analizar el efecto de la serie temporal de una variable en la varianza de otra serie temporal, el modelo GARCH resulta inadecuado, pues no incorpora dichos efectos; para superar esta necesidad, se desarrollaron los modelos GARCH multivariados que permiten establecer la dependencia de la varianza de una serie con respecto al comportamiento de otras series, que constituye el problema central de esta investigación.

Los modelos GARCH multivariados no solo brindan información acerca de la varianza individual de las series, que es el objetivo de los modelos univariados, sino que también especifican ecuaciones que consideran cómo cambian en el tiempo las covarianzas entre las variables de interés. Existe una vasta definición de modelos GARCH multivariados, entre ellos, el VECH y el VECH diagonal propuestos por Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) y el BEKK desarrollado por Baba, Engle, Kraft y Kroner y presentado en el trabajo de Engle y Kroner (1995); este último es un modelo robusto ampliamente utilizado en la literatura, como refieren Bauwens, Laurent y Rombouts (2006) que revisaron los hallazgos de los modelos GARCH multivariados y sus extensiones; de forma similar Stelzer (2008) estudió la relación entre los modelos GARCH multivariados; a partir de estos hechos, para esta investigación se seleccionó el modelo BEKK, en donde se eliminó la restricción de una estructura simétrica de varianza-covarianza y se consideró que las innovaciones causan un comportamiento asimétrico en la volatilidad de las series que conforman el modelo, como mencionan Bellotti y Williams (2010). Entre las investigaciones del tema se encuentran la de Ng (2000), el autor estima modelos multivariados asimétricos con aplicaciones a la volatilidad del

mercado bursátil y sus contagios y los efectos de las asimetrías en las razones óptimas de cobertura, investigación que se debe a los autores Brooks, Henry y Persaud (2002).

En el modelo seleccionado para este estudio, se define r_t como el vector de rendimientos en el tiempo t con longitud N de la variable de interés; la varianza de los errores no es constante, es decir, los residuos se comportan de acuerdo a lo siguiente: $u_t \sim N(0, H_t)$, de forma tal que el modelo BEKK asimétrico se expresa conforme a la siguiente estructura:

$$r_t = \mu + u_t \quad (6)$$

$$H_t = \Omega' \Omega + \sum_{i=1}^p A_i' (u_{t-i} u_{t-i}') A_i + \sum_{i=1}^q B_i' H_{t-i} B_i + \sum_{i=1}^l G_i' (\xi_{t-i} \xi_{t-i}') G_i \quad (7)$$

donde Ω , A_i , B_i y G_i son matrices de parámetros de tamaño $N \times N$, H_t representa la estructura matricial varianza-covarianza que es definida positiva, Ω es una matriz triangular superior, A_i , B_i y G_i son matrices diagonales, Ω' , A_i' , B_i' y G_i' son las matrices traspuestas de las originales, G_i es la matriz de coeficientes que recoge los efectos asimétricos, $\xi_{t-i} = D_{t-i} u_{t-i}$ y finalmente, D_{t-i} es una matriz de tamaño $N \times N$ que contiene $d_{n,t-i}$ elementos en la diagonal y sus demás componentes son ceros conforme a las siguientes condiciones: $d_{n,t-i} = 1$ si $u_{t-i} < 0$ y $d_{n,t-i} = 0$ si $u_{t-i} \geq 0$, para $n=1, \dots, N$. La estimación de los parámetros del modelo se lleva a cabo mediante el método de máxima verosimilitud.

El modelo BEKK trivariado asimétrico se representa conforme a la Ecuación 8:

$$H_t = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ 0 & \omega_{22} & \omega_{23} \\ 0 & 0 & \omega_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ 0 & \omega_{22} & \omega_{23} \\ 0 & 0 & \omega_{33} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} u_{1,t-1}^2 & u_{1,t-1} u_{2,t-1} & u_{1,t-1} u_{3,t-1} \\ u_{2,t-1} u_{1,t-1} & u_{2,t-1}^2 & u_{2,t-1} u_{3,t-1} \\ u_{3,t-1} u_{1,t-1} & u_{3,t-1} u_{2,t-1} & u_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}' H_{t-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \xi_{1,t-1}^2 & \xi_{1,t-1} \xi_{2,t-1} & \xi_{1,t-1} \xi_{3,t-1} \\ \xi_{2,t-1} \xi_{1,t-1} & \xi_{2,t-1}^2 & \xi_{2,t-1} \xi_{3,t-1} \\ \xi_{3,t-1} \xi_{1,t-1} & \xi_{3,t-1} \xi_{2,t-1} & \xi_{3,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A continuación se obtienen las varianzas condicionales y la covarianza condicional:

$$h_{1,1,t} = \omega_{1,1}^2 + a_{1,1}^2 u_{1,t-1}^2 + b_{1,1}^2 h_{1,1,t-1} + \gamma_{1,1}^2 \xi_{1,t-1}^2 \quad (10)$$

$$h_{2,2,t} = \omega_{1,2}^2 + \omega_{2,2}^2 + a_{2,2}^2 u_{2,t-1}^2 + b_{2,2}^2 h_{2,2,t-1} + \gamma_{2,2}^2 \xi_{2,t-1}^2 \quad (11)$$

$$h_{3,3,t} = \omega_{1,3}^2 + \omega_{2,3}^2 + \omega_{3,3}^2 + a_{3,3}^2 u_{3,t-1}^2 + b_{3,3}^2 h_{3,3,t-1} + \gamma_{3,3}^2 \xi_{3,t-1}^2 \quad (12)$$

$$h_{1,2,t} = h_{2,1,t} = \omega_{1,1}\omega_{1,2} + a_{1,1}a_{2,2}u_{1,t-1}u_{2,t-1} + b_{1,1}b_{2,2}h_{1,2,t-1} + \gamma_{1,1}\gamma_{2,2}\xi_{1,t-1}\xi_{2,t-1} \quad (13)$$

$$h_{1,3,t} = h_{3,1,t} = \omega_{1,1}\omega_{1,3} + a_{1,1}a_{3,3}u_{1,t-1}u_{3,t-1} + b_{1,1}b_{3,3}h_{1,3,t-1} + \gamma_{1,1}\gamma_{3,3}\xi_{1,t-1}\xi_{3,t-1} \quad (14)$$

$$h_{2,3,t} = h_{3,2,t} = \omega_{1,2}\omega_{1,3} + \omega_{2,2}\omega_{2,3} + a_{2,2}a_{3,3}u_{2,t-1}u_{3,t-1} + b_{2,2}b_{3,3}h_{2,3,t-1} + \gamma_{2,2}\gamma_{3,3}\xi_{2,t-1}\xi_{3,t-1} \quad (15)$$

Las Ecuaciones 10, 11 y 12 representan las varianzas de las variables 1, 2 y 3, respectivamente, y las Ecuaciones 13, 14 y 15 las covarianzas entre las variables. Cabe mencionar que una vez que se estima la varianza de una serie financiera, se aplica la raíz cuadrada a dicha varianza y se obtiene la desviación estándar, que indica la volatilidad de la variable.

3. BASE DE DATOS Y METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PARA LAS VARIABLES SELECCIONADAS

Para el estudio se utilizan bases de datos con periodicidad diaria que abarcan del 31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013, se cuenta con 3010 datos. En los días en que no hubo negociación se interpolaron los datos para contar con bases uniformes y estandarizadas. Se utilizó Excel para desarrollar algunas gráficas y cálculos y el programa Eviews para aplicar herramientas estadísticas y econométricas.³ Las series objeto de esta investigación se seleccionaron como indicadores de la tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos con el objetivo final de conformar un portafolio que incluya los tres activos. Las variables son:

- a) IPC. Es el principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV); representa el rendimiento del mercado accionario de acuerdo a las variaciones que presentan los precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa de un conjunto de acciones que cotizan en la BMV de acuerdo a lo mencionado en su web: www.bmv.com.mx. El IPC constituye un indicador de las fluctuaciones del mercado accionario tomando en cuenta que el índice es representativo, pues refleja el comportamiento y la dinámica operativa del mercado mexicano y las series accionarias que lo integran cuentan con las cualidades de operación y liquidez que facilitan las transacciones de compra y venta cumpliendo con las necesidades del mercado accionario en México; actualmente el IPC se compone de 35 emisoras. La página consultada para obtener el IPC correspondiente al cierre del mercado de cada día hábil fue

³ Por conveniencia, en adelante se utiliza el punto decimal anglosajón en lugar de la coma tradicional.

www.finance.yahoo.com (Yahoo Finance). El índice se reexpresó en dólares de los Estados Unidos de América de acuerdo al tipo de cambio de cambio spot (USD), este tipo de cambio es calculado diariamente los días hábiles bancarios en base a las cotizaciones de compra y venta del mercado de cambios al mayoreo para operaciones liquidables el segundo día hábil bancario siguiente. Se consultó el último hecho de venta del día hábil correspondiente. Bloomberg es la plataforma de la que se obtuvo la información.

- b) EMBI. Es el principal indicador de riesgo país, calculado diariamente por el banco JP Morgan Chase, mide la diferencia entre la tasa de interés que pagan los bonos soberanos denominados en dólares emitidos por países emergentes y los Bonos del Tesoro de los Estados Unidos de América. Una vez que se obtiene la diferencia, ésta se expresa en puntos base. Los países de los cuales se calcula actualmente este índice son: Rusia, Ucrania, Brasil, Argentina, Indonesia, Bulgaria, Venezuela, Egipto, Colombia, Marruecos, Nigeria, México, Panamá, Polonia, Perú, Turquía, Filipinas, Ecuador y Sudáfrica. Se consultó la plataforma Bloomberg para la obtención de esta información en lo relativo al EMBI para México. Cabe mencionar que un valor más bajo del indicador se relaciona con un menor riesgo percibido por los inversionistas con respecto al país y un valor más alto involucra el hecho de que los inversionistas perciben un mayor riesgo con respecto al país. El EMBI se utiliza en el estudio en dos sentidos: por un lado, como un indicador de riesgo y por otro, como un indicador de tasa de interés en el mercado de bonos.
- c) MEZCLA. La canasta de crudos de exportación incluye tres tipos de aceite: el Olmeca, un crudo súperligero con densidad de 39.3 grados API (American Petroleum Institute), el Istmo de 33.6 grados API y el Maya de 22 grados API. La gravedad API se basa en la comparación de la densidad del petróleo con la densidad del agua, es decir, se busca determinar si el crudo es más liviano o más pesado que el agua. A una mayor gravedad API el petróleo será más liviano. Los petróleos ligeros son los más requeridos en el mercado y al mismo tiempo los de mayor precio, ya que los costos tanto de extracción como de refinación son menores en comparación con los petróleos pesados. De esta manera se da una relación directa entre la gravedad API y la calidad del petróleo, petróleos más ligeros tienen una mayor calidad y requieren de menores costos para ser aprovechados que aquéllos que son más pesados. Si los grados API son mayores a 10.0, el petróleo será más liviano que el agua. La ponderación de cada una de estas tres clases de aceite para conformar la canasta es determinada por Petróleos Mexicanos (PEMEX); no obstante, el Maya es el que mayor influencia tiene en la ponderación. La información se libera en términos diarios aproximadamente a las 18:00 horas de cada día hábil. Los precios se encuentran denominados en dólares de los Estados Unidos

de América (USD) por barril estadounidense de petróleo. Un barril de petróleo equivale a 42 galones en Estados Unidos de América o bien a 158.99 litros en México. Se consultó la plataforma Bloomberg para la obtención de esta información.

Cuadro 1. Gravedad API y clasificación

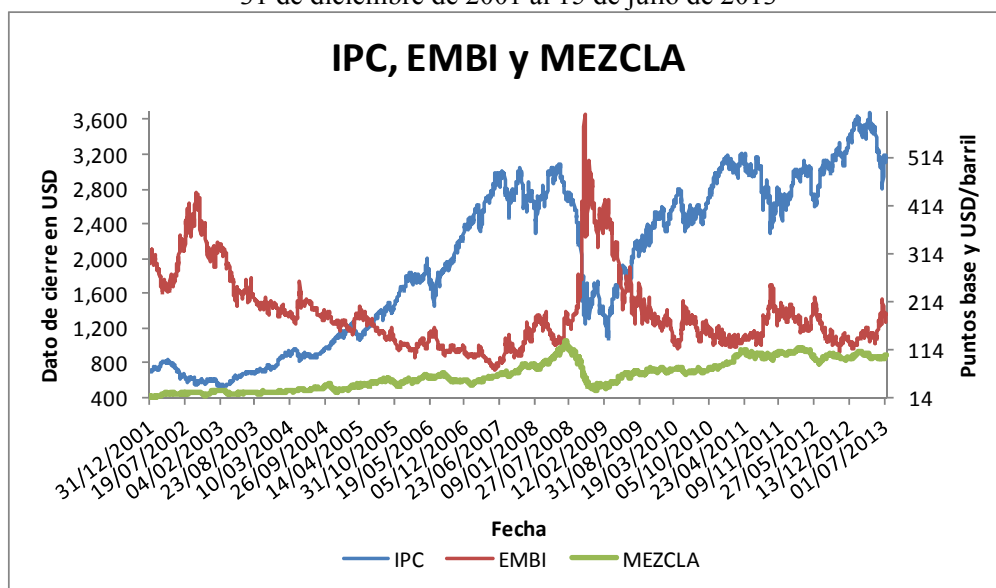
Petróleo crudo	Densidad g/cm ³	Gravedad API
Extrapesado	> 1.0	10.0
Pesado	1.0 - 0.92	10.0 - 22.3
Mediano	0.92 - 0.87	22.3 - 31.1
Ligero	0.87 - 0.83	31.1 - 39
Superligero	< 0.83	> 39.0

Fuente: Instituto Mexicano del Petróleo (www.imp.mx/petroleo/?imp=tipos).

4. MODELO ECONOMETRICO TRIVARIADO ASIMÉTRICO

La Gráfica 1 muestra los datos diarios de nivel que corresponden al valor de cierre del IPC reexpresado en USD, el EMBI y la MEZCLA para el periodo de observación.

Gráfica 1. IPC, EMBI y MEZCLA
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Yahoo Finance y Bloomberg.

En el Cuadro 2 se observa que las series IPC y MEZCLA en datos de nivel presentan una distribución platocúrtica al comparar los resultados con la Normal. Por el contrario, la serie EMBI, también en datos de nivel muestra exceso de curtosis. Para el IPC el sesgo es negativo y para el EMBI y la MEZCLA el sesgo es positivo. Se verifica que ninguna de las tres variables se distribuye como una Normal dados sus indicadores de curtosis, sesgo y estadístico Jarque-Bera.

Cuadro 2. Estadística descriptiva de las series IPC, EMBI y MEZCLA

Estadístico	IPC	EMBI	MEZCLA
Media	1987.210000	189.177400	61.256760
Mediana	2162.777000	170.199500	57.440000
Máximo	3687.152000	604.051400	132.710000
Mínimo	526.284700	71.087300	13.680000
Desviación estándar	929.118100	78.536650	29.948980
Sesgo	-0.147580	1.475917	0.269022
Curtosis	1.580883	5.098522	1.794935
Jarque-Bera	263.502100	1645.106000	218.434900
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: elaboración propia.

Existe una correlación negativa fuerte entre el IPC y el EMBI (-58.9961%). Por otro lado, la relación es directa y muy estrecha entre el IPC y la MEZCLA (+91.1941%). Finalmente, el coeficiente de correlación es negativo y semifuerte entre el EMBI y la MEZCLA (-45.7057%).

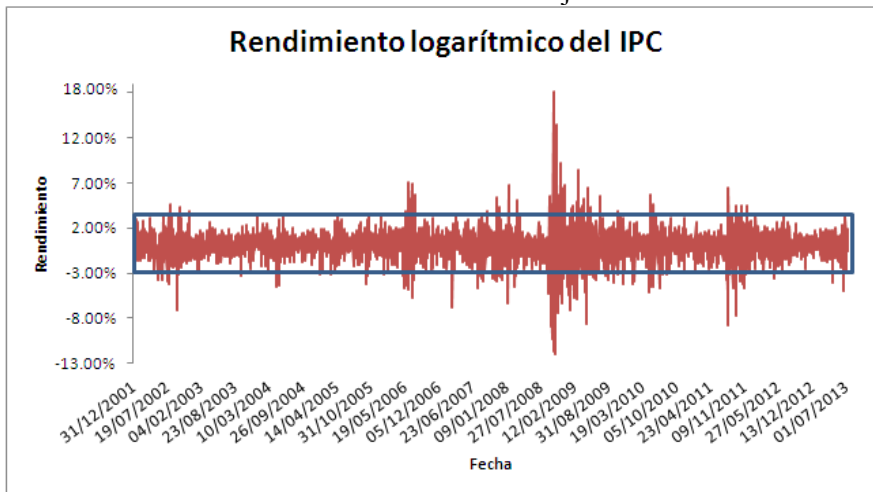
Se realizaron pruebas de causalidad en el sentido de Granger con el 95% de confianza para analizar la relación que existe entre las variables objeto de la investigación. El IPC causa al EMBI a partir del segundo día de rezago. El EMBI no causa al IPC. Existe relación causal y ésta es bidireccional entre el IPC y la MEZCLA considerando que la MEZCLA causa al IPC en el retardo 2. La relación entre el EMBI y la MEZCLA es que la primera serie sí causa a la segunda, pero no viceversa.

Habiendo establecido que existe relación causal entre las series IPC, EMBI y MEZCLA, se procede a verificar que las variables sean estacionarias. La metodología parte de la transformación de las series al aplicar una diferencia logarítmica con el objetivo de convertir los datos a rendimientos continuos y estacionarios conforme al procedimiento mencionado por Benavides (2009) y Minović (2008); además se estimaron procesos ARMA que eliminaron problemas de autocorrelación. En la Gráfica 2 se presentan las 3009 observaciones que resultan de la transformación del IPC en la variable *dif_ln_ipc*. Cuando el mercado bursátil se encuentra gozando de periodos estables, el rendimiento de éste varía dentro de una banda de $\pm 3\%$; por otro lado, cuando el mercado bursátil sufre de periodos de alta volatilidad, el rendimiento de éste se encuentra oscilando en una banda de entre +18% y -13%.

La Gráfica 3 muestra las observaciones que resultan de la transformación del EMBI en la variable *dif_ln_embi*. En los momentos en que el mercado de bonos se encuentra gozando de periodos estables, la diferencia logarítmica del indicador varía dentro de una banda de $\pm 3.5\%$; por otro lado, cuando el mercado de bonos sufre de periodos de alta volatilidad, la diferencia logarítmica del EMBI se encuentra oscilando en una banda de entre +22% y -20%. El índice se

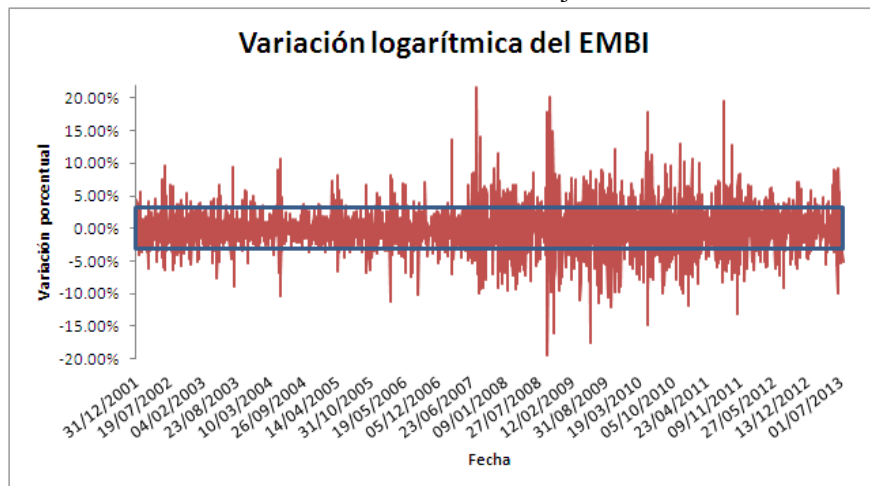
encuentra más bajo cuando los inversionistas perciben un menor riesgo y más alto cuando los inversionistas perciben un mayor riesgo. Mientras mayor es el EMBI, la tasa de interés es mayor y el precio de los bonos es menor. A menor EMBI, menor es la tasa de interés y mayor es el precio de los bonos.

Gráfica 2. Rendimiento logarítmico del IPC
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Yahoo Finance.

Gráfica 3. Variación logarítmica del EMBI
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013

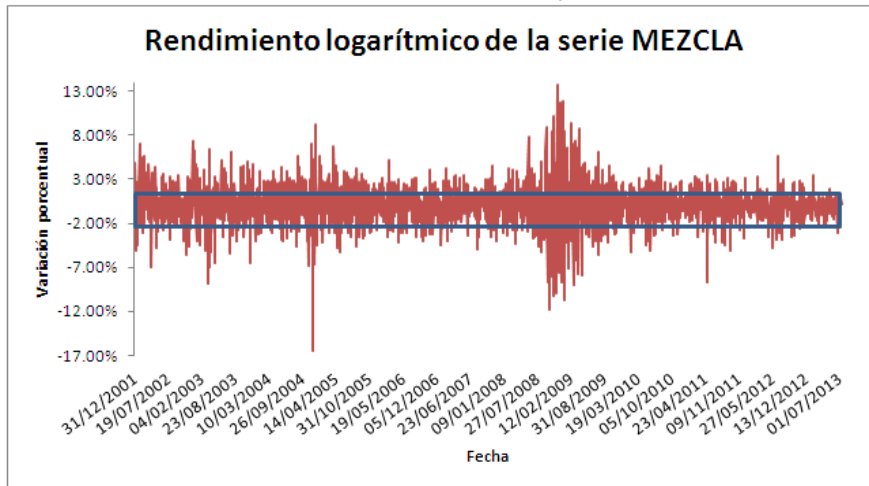


Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

En la Gráfica 4 se muestran los resultados de la transformación de la serie MEZCLA en la variable dif_ln_mezcla . Si el mercado de energéticos se encuentra gozando de periodos estables, el rendimiento logarítmico de la serie varía dentro de una banda de $\pm 2.1\%$; por otro lado, cuando el mercado de hidrocarburos sufre de periodos de alta volatilidad, la variación logarítmica de la serie

se encuentra oscilando en una banda de entre +14% y -17%. Para ninguna de las tres series se percibe varianza constante, es decir, se visualiza agrupamiento y persistencia de volatilidad.

Gráfica 4. Rendimiento logarítmico de la serie MEZCLA
31 de diciembre de 2001 al 15 de julio de 2013



Fuente: elaboración propia con datos de Bloomberg.

En el Cuadro 3 se presenta la estadística descriptiva correspondiente a cada una de las series analizadas en primera diferencia logarítmica. De acuerdo a los datos se encuentra que la media de dif_ln_ipc es de 0.000505 en términos diarios, mientras que para dif_ln_embi es de -0.000194 y para dif_ln_mezcla ésta es de 0.000638; conforme a la desviación estándar de la muestra, la serie más volátil es el EMBI con 0.034555 y la menos volátil es el IPC con 0.017116; lo anterior indica que el índice de riesgo país es más sensible que el indicador del mercado de valores mexicano y que el precio de la mezcla de petróleo en el periodo seleccionado.

La serie dif_ln_ipc presenta exceso de curtosis comparada con una distribución Normal. El valor de 12.249120 para dicho indicador durante el periodo observado confirma la presencia de colas anchas en la distribución. La distribución leptocúrtica de la variable muestra que existen altos rendimientos con mayor frecuencia de la esperada. El sesgo arroja el hecho de que existe una mayor probabilidad de rendimientos negativos al invertir en este mercado. Se verifica que los datos no se distribuyen como una Normal, pues la curtosis es superior a aquella que corresponde a la Normal; la asimetría es de -0.091962, lo que indica que la distribución de los rendimientos tiene sesgo negativo o a la izquierda y el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 10,729.60, indicador con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Por otro lado, se observa que la distribución de dif_ln_embi presenta también exceso de curtosis con un valor de 6.454592. La distribución leptocúrtica de la serie muestra que existen altas

variaciones con mayor frecuencia de la esperada. El sesgo indica que existe una mayor probabilidad de variaciones positivas –es decir, incremento de tasas– relacionadas con esta variable. Se verifica que las diferencias logarítmicas del EMBI no se distribuyen como una Normal, pues la curtosis es superior a aquélla que corresponde a la Normal; la asimetría es de 0.243303, lo que muestra que la distribución de las variaciones logarítmicas tiene sesgo a la derecha y el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 1,525.938, dato con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Finalmente, se observa que la serie *dif_lnmezcla* presenta exceso de curtosis, el valor de 8.230427 en la distribución de los rendimientos logarítmicos de la serie durante el periodo observado confirma la presencia de colas anchas en la distribución. El sesgo indica que existe una mayor probabilidad de variaciones negativas relacionadas con esta variable –caída en el precio del petróleo–. Se verifica que los rendimientos logarítmicos no se distribuyen como una Normal en virtud del resultado de la curtosis y el sesgo negativo, el estadístico Jarque-Bera toma un valor de 3,463.825, dato con el que se rechaza la hipótesis de normalidad.

Cuadro 3. Estadística descriptiva de las series *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*

Estadístico	<i>dif_ln_ipc</i>	<i>dif_ln_embi</i>	<i>dif_lnmezcla</i>
Media	0.000505	-0.000194	0.000638
Mediana	0.001305	0.000000	0.001411
Máximo	0.170934	0.216921	0.137918
Mínimo	-0.120052	-0.194033	-0.165406
Desviación estándar	0.017116	0.034555	0.021040
Sesgo	-0.091962	0.243303	-0.259980
Curtosis	12.249120	6.454592	8.230427
Jarque-Bera	10729.600000	1525.938000	3463.825000
Probabilidad	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: elaboración propia.

Se encontró evidencia del efecto de asimetría en las tres series de forma individual; para *dif_ln_ipc*, las innovaciones negativas (disminución del índice bursátil) impactan en mayor grado su varianza; por el contrario, para *dif_ln_embi*, su varianza se ve afectada con las perturbaciones positivas (incremento de tasas); finalmente para *dif_lnmezcla*, los choques negativos (disminución del precio del petróleo), impactan su varianza con mayor magnitud. La parametrización incluyó los residuos de procesos ARMA(6,6) para los rendimientos logarítmicos del IPC y ARMA(5,5) para la variación logarítmica del EMBI y de la MEZCLA.

El modelo de volatilidad utilizado corresponde a un BEKK trivariado asimétrico, su denominación proviene de las siglas de los autores Baba, Engle, Kraft y Kroner. Para calcular los modelos, se utilizaron los residuos de los procesos ARMA correspondientes. Los parámetros que se obtienen se presentan en el Cuadro 4, el cual incluye los valores para los coeficientes estimados, la

significancia, la función de máxima verosimilitud y los criterios Akaike y Schwarz. Para la estimación de los parámetros se utilizó el algoritmo de optimización Marquardt.

Cuadro 4. Resultados de la estimación de los modelos BEKK asimétricos

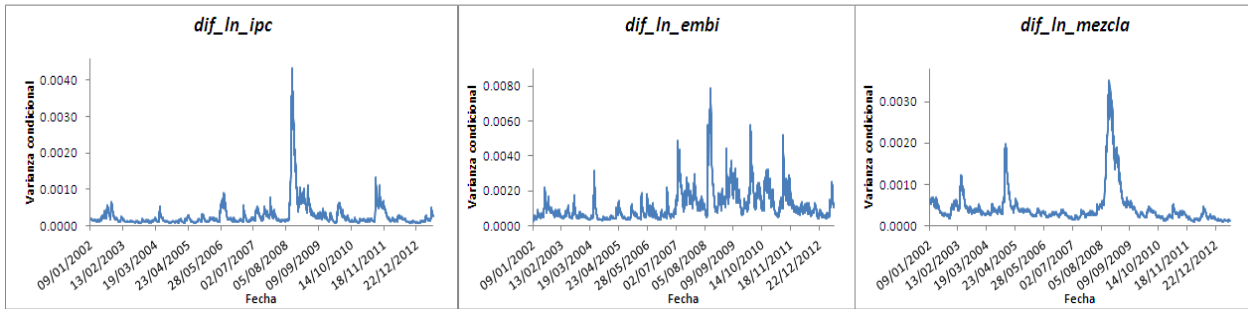
<p>Varianza de la variable 1: $h_{1,1,t} = \omega_{1,1}^2 + a_{1,1}^2 u_{1,t-1}^2 + b_{1,1}^2 h_{1,1,t-1} + \gamma_{1,1}^2 \xi_{1,t-1}^2$</p> <p>Varianza de la variable 2: $h_{2,2,t} = \omega_{2,2}^2 + \omega_{2,1}^2 + a_{2,2}^2 u_{2,t-1}^2 + b_{2,2}^2 h_{2,2,t-1} + \gamma_{2,2}^2 \xi_{2,t-1}^2$</p> <p>Varianza de la variable 3: $h_{3,3,t} = \omega_{3,3}^2 + \omega_{3,2}^2 + \omega_{3,1}^2 + a_{3,3}^2 u_{3,t-1}^2 + b_{3,3}^2 h_{3,3,t-1} + \gamma_{3,3}^2 \xi_{3,t-1}^2$</p> <p>Covarianza entre las variables 1 y 2: $h_{1,2,t} = h_{2,1,t} = \omega_{1,2} \omega_{2,1} + a_{1,1} a_{2,2} u_{1,t-1} u_{2,t-1} + b_{1,1} b_{2,2} h_{1,2,t-1} + \gamma_{1,1} \gamma_{2,2} \xi_{1,t-1} \xi_{2,t-1}$</p> <p>Covarianza entre las variables 1 y 3: $h_{1,3,t} = h_{3,1,t} = \omega_{1,1} \omega_{1,3} + a_{1,1} a_{3,3} u_{1,t-1} u_{3,t-1} + b_{1,1} b_{3,3} h_{1,3,t-1} + \gamma_{1,1} \gamma_{3,3} \xi_{1,t-1} \xi_{3,t-1}$</p> <p>Covarianza entre las variables 2 y 3: $h_{2,3,t} = h_{3,2,t} = \omega_{1,2} \omega_{1,3} + \omega_{2,2} \omega_{2,3} + a_{2,2} a_{3,3} u_{2,t-1} u_{3,t-1} + b_{2,2} b_{3,3} h_{2,3,t-1} + \gamma_{2,2} \gamma_{3,3} \xi_{2,t-1} \xi_{3,t-1}$</p>		
<p>variable 1: <i>dif_ln_ipc</i>, variable 2: <i>dif_ln_emi</i>, variable 3: <i>dif_ln_mezcla</i></p>		
	Coficiente	Significatividad
$\omega_{1,1}$	4.70E-06	0.000000
$\omega_{1,2}$	-5.91E-06	0.000000
$\omega_{1,3}$	6.65E-07	0.032100
$\omega_{2,2}$	0.000023	0.000000
$\omega_{2,3}$	-0.000001	0.0534*
$\omega_{3,3}$	0.000002	0.000100
$a_{1,1}$	0.197224	0.000000
$a_{2,2}$	0.267984	0.000000
$a_{3,3}$	0.192440	0.000000
$b_{1,1}$	0.953625	0.000000
$b_{2,2}$	0.948462	0.000000
$b_{3,3}$	0.976460	0.000000
$\gamma_{1,1}$	0.235431	0.000000
$\gamma_{2,2}$	-0.121959	0.000300
$\gamma_{3,3}$	0.084687	0.000000
Logaritmo de la función de verosimilitud	22969.090000	
Criterio Akaike	-15.285440	
Criterio Schwarz	-15.249440	

Fuente: elaboración propia.

*Significativo al 90% de confianza.

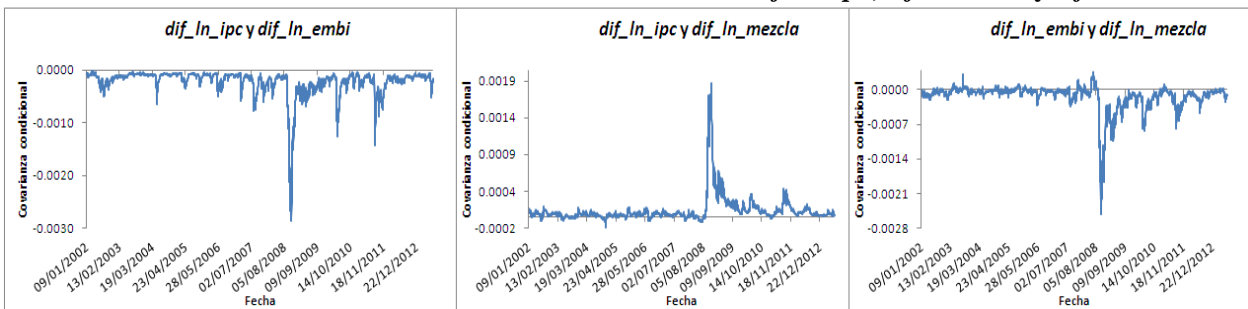
Como se puede apreciar en los resultados, el efecto de asimetría muestra que a la varianza condicional de la serie *dif_ln_ipc* le afectan las innovaciones negativas, mientras que para *dif_ln_embi*, son los choques positivos. Al igual que la primera serie, *dif_lnmezcla* es impactada por las innovaciones negativas.

Gráfica 5. Estimaciones de la varianza condicional para *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 6. Estimaciones de la covarianza condicional entre *dif_ln_ipc*, *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla*



Fuente: elaboración propia.

En la Gráfica 5 se observa que las varianzas condicionales de las tres variables muestran cambios de nivel, valores bajos y altos. La Gráfica 6 presenta la covarianza entre *dif_ln_ipc* y *dif_ln_embi*, misma que es negativa en todo momento, mientras que la covarianza entre *dif_ln_ipc* y *dif_lnmezcla* es negativa en algunos periodos de tiempo y tiende a ser positiva. Finalmente, la covarianza entre *dif_ln_embi* y *dif_lnmezcla* es positiva en algunas ocasiones y en general tiende a ser negativa.

En los meses de octubre y noviembre de 2008 las variables presentan la varianza diaria más alta, se registraron valores diarios superiores a 0.43% en el caso de los rendimientos logarítmicos del IPC, alrededor de 0.79% en el caso de la variación logarítmica del EMBI y 0.35% para la diferencia logarítmica de la MEZCLA, como se indica en el Cuadro 5. Los resultados coinciden con el punto más álgido de la crisis financiera de 2008-2009.

Cuadro 5. Estimación de la varianza máxima y fecha del suceso

Variable	Fecha	Varianza máxima
<i>dif_ln_ipc</i>	16/10/2008	0.432122%
<i>dif_ln_embi</i>	30/10/2008	0.788001%
<i>dif_lnmezcla</i>	27/11/2008	0.351456%

Fuente: elaboración propia.

Posterior a la etapa más aguda de la crisis, la varianza continúa mostrando altos valores, que decaen gradualmente; durante 2009 y 2010 se identifica una fase de recuperación de una de las peores crisis en la historia. La covarianza entre las variables se mantiene por lo general constante de acuerdo a lo que se visualiza en la Gráfica 6 pero muestra valores máximos durante el año 2008. A partir de dicho año la covarianza condicional indica una estabilidad menor.

Creemos importante mencionar que los modelos multivariados son más complicados mientras más activos financieros se incluyen en la parametrización, ya que el número de coeficientes se incrementa de manera importante.

El análisis multivariado permite incorporar en el pronóstico de la varianza el efecto de la covarianza de varios activos financieros, con lo que se pretende conformar un portafolio con una menor exposición al riesgo y con mejores expectativas de rendimiento.

5. CONCLUSIONES

En el trabajo se presenta de forma detallada la formulación del modelo BEKK trivariado asimétrico que parte de los modelos GARCH; la parametrización permite estimar de forma conjunta las varianzas y la covarianza de las variables seleccionadas a partir de la información de la base de datos. En el periodo de estudio se identificaron efectos que denotan la heteroscedasticidad en las series del IPC, EMBI y MEZCLA, características que los modelos detectaron de manera muy certera, los resultados obtenidos muestran que la variable con mayor volatilidad es el EMBI.

Se eligieron las tres variables como indicadores de tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos con el objetivo final de conformar un portafolio de inversión diversificado que incluya los tres activos.

El pronóstico de la volatilidad es una tarea fundamental en el campo de las finanzas: el inversionista debe cuidar en todo momento este aspecto al conformar un portafolio de inversión, también es imprescindible la estimación de la covarianza de los activos.

Se encontró que existe una correlación negativa fuerte entre el IPC y el EMBI. Por otro lado, la relación es directa y muy estrecha entre el IPC y la MEZCLA. Finalmente, el coeficiente de correlación es negativo y semifuerte entre el EMBI y la MEZCLA.

Los resultados de la prueba de causalidad en el sentido de Granger indicaron que existe interrelación entre las tres series objeto de la investigación. En el caso del IPC y el EMBI, se encontró que existe causalidad del IPC al EMBI a partir del segundo día de rezago, asimismo, los hallazgos indicaron que el EMBI no causa al IPC. Por otro lado, se verificó que la causalidad es bidireccional entre el IPC y la MEZCLA considerando que la MEZCLA causa al IPC en el retardo 2. Finalmente, la relación entre el EMBI y la MEZCLA es que la primera serie sí causa a la segunda, pero no viceversa.

Se encontró evidencia del efecto de asimetría en las tres series de forma individual; para el IPC las innovaciones negativas (disminución del índice bursátil) impactan en mayor grado su varianza; por otro lado, para el EMBI, su varianza se ve afectada con las perturbaciones positivas (incremento de tasas) y finalmente, para la MEZCLA, los choques negativos (disminución del precio del petróleo), impactan su varianza con mayor magnitud. Esto se corrobora con los resultados de los coeficientes que recogen el efecto de asimetría de los modelos BEKK trivariados asimétricos.

De acuerdo a los resultados empíricos observados, debe tomarse en cuenta la naturaleza de la relación entre el IPC y el EMBI, el IPC y la MEZCLA y el EMBI y la MEZCLA, así como su respuesta ante innovaciones positivas o negativas al momento de conformar un portafolio de inversión. En virtud de que se estudió el comportamiento de las variables mencionadas como indicadores de la tendencia de las acciones, los bonos y los energéticos, el portafolio debe conformarse con una determinada proporción de cada activo de manera que se minimice el riesgo y se maximice el rendimiento para lo cual existen metodologías muy conocidas, tal es el caso del modelo de Markowitz (1952). No obstante, ante condiciones desordenadas de los mercados, deberá invertirse el total del portafolio en mecanismos de inversión tales como el reporto a plazo de un día hábil, de forma tal que la caída en el precio de las acciones y los energéticos y el alza en las tasas de los bonos no afecten el patrimonio.

El presente estudio deja la puerta abierta a futuras investigaciones, pues el mismo puede extenderse a activos financieros de mercados internacionales que contribuyan a la diversificación de un portafolio de inversión.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los comentarios y recomendaciones de la Dra. Jelena Minović y del Dr. Guillermo Benavides.

REFERENCIAS

- Andersen, T.G. y Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts, *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 885–905.
- Bauwens, L., Laurent, S. y Rombouts, J.V.K. (2006). Multivariate Garch Models: A Survey, *Journal of Applied Econometrics*, 21, pp. 79–109.
- Bellotti, X.A. y Williams, J. (2010). What does good or bad news matter? The Implications of News Asymmetries in FX Markets. Middlesex, *University and Bangor University*, Working Paper, pp. 1–35.
- Benavides, G. (2009). Price volatility forecasts for agricultural commodities: An application of volatility models, option implieds and composite approaches for futures prices of corn and wheat, *Revista de Administración, Finanzas y Economía (Journal of Management, Finance and Economics)*, Vol. 3, Núm. 2, pp. 40–59.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307–327.
- Bollerslev, T., Engle, R.F. y Wooldridge, J.M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances, *Journal of Political Economy*, 96, pp. 116–131.
- Brooks, C., Henry, O.T. y Persaud, G. (2002). The Effect of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios, *Journal of Business*, 75, 2, pp. 333–352.
- Carvalho, M. (2007). A Smooth Transition Multivariate GARCH Approach to Contagion, *Social Science Research Network*, Working Paper, pp. 1–37.
- Chuliá, H., Climent, F., Soriano, P. y Torró, H. (2007). Volatility Transmission Patterns and Terrorist Attacks, *Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.* Working Paper WP-EC 2007-09, pp. 1–29.
- De Goeij, P. y Marquering, W. (2004). Modeling the Conditional Covariance Between Stock and Bond Returns: A multivariate GARCH Approach, *Journal of Financial Econometrics*, 2 (4), pp. 531–564.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, *Econometría*, 50, pp. 987–1008.
- Engle, R.F., Granger, C.W.J. y Kraft, D. (1984). Combining Competing Forecasts of Inflation with a Bivariate ARCH Model, *Journal of Economic Dynamics and Control* 8 (2), pp. 151–165.
- Engle, R.F. y Kroner, K.F. (1995). Multivariate Simultaneous GARCH, *Econometric Theory* 11, Núm. 1, (Mar. 1995), pp. 122–150.
- Engle, R.F. y Ng, V.K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Finance* 48, 5, pp. 1749–1778.
- Engle, R.F. y Rodrigues, A. (1989). Tests of International CAPM with Time-Varying Covariances, *Journal of Applied Econometrics*, 4, pp. 119–138.

- Fama, E. (1965). The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*, 38, pp. 34–105.
- Glosten, L., Jagannathan, R. y Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, American Finance Association, Vol. 48, No. 5, pp. 1779–1801.
- Hernández, M.A., Ibarra, R. y Trupkin, D. (2011). ¿Hasta dónde se transfieren los choques a través de las fronteras? Examinando la transmisión de volatilidad en los principales mercados de futuros agrícolas. Documento de Investigación Núm. 2011-15, *Banco de México*, 51 pp.
- Karunanayake, I., Valadkhani, A. y O'Brien, M. (2009). Modelling Australian Stock Market Volatility: A Multivariate GARCH Approach, Working Paper 09-11, *Department of Economics, University of Wollongong*, 15 pp.
- Ledoit, O., Santa-Clara, P. y Wolf, M. (2003). Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 85, Issue 3, pp. 735–747.
- Ludlow, J. y Mota, B. (2006). Volatilidad del IPC, Nasdaq y S&P500: un Modelo Garch Multivariado, *Análisis Económico*, Núm. 48, Vol. XXI, tercer cuatrimestre de 2006.
- Mandelbrot, B.B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36, pp. 394–419.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection, *Journal of Finance* (7) 1, pp. 77–91.
- Minović, J. (2008). Computer Program for Estimation Multivariate Volatility Processes Using DVEC Model, *Management Information Systems*, Vol. 3 (2008), No. 2, pp. 011–017.
- Minović, J. (2009). Modeling Multivariate Volatility Processes: Theory and Evidence. *Theoretical and Applied Economics*, Núm. 5/2009 (534).
- Nelson, D.B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, Vol. 59, No. 2, (Mar. 1991), pp. 347–370.
- Ng, V.K. (2000). Volatility Spillover Effects from Japan and the US to the Pacific-Basin, *Journal of International Money and Finance* 19, pp. 208–233.
- Stelzer, R. (2008). On the Relation Between the VEC and BEKK Multivariate Garch Models. *Econometric Theory*, Vol. 24, Issue 4 (August 2008), pp. 1131–1136.
- Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, New York.
- Zakoian, J.M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, pp. 931–955.