



Estimación del precio de oferta de la energía eléctrica en Colombia mediante inteligencia artificial

HURTADO MORENO, LAURA

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

Correo electrónico: lhurtad8@eafit.edu.co

QUINTERO MONTOYA, OLGA LUCÍA

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

Correo electrónico: oquinte1@eafit.edu.co

GARCÍA RENDÓN, JOHN JAIRO

Departamento de Economía

Universidad EAFIT, Medellín (Colombia)

Correo electrónico: jgarcia@eafit.edu.co

RESUMEN

Uno de los sectores económicos estratégicos más importantes en cualquier economía es el Mercado de Energía Mayorista, cuya característica fundamental es que se trata de un mercado oligopolístico, provocado por la barrera de entrada que supone tener economías de escala. De esta manera, los agentes pueden presentar comportamientos estratégicos que contribuyen a la maximización de sus utilidades, los cuales se ven reflejados en la oferta diaria del precio y de la cantidad de energía por hora en cada una de sus centrales de generación. En este trabajo se presenta una metodología para la estimación de los precios diarios a los que ofertan la energía que producen los principales recursos hídricos y térmicos en Colombia. Se emplean dos herramientas de Inteligencia Artificial: la Lógica Difusa y las Redes Neuronales. Dichas técnicas resultan ser parcialmente efectivas para seguir las tendencias de dichos precios. También se comparan los resultados con los de modelos autorregresivos, que resultan ser inapropiados para el caso de estudio.

Palabras clave: mercado eléctrico al contado; precio ofertado; Inteligencia Artificial; Lógica Difusa.

Clasificación JEL: D43; L11; L81.

MSC2010: 91B; 93B; 93C.

Artículo recibido el 13 de septiembre de 2013 y aceptado el 13 de noviembre de 2014.

Estimating the Spot Market Price Bid in Colombian Electricity Market by Using Artificial Intelligence

ABSTRACT

One of the most important economic strategic sectors in any economy is the electricity market. Its main feature is its oligopolistic character favoured by the returns to scale which act as an entry barrier. As a result, the energy generators can use their power market in order to increase their benefits through the daily offered price and quantity of energy for each of their power plants. This paper presents a methodology for estimating the daily offered price of the most important power stations in Colombia (hydraulic and thermal) by applying artificial intelligence techniques: Fuzzy Logic and Neural Networks. Such techniques are found to be partially useful particularly for price tendencies. It also compares the results with autoregressive models that turned out inappropriate for the case of study.

Keywords: wholesale energy market; price bid; Artificial Intelligence; Fuzzy Logic.

JEL classification: D43; L11; L81.

MSC2010: 91B; 93B; 93C.



1. INTRODUCCIÓN

El Mercado Energético Mayorista (MEM) es un sector estratégico y transversal en la economía de Colombia, como en cualquier mercado *spot* (al contado) a nivel mundial, que mueve billones de pesos anualmente (XM, 2012); se trata, por tanto, de una notable fuente de ingresos para cualquier economía. El funcionamiento del MEM colombiano no tiene unas características muy diferentes a las de cualquier otro país a nivel mundial: el operador de mercado (en este caso, XM S.A.E.S.P.) estima diariamente la demanda energética del país en las siguientes 24 horas. Los agentes ofertan, por central y con periodicidad diaria, un precio único para la cantidad que están dispuestos a vender para cada hora; esta cantidad corresponde a la disponibilidad que declaran de sus recursos. Cada hora, h , el operador ordena los precios de menor a mayor hasta que las cantidades satisfagan la demanda, Q_h ; así, la energía será pagada al precio del último recurso de generación hasta satisfacer la demanda (precio de bolsa), con característica de subasta inversa (se puede ver un ejemplo en la Figura 1).

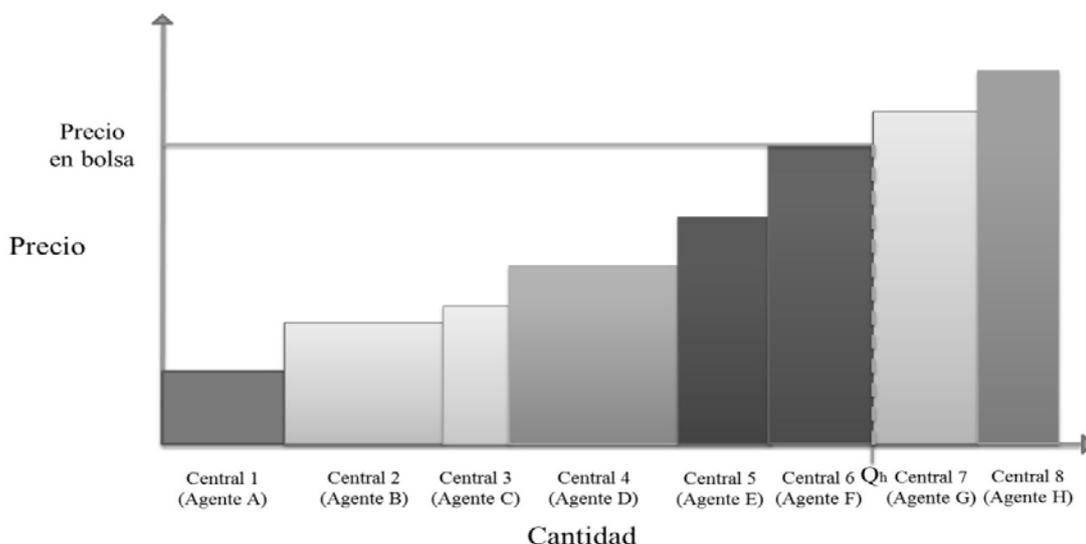


Figura 1. Ejemplo de subasta inversa en la hora h con una demanda Q_h .
Fuente: elaboración propia.

En el país, la generación de energía está en manos de pocos agentes: las seis mayores empresas de generación del país concentran aproximadamente el 80% de la capacidad de generación, lo cual muestra que se trata de un mercado moderadamente concentrado de acuerdo a los estándares internacionales, acorde a la regulación de la Comisión Federal de Regulación de los Estados Unidos (FERC, 2006). Lo anterior implica la posibilidad de que este oligopolio pueda dar lugar a comportamientos estratégicos por parte de los agentes sobre los precios. El encargado de regular este

mercado es la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), quien debe garantizar que el marco legal vigente se cumpla.

Este artículo contribuye a la literatura con una investigación en torno a la determinación de los precios ofrecidos en la bolsa por los principales agentes del mercado, poseedores de los más significativos recursos de generación en Colombia. Mediante el uso de información de las cantidades ofertadas y de otras variables externas, este estudio da continuidad a una aproximación análoga para la estimación de precios promedio diarios por agente, donde se evalúa la existencia de comportamientos estratégicos y se realiza una aproximación al problema desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo que permite descubrir dinámicas a nivel macro que son aplicadas a la estimación de precios ofrecidos en el MEM (Bastidas *et al.*, 2012).

Es importante resaltar que los precios de oferta tienen efectos en la determinación del precio en bolsa, con lo cual analizar las estrategias de oferta del precio en esta industria puede plantear medidas regulatorias futuras que garanticen el funcionamiento óptimo del sistema bajo las normas establecidas en la regulación. Con ello, se conforma una aproximación a la variable que ha sido ampliamente estudiada en la literatura como lo es el precio en bolsa o el precio marginal del sistema.

Para aceptar la hipótesis planteada en estudios anteriores relacionados con el tema y ante la falta de pruebas en las técnicas econométricas empleadas (como es el caso de la regresión lineal y las ecuaciones de regresión aparentemente no relacionadas, *Seemingly Unrelated Regression Equations –SURE–*), se manifiesta la necesidad de recurrir a otras metodologías, puesto que el término de error de cada uno de los modelos estimados contiene información importante y, por lo tanto, los modelos no lineales se plantean como una buena estrategia para abordar la problemática (Galvis, 2011).

La otra área de conocimiento desde donde puede darse solución al problema en cuestión es el análisis de series de tiempo, que tiene como objetivo principal el pronóstico de variables dinámicas teniendo como referencia su comportamiento a través del tiempo y donde los valores que la variable dependiente alcanza están relacionados con los que ha tomado en el pasado (Arellano, 2001), aspecto importante para la estimación del precio ofertado por un agente por central de generación, puesto que es probable que este dependa de la oferta en periodos pasados. En este caso, la estimación puede hacerse a través de técnicas paramétricas, en las que se asume *a priori* una función que depende de variables exógenas y parámetros que determinan su influencia en el valor de la variable respuesta; también mediante no paramétricas, en las que no se supone una forma funcional paramétrica que defina el valor de la variable respuesta (Aedo, 2005).

Por otro lado, la Inteligencia Artificial se ha aplicado inicialmente a problemas relacionados con el control, como en el caso de Takagi y Sugeno (1985) y Narendra y Parthasarathy (1990). Posteriormente se ha ensayado su utilización en otras áreas del conocimiento como Medicina (Patel

et al., 2009), Economía (Pau y Tan, 2006), Ingeniería Eléctrica (Madan y Bollinger, 1997), Mecánica (Herman, 1990), Ingeniería Civil (Flood, 2008) e Ingeniería Sísmica (Olivera, 1997), entre otras, dada su capacidad de modelado de sistemas no lineales.

En concreto, en este artículo se construyen dos modelos: uno basado en Lógica Difusa y otro en Redes Neuronales Artificiales, que permiten aproximar aún más el comportamiento de los agentes y estimar de manera independiente el precio ofertado por las principales centrales del país en función de variables propias del agente al que pertenecen, así como variables climáticas, técnicas y el precio de bolsa rezagado n periodos de tiempo, empleando técnicas de Inteligencia Artificial y comparando sus resultados obtenidos mediante análisis de series temporales. Este es precisamente el tema de este artículo: la construcción de modelos de precio ofertado diario para los principales recursos de generación hidráulica y térmica del país a partir de relaciones de causalidad entre variables externas de mercado y técnicas de naturaleza estocástica y determinística, usando como medio la Inteligencia Artificial que intenta reproducir las no linealidades de los sistemas y una reducción de la incertidumbre.

Este documento se organiza de la siguiente manera: en la sección dos se presenta una revisión de literatura relacionada con modelos de precios en mercados de energía; en la sección tres se presentan los métodos, variables y materiales utilizados para llevar a cabo la construcción de los modelos; posteriormente, se hace alusión a los resultados y se discuten los mismos; finalmente, se presentan las conclusiones.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Desde diversas áreas de conocimiento se han propuesto estrategias para pronosticar el precio diario de la energía. En el trabajo de Ventosa, Baillo, Ramos y Rivier (2005) se afirma que hay tres líneas de modelos para el mercado eléctrico (de optimización, de equilibrio y de simulación) y se hace una revisión de estos modelos. Tienen como objetivo calcular el precio que deben ofertar los agentes de energía por unidad de generación que maximiza su beneficio. Este trabajo concluye que la modelación usando Inteligencia Artificial puede ser una herramienta potencial para modelar el mercado energético puesto que los agentes aprenden de su experiencia, mejoran el proceso de toma de decisiones y se adaptan a los cambios del medio, lo cual puede ser una buena solución para integrar características en nuevos modelos que son ignoradas por los estáticos.

En el estudio de Velásquez, Dyner y Castro (2007) se destacan las estrategias de modelado que emplean modelos estocásticos, a través de procesos estocásticos continuos (los precios en el instante t se obtienen como la adición de una componente que representa todos los patrones determinísticos y otra componente estocástica) y discretos (se asume que el precio es una variable aleatoria que

depende de su media y su varianza, ambas en función de la información hasta el tiempo t y de parámetros del modelo dependientes del tiempo). También se trata el análisis fundamental económico, basado en las fuerzas de la oferta y la demanda, donde el precio se estima teniendo en cuenta el equilibrio de los precios en el mercado y las características del mismo y, finalmente, modelos híbridos que se materializan en una combinación de los dos anteriores. Estos autores concluyen que las aproximaciones alcanzadas hasta el momento a través de las técnicas mencionadas, por la complejidad del modelado del mercado energético, podrían catalogarse como opciones apropiadas y eficaces para la estimación. En cualquier caso, han de tenerse en cuenta las características específicas del mercado, la objetividad de las técnicas, la aproximación a través de modelos matemáticos que empleen datos históricos (que se complementan con conocimiento subjetivo) y aprovechar su capacidad para manejar un gran número de variables explicativas.

Swider y Weber (2007) manifiestan que, dada la longitud significativa de las colas de la distribución de los precios de la energía, se considera el uso de modelos de series temporales autorregresivas de medias móviles (*Autoregressive Moving Average –ARMA–*), donde se tienen en cuenta desviaciones de la hipótesis de normalidad de los residuales ante la debilidad para establecer este tipo de modelos a través de reversiones de media, por la volatilidad y los picos de los precios. La estimación mejora parcialmente al introducir saltos; no obstante, no es suficiente puesto que la componente determinística del sistema no alcanza buenas representaciones. La metodología es probada en el mercado energético y dos mercados de reserva alemanes.

Por su parte, Guthrie y Videbeck (2007) realizaron una segmentación de precios del día correlacionados entre cada grupo, pero con correlación baja con los de los demás segmentos, empleando datos del mercado de energía neozelandés y tomando los precios con una frecuencia de media hora. El resultado establece cinco grupos en los que se tienen en cuenta la presencia o ausencia de picos según la hora del día. Se plantea, además, una auto-regresión periódica en la que se prueba que las perturbaciones de las horas pico tienen una mayor magnitud, que son menos persistentes que las de los periodos valle y que reaparecen en los siguientes periodos. En contraste, las perturbaciones en periodos valle son menores, menos persistentes y mueren en los periodos pico (quizás temporalmente). Sin embargo, la metodología empleada (PAR), una variación del modelo autorregresivo –AR– en la que los coeficientes varían según los periodos, implica la estimación de una gran cantidad de parámetros.

Weron y Misiorek (2008) realizaron una comparación entre doce tipos de análisis de series temporales para la predicción del precio de la energía a corto plazo en California, Estados Unidos y el Mercado Nórdico. Concluyeron que los métodos semi paramétricos (modelos autorregresivos y autorregresivos con entrada exógena con estimadores de máxima verosimilitud no paramétricos

suavizados, *Smoothed non Parametric with Maximum Likelihood Estimator Autoregressive and Autoregressive with Exogen Input –SNAR/SNARX–*) presentan, en general, mejores condiciones para la predicción, además de que pueden hacerlo bajo condiciones diversas del mercado. Por otra parte, Weron, Kozłowska y Nowicka (2001) también realizan estimaciones de los precios promedio diarios a través de procesos de reversiones de medias continuas en California, concluyendo que estos no son adecuados para el caso y que las metodologías deben enfocarse en procesos discretos.

Por otra parte, el trabajo de Cruz, Muñoz, Zamora y Espinosa (2011) realiza una comparación entre las principales técnicas de pronóstico de precios de la energía, concluyendo que, con respecto a las técnicas univariadas, a través del suavizado exponencial, las predicciones superan incluso las obtenidas con un modelo autorregresivo integrado de medias móviles (*Autoregressive Integrated Moving Average –ARIMA–*). Adicionalmente, se resalta la importancia de tener en cuenta la dinámica específica del día de la semana en la estimación y de la influencia de la generación de energía eólica.

De Madeiros (2003) implementó un modelo neuro-difuso para la predicción del precio de bolsa de la energía en Brasil, que puede incluir variables importantes que no estén expresadas como series de tiempo. Realizó también una comparación con un modelo de redes neuronales. Los investigadores Hong y Lee (2005) también construyeron un modelo neuro-difuso en el que se estimaba el precio marginal de la energía en mercados desregulados, obteniendo buenas aproximaciones que atribuyeron a la capacidad de la lógica difusa para manipular descripciones lingüísticas y de las redes neuronales por su habilidad para manejar relaciones diversas y complejas entre entradas y salidas. En contraste, las redes neuronales por sí mismas han proporcionado buenas aproximaciones. Este es el caso del trabajo de Singha y Swarup (2011), donde se estiman los precios de equilibrio del mercado energético diariamente, alcanzando excelentes resultados en días donde la tendencia es normal, pero que desmejoran en los días con picos en los precios; ante esto, se propone complementar el modelo con lógica difusa y análisis *cluster* dinámico. Asimismo, Gareta, Romeo y Gil (2006) resaltan el uso de redes neuronales para la predicción de precios horarios para el día siguiente y dos o tres posteriores, dada su capacidad de captar relaciones no lineales entre variables.

A nivel nacional, también se han planteado metodologías para el pronóstico de precios de la energía. Este es el caso de Galvis (2011), donde desde la Econometría se plantean regresiones que determinan el precio para la energía generada con tecnología hidráulica y térmica para establecer si en el mercado se están presentando o no colusiones. No obstante, aunque concluye que mediante las técnicas empleadas no es posible establecer estadísticamente la existencia de alianzas, sugiere hacer uso de estrategias más finas que tengan en cuenta el comportamiento no lineal del sistema. Por otra parte, Sierra y Castaño (2010) plantean un modelo de parámetros variables en el tiempo (*Time*

Variable Parameters –TVP–) para el MEM colombiano en el que las predicciones se adaptan fácilmente a los cambios del mercado inducidos por las variables en consideración.

En el trabajo de Villada, García y Molina (2011) se propone un modelo basado en redes neuro-difusas con dos estructuras de entrada (la serie de precios diarios y el nivel medio de los embalses) para pronosticar el precio de bolsa diario de un mes. Los resultados logrados superan, en la mayoría de los casos, dos modelos propuestos de manera adicional: una red neuronal y uno de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity –GARCH–*). Finalmente, resaltan las potencialidades de las redes neuro-difusas, dada la facilidad para su implementación y el poco tiempo de cómputo. El precio de bolsa también fue estimado por Velásquez y Dyner (2001) a través de redes neuronales únicamente.

Otros estudios realizados en otros mercados *spot* de generación eléctrica a nivel internacional para estimar el precio marginal del sistema, aunque no directamente los precios de oferta, son la función de oferta, *Supply Function Model* (por ejemplo, Green y Newbery (2002) y Green (1996) encuentran para Inglaterra y Gales que las empresas realizan colusiones tácitas para impedir la entrada de nuevas empresas, aun a pérdida en el corto plazo), y el de subasta de unidades múltiples (*Multi Unit Auction*). Von der Fehr y Harbord (1993) fueron los primeros en proponer este último enfoque, encontrando que las empresas tienen incentivos para ofertar valores superiores a su coste marginal. Además, el último enfoque ha sido utilizado por Wolfram (1998), García-Díaz y Marín (2003) y de Frutos y Fabra (2008), para analizar efectos y comportamientos estratégicos sobre la formación del precio marginal del sistema.

El presente trabajo no solo busca incorporar variables de Organización Industrial, las cuales no han sido muy utilizadas en estudios previos dentro del análisis de comportamientos estratégicos de los agentes del mercado colombiano, sino también hacer la construcción de modelos basados en herramientas de Inteligencia Artificial que repliquen el comportamiento de los agentes del mercado que poseen las centrales hidroeléctricas y térmicas más importantes del país y, con ello, complementar un modelo sistémico del mercado eléctrico colombiano. Este enfoque no solo permite construir un modelo de precios *spot*, sino demostrar la existencia de estrategias por parte de los agentes en el mercado que se reflejan sobre la formación del precio y, adicionalmente, combinan de manera inteligente con las variables de mercado, del sistema interconectado, ambientales y climáticas. Además, se comparan los resultados con técnicas tradicionalmente usadas para modelar precios de mercado.

3. MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

Las metodologías utilizadas se basan en la Lógica Difusa y las Redes Neuronales Artificiales para construir modelos de los precios ofertados diarios de los recursos de generación hidráulica y térmica más importantes de Colombia. Estas centrales fueron elegidas teniendo en cuenta que se trata de reproducir comportamientos estratégicos de los principales agentes del MEM y que el supuesto poder de mercado que ejercen obedece a diferentes factores como son el tamaño de su embalse, la capacidad de las máquinas, la ubicación geográfica de la central de generación y la capacidad de prestar, por ejemplo, el servicio de generación secundaria de frecuencia –AGC–, además de tratarse de recursos que en horas de demanda baja o demanda alta determinan el precio en bolsa. Por efectos de confidencialidad, no se proporcionan los nombres de las centrales de generación modeladas. Los datos experimentales fueron extraídos de la base de datos *Neón* del operador del mercado XM S.A. E.S.P., los cuales están disponibles para el público en general.

Los pasos llevados a cabo para la obtención de los resultados son los siguientes:

- a. A través del conocimiento experto, se consideran las variables que pueden influir sobre el precio que los agentes del mercado ofertan diariamente, definiendo las variables de entrada al modelo.
- b. Se establecen las hipótesis sobre las variables que los autores consideran que pueden influir sobre el precio que los agentes del mercado ofertan diariamente.
- c. Adicionalmente, se incluyen algunas variables desde la Organización Industrial y luego se realizan pruebas para comprobar las hipótesis de relación de las variables de entrada con la variable de salida, mediante regresiones logísticas que permiten modelar la probabilidad de un evento dado otro, como posible punto de partida para la construcción de los modelos basados en Lógica Difusa y Redes Neuronales.
- d. Se construyen los modelos basados en Lógica Difusa generando reglas de comportamiento para cada central modelada.
- e. Se define la arquitectura de las redes neuronales y se conforman los grupos de entrenamiento, validación y prueba.
- f. Finalmente, se construyen modelos basados en series temporales para hacer una comparación con los modelos propuestos.

3.1. Variables

3.1.1. Variables de entrada para centrales hidráulicas

Desde la Organización Industrial, diferentes variables explican la formación de un precio, específicamente en mercados *spot* de generación eléctrica, el cual es el objeto de investigación en

este trabajo. La estructura de este tipo de mercados se caracteriza por ser oligopolística y, en la medida en que el mercado es más concentrado, cuyo nivel de concentración se mide a través del *Herfindahl-Hirschman Index* (HHI), las empresas de la industria no solo tendrían incentivos y capacidad para aumentar el precio, sino también para ejercer poder de mercado (Wolak, 2009; Carlton y Perloff, 2004). El poder de mercado puede medirse por medio del Índice de Oferta Residual (IOR). Es importante hacer notar que estas dos variables no han sido habitualmente utilizadas para explicar la formación del precio *spot* y, por tanto, este se convierte en uno de los aportes de esta investigación.

También desde la Teoría Económica, una mayor demanda en la industria, simultáneamente con una capacidad instalada (o disponibilidad ofertada) prácticamente constante, tiende a aumentar el precio. Este es el caso del MEM en Colombia, donde para el periodo de estudio se evidencia un crecimiento económico del país y, a su vez, una mayor demanda de energía, sumado a que la disponibilidad ofertada ha permanecido prácticamente constante. Para el periodo comprendido entre enero de 2003 y diciembre del mismo año, mientras que la disponibilidad real creció un 1%, la demanda comercial creció un 31%.

Además, específicamente, el mercado *spot* colombiano es altamente dependiente del recurso hidráulico, dependiendo de la hora del día, el 80% de generación es abastecido por medio de esta tecnología, lo que a su vez hace que el precio en este mercado sea altamente dependiente de las condiciones climáticas. Por ejemplo, cuando hay un clima seco, como en presencia de El Niño¹, disminuye el nivel de embalse del sistema y disminuyen también los aportes hídricos, como ocurrió, por ejemplo, en los últimos cuatro meses de 2006 y principios de 2007, entre los últimos seis meses de 2009 y los primeros cuatro de 2010 y a mediados de 2012; por tanto, el precio *spot* se incrementó en estos periodos.

A continuación se presenta una breve descripción de las variables empleadas en el estudio, su relación con la variable a explicar y de las técnicas de Inteligencia Artificial y Análisis de Series Temporales de las que se hizo uso, además de otra técnica complementaria: la Regresión Logística, utilizada para identificar las variables significativas en cambios porcentuales de la variable objetivo: el precio ofertado.

- *Herfindahl-Hirschman Index* de la industria: es una medida de la concentración que presenta un mercado, indicando el grado de concentración. Este se estima como la sumatoria de las participaciones al cuadrado de cada uno de los agentes. De acuerdo con la Comisión Federal de Regulación de los Estados Unidos, si el indicador es superior a 1800, esto indica que se trata de un mercado altamente concentrado y las empresas tendrían mayor capacidad para

¹ Esta variable se mide por medio del *Multivariate ENSO Index (MEI)*.

incrementar el precio; entre 1000 y 1800 se considera como moderadamente concentrado; y por debajo de 1000 como una industria altamente competitiva que, por tanto, tendría el mayor nivel de eficiencia posible. Se calcula a partir de los datos disponibles en la base de datos del operador para cada día, es decir para el periodo t .

- Índice de Oferta Residual: este índice sirve para identificar si un agente es pivote o no, es decir, si su oferta es necesaria para abastecer parte de la demanda en la industria y, por tanto, tiene la habilidad de afectar significativamente el precio de bolsa. Este se calcula como se muestra en la ecuación (1):

$$IOR = \frac{PTS - PTA_i}{Demanda\ total\ de\ energía} \quad (1)$$

donde PTS es el potencial total del sistema y PTA_i es el potencial relevante del agente i (Botero, García y Vélez, 2013). No obstante, específicamente en el mercado colombiano, acorde a las recomendaciones de Wolak (2009), el cálculo se realiza restando al potencial total del sistema el aporte realizado por las contrataciones del agente i , además de su potencial relevante como se muestra en la ecuación (2). Un IOR inferior a 1 implicaría que el agente es pivote y, por tanto, puede ejercer poder de mercado e incrementar el precio.

$$IOR = \frac{PTS - (PTA_i + Contratos_i)}{Demanda\ total\ de\ energía} \quad (2)$$

- *Multivariate ENSO Index* (MEI): índice construido a partir de seis variables observables para el Pacífico Tropical: presión del nivel del mar, componentes zonales y meridionales de los vientos superficiales, temperatura de la superficie del mar, temperatura superficial del aire y la nubosidad fraccional del cielo (Earth System Research Laboratory, 2012). Da cuenta de las variaciones del clima y su valor puede indicar la presencia del fenómeno de El Niño o de La Niña. Esta variable nos sirve para medir cuándo hay condiciones climáticas adversas, debido al tiempo seco (El Niño), haciendo a su vez que el precio de oferta aumente.
- Demanda comercial atendida en bolsa: porcentaje de la demanda que se atendió a través del mercado *spot* de energía. Como se dijo al inicio de esta sección, una presión de mayor demanda, con una oferta prácticamente constante, hace que el precio aumente.
- Precio de bolsa del día anterior: precio al que los agentes vendieron su energía, en promedio, el día anterior al que se hace la estimación. La inclusión de esta variable en las estimaciones es bastante importante, debido a que representa una memoria para la industria, es decir, un referente del precio de oferta o la interdependencia de cómo pueden comportarse sus rivales en el mercado.
- Coste marginal: precio por kilowatio adicional que se produce en el mercado.

- Aportes hídricos: metros cúbicos por segundo de agua que suministra un río a un embalse.
- Volumen embalse: volumen registrado de los embalses que almacenan el agua de una central.
- Contratos: gigawatios por hora que están comprometidos en el sistema a través de contratos previos que establecen los agentes con entidades u organizaciones en el país. Esta energía no se tiene como disponible para ser vendida en el mercado *spot*.

3.1.2. Variables empleadas para centrales térmicas

Para los recursos térmicos se emplearon igualmente las variables HHI, IOR, MEI, demanda comercial atendida en bolsa, precio de bolsa del día anterior, coste marginal y contratos, pero se añadieron variables nuevas que influyen específicamente en la oferta de los recursos que producen energía con combustibles como los costes del gas natural, del petróleo y del carbón.

- Índice de Precios del Productor (IPP): medida de la variación de precios al por menor de bienes y servicios (Business Col, 2012).
- Disponibilidad de la central: cantidad real de energía en capacidad de ser producida por la central.
- Precios del gas natural, del petróleo y del carbón: precio en dólares a nivel mundial del gas natural (dólares por cada mil metros cúbicos de gas), del petróleo (dólares por barril) y del carbón (dólares por tonelada métrica).
- Volumen total de los embalses: volumen total de los embalses del Sistema Interconectado Nacional.
- Aportes hídricos totales: aportes hídricos totales de todos los ríos del Sistema Interconectado Nacional.
- Oportunidad de las centrales térmicas: indicador calculado a través de la ecuación (3). Da cuenta de cuánta demanda de energía puede ser cubierta por centrales térmicas, teniendo en cuenta que la demanda se trata de cubrir primero con la energía generada con recursos hídricos.

$$\frac{DT}{DE - DH} \quad (3)$$

donde:

DT es la disponibilidad total del sistema de centrales térmicas;

DE es la demanda total esperada en el sistema;

DH es la disponibilidad total en el sistema de las centrales hidráulicas.

3.2. Métodos

3.2.1. Regresión Logística

El uso de la Regresión Logística en este trabajo se focaliza en la verificación de supuestos sobre las posibles variables de entrada a los modelos de Inteligencia Artificial. Con ella se plantea la selección de variables estadísticamente significativas para el modelo de cada una de las centrales eléctricas modeladas.

Lo anterior es debido a que las centrales eléctricas modeladas son de dos tecnologías diferentes y combustibles distintos y, adicionalmente, están localizadas geográficamente en diferentes regiones del país y son propiedad de diferentes agentes del mercado.

La Regresión Logística (también conocida como Logit) es una técnica que permite modelar la probabilidad de un evento, generalmente dicotómico, siendo esta la variable dependiente de una función de variables explicativas ponderadas, que influyen en cambios de dicha probabilidad, como se muestra en la ecuación (4).

$$P(y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} \quad (4)$$

donde β es el vector de ponderaciones del vector de variables explicativas x , estimado habitualmente a través de máxima verosimilitud.

El valor de $Y=1$, significa que la probabilidad que el evento Y sea total está representada por la función exponencial del vector de variables X que serán las entradas al sistema. Debe aclararse que el uso del modelo Logit será únicamente utilizado para evaluar la influencia de las entradas en el vector X sobre la variable de salida del sistema. En la sección 4 se analizan los resultados de esta evaluación.

3.2.2. Lógica Difusa

Esta teoría une el lenguaje y la inteligencia humana a través de las Matemáticas (Álvarez y Correa, 2002); por tanto, está basada en formalismos matemáticos, puesto que cuenta con relaciones y operadores lógicos. Además, combina el conocimiento de los expertos en los fenómenos que se presentan, dadas unas causalidades para generar reglas de comportamiento en el sistema. La Lógica Difusa, a diferencia de la Lógica Tradicional, permite que los elementos de un universo pertenezcan parcialmente a conjuntos de este, midiendo el grado de pertenencia de cada uno a los diferentes conjuntos con valores entre 0 y 1.

La suma de las pertenencias de un elemento a todos los conjuntos de un universo no es necesariamente igual a 1. A través de la Lógica Difusa o Borrosa es posible expresar la pertenencia a conjuntos teniendo en cuenta la flexibilidad del lenguaje (Jang, Sun y Mizutan, 1997).

Esta es una metodología de solución de problemas que proporciona una forma sencilla de llegar a una conclusión definitiva basada en una información de entrada que puede ser imprecisa, ruidosa o ambigua. La Lógica Borrosa incorpora una simple base de reglas del tipo "Si X e Y entonces Z" para solucionar el problema en lugar de tratar de modelarlo matemáticamente. El modelo de Lógica Borrosa está basado en la experiencia del experto, conocimiento que es flexible y semánticamente rico y que puede llegar a ser extendido por el experto con facilidad (Babuska, 1998).

Los sistemas expertos basados en Lógica Borrosa ofrecen tres grandes ventajas frente a otros sistemas de clasificación:

- a. No suele ser necesario un gran conjunto de entrenamiento.
- b. Permite un funcionamiento en paralelo que facilita la programación y reduce los tiempos de procesamiento de datos.
- c. Tienen la capacidad de aprender por la creación de nuevas normas y la adición de nuevos datos a la base de datos de conocimiento experto. Esta característica hace que el sistema desarrollado sea adaptable para situaciones que no se ven y también extensible para futuras mejoras (Azim, 2014).

Estos sistemas de inferencia borrosos son muy populares en la solución de problemas, se han encontrado aplicaciones con éxito en una amplia variedad de campos, como el control automático, la clasificación de datos, el análisis de decisiones, los sistemas expertos, la predicción de series de tiempo, la robótica y el reconocimiento de patrones (Jang, 1997).

En la construcción de modelos usando Lógica Difusa, la variable se describe lingüísticamente mediante su valor de pertenencia a un conjunto difuso que refleja la categorización de la misma dentro de los rangos establecidos. Esta metodología permite que se puedan establecer relaciones entre las variables de manera que provengan de conocimiento experto. En la sección 4.2 se puede observar la forma en la que las variables son categorizadas asignando nombres a los posibles conjuntos difusos que las explican mediante una expresión lingüística que transforma la variable desde su dominio a un valor difuso con el cual el sistema de inferencia o modelo desarrollado calcula su valor mediante una base de reglas de comportamiento diseñadas por el experto.

3.2.3. Identificación de sistemas

Una técnica que permite hallar funciones que relacionan las salidas de un sistema a partir de las entradas es la Identificación de Sistemas. Tales funciones tienen estructuras de series temporales

autorregresivas definidas; paramétricas: ARX, ARMAX, Box-Jenkins, Output Error, ARX no lineal, entre otras; o no paramétricas: correlaciones y método espectral, aunque este último se emplea para datos en el dominio de la frecuencia y no del tiempo (Garrido, 1999), cuyos parámetros son calculados a través de los datos de estimación. Para la identificación del modelo que describe el sistema, generalmente se emplea el 50% de los datos. El modelo es validado con el 50% restante.

La ecuación genérica de modelos autorregresivos se presenta en (5):

$$A(q^{-1}, \theta)y(t) = G(q^{-1}, \theta)u(t) + H(q^{-1}, \theta)e(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) \quad (5)$$

donde $u(t)$ son las entradas al sistema, $e(t)$ el ruido de la entrada y $y(t)$ la salida de interés; q^{-1} es el operador de retardo y $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$, $D(q^{-1})$ y $F(q^{-1})$ son polinomios de la forma (6), (7), (8) y (9), respectivamente.

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-nk} + b_2q^{-nk-1} + \dots + b_{nb}q^{-nk-nb+1} \quad (6)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \quad (7)$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (8)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \quad (9)$$

En los modelos autorregresivos, la estructura se define por el orden de cada polinomio, el cual se determina a través de los valores de na , nb , nc , nd , nf y el retardo entre la entrada y la salida, nk . Seguidamente se estima el valor de los coeficientes a_i , b_i , c_i , d_i , y f_i , que hacen que el modelo se ajuste a los datos de entrada-salida del sistema real (López, 2002).

La inclusión o no de los polinomios anteriores determinan casos particulares de los modelos. Específicamente, para el ARX los polinomios $C(q^{-1})$, $D(q^{-1})$ y $F(q^{-1})$ son iguales a 1 y en el ARMAX se cumple que $D(q^{-1})$ y $F(q^{-1})$ son también iguales a 1; de manera que en el primero se estiman los valores de na , nb y nk y en el segundo los de na , nb , nc y nk .

Particularmente, los modelos autorregresivos sirven para describir fenómenos que están asociados a una relación causa-efecto entre la misma variable y sus propios valores en tiempos de muestreo anteriores. En el caso de modelos de entrada exógena, se asocian a dinámicas que se pueden explicar en términos de los retardos de la variable a estimar o de una variable externa que afecta la dinámica. Son tradicionalmente empleados cuando se considera el fenómeno como una serie de tiempo y, puesto que se han usado en la literatura para este tipo de problema, serán usados para comparar con los resultados encontrados a través de los otros métodos utilizados en la investigación.

3.2.4. Redes Neuronales Artificiales

Las redes neuronales son modelos de caja negra cuya estructura es similar al sistema nervioso humano. Se compone de una serie de neuronas, ubicadas por capas, interconectadas entre sí. De esta manera, la red se integra por una capa de entrada, capas ocultas y una capa de salida (Romano, 2014) (ver la Figura 2).

Cada neurona es una combinación lineal de las salidas de las neuronas de la capa anterior y un peso constante adicional; su salida será el resultado de la aplicación de una función de activación, que puede ser, entre otras, sigmoideal, tangente sigmoideal y lineal, como se muestra en las ecuaciones (10), (11) y (12), respectivamente.

$$\text{Sigmoideal} = \frac{1}{1 + e^{-(WX)}} \quad (10)$$

$$\text{Tangente Sigmoideal} = \frac{2}{1 + e^{-(WX)}} - 1 \quad (11)$$

$$\text{Lineal} = WX \quad (12)$$

donde W es el vector de pesos de las salidas X de las neuronas de la capa anterior.

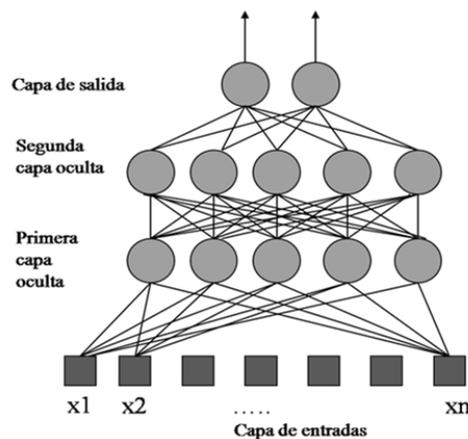


Figura 2. Estructura de una red neuronal artificial con n entradas, dos salidas y dos capas ocultas
Fuente: Sachin *et al.* (2013).

El vector de pesos W de cada capa es modificado con base en el error cuadrático medio de la salida, calculado por medio de la ecuación (13), donde t_k es el valor real y O_k el obtenido. Así se refleja la similitud con el modo como aprenden los seres humanos, puesto que con las iteraciones se perfecciona la estimación.

$$\text{error} = \frac{\sum_{k \in \text{Salidas}} (t_k - O_k)^2}{2} \quad (13)$$

La técnica más utilizada para la corrección de los pesos es la retro-propagación (*Back Propagation*), donde estos se pueden modificar empleando la técnica de gradiente descendiente, de manera que el error se propaga hacia atrás y los pesos son modificados de acuerdo a su influencia en este, calculada como la derivada parcial del error con respecto al peso a modificar. El cambio en el error se multiplica, además, por una tasa de aprendizaje (HCMC University of Technology, 2008).

Para el proceso de aprendizaje, el cual se ve reflejado en la modificación de los pesos y el nivel de asertividad gradual que alcanza la red, se emplea habitualmente el 60% de los datos. Se utiliza adicionalmente el 20% para la validación y el 20% restante para prueba.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos tras el uso de las metodologías descritas en la sección anterior, con el fin de aproximarse al modelado de las cinco mayores centrales hidráulicas del país y de las cinco centrales térmicas más relevantes del Sistema Interconectado Nacional.

Inicialmente, se tienen las variables de la sección 3.1.1 y 3.1.2, que son valoradas para evaluar su significatividad a través de los modelos Logit (sección 3.2.1) respecto a la variable de salida, que es el precio ofertado de cada una de las centrales. Tras esta valoración, se procede a modelar usando la Lógica Difusa como herramienta que permite el establecimiento de reglas de comportamiento de las variables para componer la oferta de cada central; estas reglas son propuestas por los autores gracias al conocimiento del comportamiento de oferta del agente en el mercado. Posteriormente y con fines de comparación, se modela usando tanto métodos autorregresivos como redes neuronales, los cuales se componen, básicamente, de la información extraída de los datos de entrada y salida.

Es conveniente resaltar que los modelos basados en Lógica Difusa, los llamados sistemas de inferencia difusa, contienen su estructura en las funciones de pertenencia definidas para las entradas y salidas y las reglas compuestas por los expertos, mientras que los métodos autorregresivos y las redes neuronales son entrenados mediante la minimización de un criterio de error. Tanto unos como otros ofrecen ventajas a la hora de modelar un sistema dinámico tan complejo como el mercado *spot* colombiano y representan un avance para modelar usando subsistemas para el entendimiento de los fenómenos individuales de cada uno de los agentes o sus recursos.

4.1. Selección de variables estadísticamente significativas para cada central

Como aporte adicional a la metodología de uso de las técnicas de Inteligencia Artificial usadas para la construcción de los modelos de precio ofertado, se construye un modelo logístico (sección 3.2.1), que permite seleccionar las variables estadísticamente significativas para el precio ofertado de cada

recurso de generación, esto con el fin de hacer una comprobación de hipótesis alrededor de las variables de entrada de cada uno de los modelos de las centrales hidroeléctricas construidos.

El experimento consistió en evaluar el evento de éxito de cambios en el precio ofertado de 5%, 10%, 15% y 20% ante variaciones en las entradas. Dicha significatividad se midió a través del p-valor de cada variable con una significatividad de 0,1, lo que representa el p-valor máximo permitido para rechazar la hipótesis.

De hecho, el p-valor coincide con la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera (Stats Direct, 2012) siendo esta: el valor del coeficiente de la variable x_i es cero (Wackerly y Mendenhall, 2009), lo cual significa que su influencia sobre el valor de la variable de interés es nulo. El p-valor, por tanto, es la probabilidad de que se acepte que la variable exógena es de importancia para definir la variable objetivo sin que lo sea. Por lo tanto, se identifican como variables significativas aquellas cuyo p-valor es menor o igual que 0,1.

En la Tabla 1 se muestran los resultados de la significatividad para la Central Hidroeléctrica I, de las variables tenidas en cuenta para las centrales cuya materia prima es el agua. Cada columna corresponde a una regresión logística diferente en la que el evento de éxito es un cambio en el precio ofertado de un día a otro mayor a 5%, 10%, 15% y 20%. Este procedimiento se repitió para las 4 centrales hidráulicas restantes.

Factor	Cambio porcentual			
	5%	10%	15%	20%
	p-valor	p-valor	p-valor	p-valor
HHI agente	0,3084	0,424	0,745	0,9502
IOR	0,0076	0,002	0,0021	0,0051
NOAA	0,8748	0,6702	0,7329	0,4593
Rangos MEI	0,9565	0,5665	0,5826	0,3638
Demanda comercial atendida en bolsa	0,6336	0,7668	0,7906	0,9962
Precio en bolsa nacional_t_1_	0,2934	0,1048	0,0751	0,1394
Coste marginal promedio despacho	0,5654	0,5779	0,8381	0,7428
Aportes hídricos	0,626	0,5616	0,7052	0,4081
Volumen embalse	0,0046	0,002	0,016	0,0449
Contratos	0	0	0,0001	0,0011

Tabla 1. Variables significativas para la Central Hidráulica I en regresiones logísticas para estimar la probabilidad de cambios porcentuales. Fuente: elaboración propia.

Para la Central Hidráulica I (ver la Tabla 1), la de mayor capacidad en el país, las variables realmente influyentes son 4 según la significancia en la probabilidad de cambios porcentuales entre el 5 y 20% del precio ofertado: el IOR, el volumen del embalse, los contratos y el precio de bolsa del

día anterior. Las tres primeras variables resultaron significativas para la totalidad de modelos Logit contruidos, lo cual confirma su alta determinación a la hora de definir la oferta del precio. El precio de bolsa del día anterior, si bien no es significativo para todas las regresiones logísticas, es relevante sobre cambios importantes en la oferta mayores al 15%, un porcentaje considerable.

Tal significatividad puede presentarse dado que este recurso busca ser despachado diariamente y, por tanto, sus estrategias se ven afectadas por la manera en que las centrales, a través de sus agentes, se comportan para que finalmente sea establecido el precio de bolsa, tomando en cuenta el efecto de los agentes restantes a través de esta variable.

Las variables que dan cuenta de fenómenos climáticos (MEI), la demanda, la concentración del mercado, el coste marginal y los aportes hídricos no son determinantes para explicar variaciones de los precios de manera considerable.

La concentración del mercado, medida a través del HHI, es de importancia para dos centrales únicamente, las Hidráulicas IV y V, las de menor capacidad de las 5 seleccionadas para el caso de estudio. Lo cual indica que para los recursos restantes, que pueden satisfacer gran parte de la demanda diariamente, no es tan primordial verificar la concentración del mercado para ofertar.

El IOR fue de gran importancia para todos los cambios porcentuales en el precio para la central de mayor capacidad, la Hidráulica I, y para la II y la V; para estas dos últimas la significatividad se evidencia en cambios mayores al 20% en el precio ofertado.

La demanda comercial atendida en bolsa es significativa para gran parte de los cambios porcentuales tomados en cuenta para las Hidráulicas IV, II y V, lo cual es coherente con la Teoría Económica para la modificación de precios.

Variables como el coste marginal de producir y los aportes hídricos no fueron estadísticamente significativas para la mayor parte de las centrales. En cambio, variables como los contratos y el volumen del embalse son de alta importancia para la oferta de precios de las centrales, puesto que la generación de energía hidráulica tiene como materia prima el agua y dicha generación depende de la cantidad de este recurso que se tenga almacenada. Adicionalmente, los contratos toman una parte de la oferta de energía que no se subasta en el mercado *spot*; por lo tanto, las centrales pueden llegar a establecer precios dependiendo del cumplimiento que puedan dar a estos acuerdos.

Asimismo, la Tabla 2 muestra los resultados de un procedimiento análogo realizado con las centrales térmicas, pero en este caso sólo se muestra para uno de los recursos: la Central Térmica III. Los resultados de estas pruebas determinan que las variables que influyen en los cambios de la variable de interés no son iguales para cada central, puesto que el hecho de que se tomen o no en consideración dependen de las condiciones del recurso en el MEM, como su capacidad, el agente al que pertenecen y, por supuesto, acorde con los comportamientos estratégicos de cada agente; es así

como se comprueban hipótesis con respecto a la influencia de los factores considerados para definir el precio de oferta para una central determinada (ver la Tabla 3).

Conviene destacar que el uso de la Lógica Difusa permite al diseñador distribuir un dominio continuo de una variable, en un dominio en términos de categorías lingüísticas que pueden estar directamente relacionadas con el conocimiento del sistema por el experto. De este modo, puede verse que las variables están divididas en las categorías bajo-bajo, medio-bajo, medio, medio-alto y alto; porque los autores consideran que en el rango medio de variables es necesario dividir estas categorías para una mejor comprensión de la misma.

Por ejemplo, para la variable de la Tabla 4 se tienen los conjuntos allí definidos en los siguientes valores: el conjunto bajo-bajo corresponde a un dominio entre 0 y 0,2, el medio-bajo entre 0 y 0,4, el medio entre 0,2 y 0,5, el medio-alto entre 0,35 y 0,7 y, finalmente, el conjunto alto entre 0,45 y 1. Es importante tener en cuenta que, dado que son conjuntos difusos, se solapan entre sí de acuerdo a las funciones escritas en la Tabla 4.

	Cambio porcentual			
	5%	10%	15%	20%
Factor	p-valor	p-valor	p-valor	p-valor
HHI agente	0,8507	0,6915	0,8038	0,773
IOR	0,6698	0,1833	0,3653	0,3849
NOAA	0,1644	0,3771	0,7523	0,9623
Rangos MEI	0,0383	0,086	0,2834	0,4503
Demanda comercial atendida en bolsa	0,9724	0,7909	0,5018	0,7217
Precio en bolsa nacional_t_1_	0,0786	0,0032	0,1605	0,1577
Coste marginal promedio despacho	0,8022	0,2668	0,8449	0,8625
Contratos	0,5362	0,2371	0,1902	0,3488
IPP	0,9663	0,5027	0,9918	0,5531
Disponibilidad	0,4739	0,7442	0,8315	0,8724
Precio del carbón	0,5794	0,2813	0,4961	0,7904
Precio del gas	0,2309	0,5801	0,775	0,9288
Precio del petróleo	0,7713	0,3712	0,2234	0,0798
Volumen total _millones m³_	0,0106	0,0308	0,0741	0,328
Aportes hídricos totales _m³_s_	0,0274	0,0798	0,476	0,2939
Oportunidad de la térmica	0,2294	0,0445	0,1865	0,4078

Tabla 2. Variables significativas para la Central Térmica III en regresiones logísticas para estimar la probabilidad de cambios porcentuales. Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, para la Central Térmica III las variables determinantes que definen cambios en el precio ofertado, según la significancia para definir la probabilidad de cambios importantes en el

precio ofertado, son: el MEI, el precio de bolsa del día anterior, el volumen total de los embalses, los aportes hídricos de todo el sistema y el precio del petróleo, dado a que sus principales materias primas son el gas natural y el petróleo (ver la Tabla 2).

En lo que respecta a las variables determinantes en cambios del precio ofertado de las centrales térmicas, las referentes a fenómenos climáticos influyen en los cambios del precio ofertado diario únicamente para las Centrales Térmicas II y III. Los insumos para la predicción de la energía son significativos para las Centrales Térmicas I y II únicamente. En la Térmica I los tres insumos tenidos en cuenta (carbón, petróleo y gas natural) fueron relevantes, puesto que esta planta puede producir energía con cualquiera de ellos. No obstante, la segunda realiza su generación a partir del gas natural y el precio del carbón es el que influye, según el Logit, en cambios del 20%, mientras el precio del gas natural no tiene influencia alguna.

El Índice de Oferta Residual fue importante para 3 de las 5 centrales, mientras el HHI no fue significativo en ninguno de los casos. El coste marginal fue de importancia para la Central Térmica I, pero para cambios del 5% únicamente; mientras que en las centrales restantes la variable no tiene efecto.

En términos generales, para las centrales hidráulicas el precio de bolsa del día anterior es significativo, por lo cual los agentes no ofertan de manera arbitraria por cada una de sus centrales, sino que se basan en el comportamiento actual del mercado con el fin de evaluarlo y estar en capacidad de definir estrategias que les permitan maximizar su beneficio (ver la Tabla 3).

Central	Variables
Central Hidráulica I	IOR, precio de bolsa del día anterior, volumen embalse, contratos
Central Hidráulica II	MEI, volumen embalse, demanda, precio de bolsa del día anterior, coste marginal
Central Hidráulica III	IOR, MEI, precio de bolsa del día anterior, volumen embalse, contratos
Central Hidráulica IV	HHI, MEI, demanda, precio de bolsa del día anterior
Central Hidráulica V	HHI, IOR, MEI, precio de bolsa del día anterior, contratos
Central Térmica I	IOR, demanda, IPP, precio del carbón, precio del petróleo, precio del gas, volumen total
Central Térmica II	Demanda, contratos, IPP
Central Térmica III	MEI, precio de bolsa del día anterior, volumen total, aportes hídricos, precio del petróleo
Central Térmica IV	IOR, MEI, contratos, precio del gas
Central Térmica V	IOR, demanda, oportunidad de las centrales térmicas

Tabla 3. Variables seleccionadas para cada central. Fuente: elaboración propia.

4.2. Modelos de lógica difusa

Para la construcción de las funciones de pertenencia de cada una de las variables lingüísticas, se emplearon en su mayoría funciones de pertenencia gaussiana, dada su suavidad, y en ocasiones funciones campana generalizada. En los extremos del rango se hizo uso de funciones sigmoideas, que permiten asignar a valores extremos pertenencias iguales a uno, a valores lingüísticos definidos. Las reglas que relacionen los valores lingüísticos de varias variables con la salida están en proceso de construcción por parte de los expertos en el MEM, con el fin de obtener aproximaciones más acertadas en la estimación de los precios ofertados de cada central.

La Tabla 4 contiene las funciones de pertenencia construidas para los valores lingüísticos de la variable precio de bolsa del día anterior para la Central Hidráulica IV. Las funciones de pertenencia se elaboran para cada variable de entrada seleccionada por central (hidráulica o térmica). De la misma manera, para la variable de salida, el precio ofertado, se definen funciones de pertenencia. A partir de estas, se diseñan las reglas que rigen la interacción de valores lingüísticos de diferentes variables de entrada con los del precio ofertado.

Conviene reseñar que el uso de la Lógica Difusa permite al diseñador distribuir un dominio continuo de una variable en un dominio en términos de categorías lingüísticas que pueden estar directamente relacionadas con el conocimiento del sistema por el experto. De este modo, puede verse que las variables están divididas en las categorías bajo-bajo, medio-bajo, medio, medio-alto y alto; porque los autores consideran que en el rango medio de variables es necesario dividir estas categorías para una mejor comprensión de las mismas. Por ejemplo, para la variable de la Tabla 4 se tienen los conjuntos allí definidos en los siguientes valores: el conjunto bajo-bajo corresponde a un dominio entre 0 y 0,2, el medio-bajo entre 0 y 0,4, el medio entre 0,2 y 0,5, el medio-alto entre 0,35 y 0,7 y, finalmente, el conjunto alto entre 0,45 y 1. Es importante anotar que dado que son conjuntos difusos, se solapan entre sí de acuerdo a las funciones escritas en la Tabla 4.

Este sistema de inferencia tiene reglas de base de conocimiento como las siguientes:

-**Si** el HHI es alto y el Precio_bolsa_ant es alto y la demanda es alta y el MEI es “Niño fuerte”, **entonces** el precio_ofertado es alto.

-**Si** el HHI es bajo y el Precio_bolsa_ant es bajo y la demanda es baja y el MEI es “Niña fuerte”, **entonces** el precio_ofertado es bajo-bajo.

-**Si** el HHI es medio y el Precio_bolsa_ant es medio y la demanda es alta y el MEI es normal, **entonces** el precio_ofertado es medio-alto.

-**Si** el HHI es medio y el Precio_bolsa_ant es medio y la demanda es baja y el MEI es normal, **entonces** el precio_ofertado es medio-bajo.

En la Figura 3 se muestra el esquema de estimación para la Central IV.

Valor lingüístico	FUNCIÓN EXPLÍCITA
Bajo-bajo	$1, x \leq 0,04$ $1 - 2 \left(\frac{x - 0,04}{0,2291 - 0,04} \right)^2, 0,04 \leq x \leq \frac{0,04 + 0,2291}{2}$ $2 \left(\frac{x - 0,2291}{0,2291 - 0,04} \right)^2, \frac{0,2291 - 0,04}{2} \leq x \leq 0,2291$ $0, x > 0,2291$
Medio-bajo	$e^{-\frac{1}{2(0,0709)^2}(x-0,2226)^2}$
Medio	$e^{-\frac{1}{2(0,0558)^2}(x-0,3881)^2}$
Medio-alto	$e^{-\frac{1}{2(0,052)^2}(x-0,5211)^2}$
Alto	$0, x \leq 0,4165$ $2 \left(\frac{x - 0,4165}{0,7331 - 0,4165} \right)^2, 0,4165 \leq x \leq \frac{0,4165 + 0,7331}{2}$ $1 - 2 \left(\frac{x - 0,7331}{0,7331 - 0,4165} \right)^2, \frac{0,4165 + 0,7331}{2} \leq x \leq 0,7331$ $1, x > 0,7331$

Tabla 4. Valores lingüísticos y sus funciones de pertenencia para la variable lingüística Precio de bolsa del día anterior de Central Hidráulica IV. Fuente: elaboración propia.

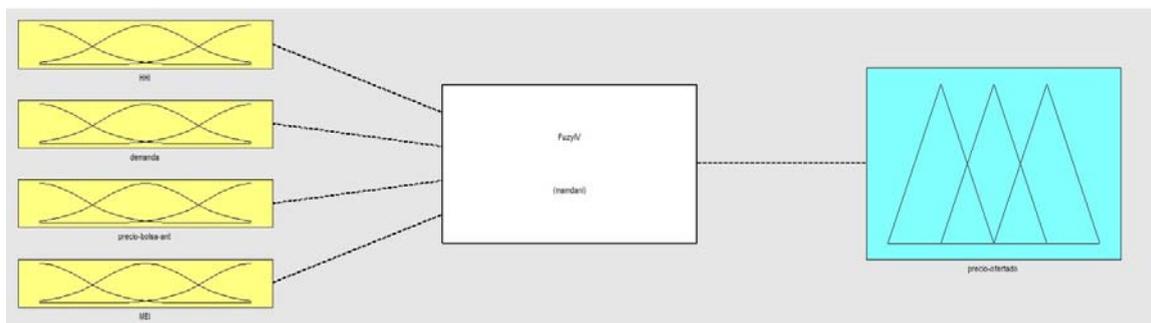


Figura 3. Sistema de inferencia difuso para Central Hidráulica IV
Fuente: elaboración propia.

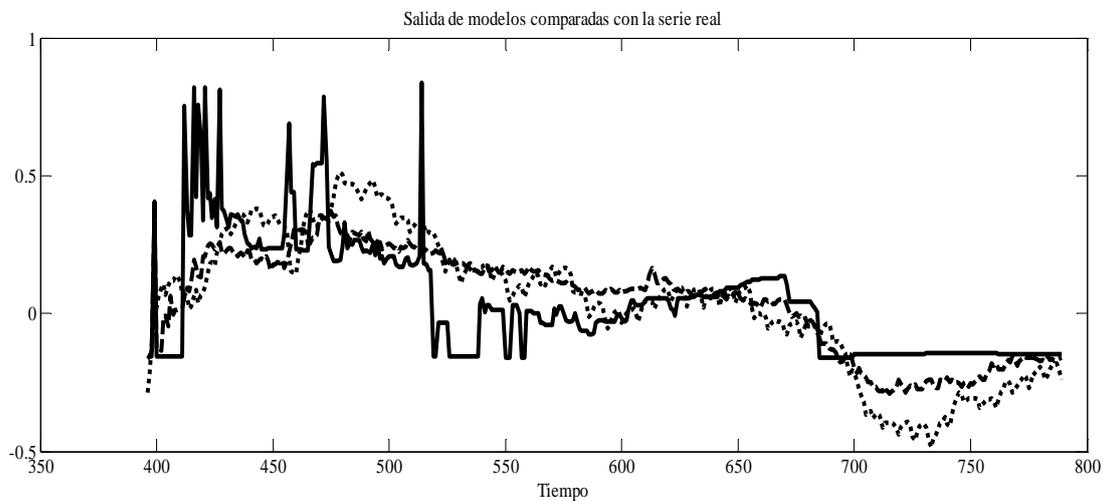
4.3. Identificación de sistemas

La identificación de sistemas realizada a través del *System Identification Toolbox* de Matlab permitió aproximar modelos lineales y no lineales, de carácter paramétrico o no paramétrico, a la serie de tiempo del precio ofertado correspondiente a cada central térmica e hidráulica.

En la Figura 4 se observan los dos modelos con la mayor varianza explicada, de los que se estimaron para la Central Hidráulica IV: un ARX713 y un ARMAX2221, cuya varianzas explicadas son 26,83% y 7,33%, respectivamente. Para que un modelo sea aceptable al describir o pronosticar el comportamiento de un fenómeno, su varianza explicada debería ser al menos del 60%. Este porcentaje no es alcanzado por ninguno de los modelos estimados para cada central. En efecto, la Tabla 5 muestra el mejor modelo estimado para cada una de las centrales térmicas e hidráulicas,

donde el máximo porcentaje de varianza explicada que se alcanzó con un modelo fue del 47,80%. De hecho, los mejores resultados los alcanzan los modelos estimados para centrales hidráulicas, puesto que el comportamiento de las térmicas es aún más complejo de modelar dados los cambios tan abruptos de precios ofertados, donde se evidencian ciertos periodos de estabilidad y cambios cuya complejidad de modelación es considerable. La modelación entonces de las centrales hidráulicas, si bien guarda un grado de dificultad alto, no es tan alto como en las térmicas.

Particularmente, en la Central Hidráulica IV se observa que ninguno de los dos modelos llega a estimar los picos de precios ni los periodos de estabilidad y que, por ende, sus resultados son poco fiables.



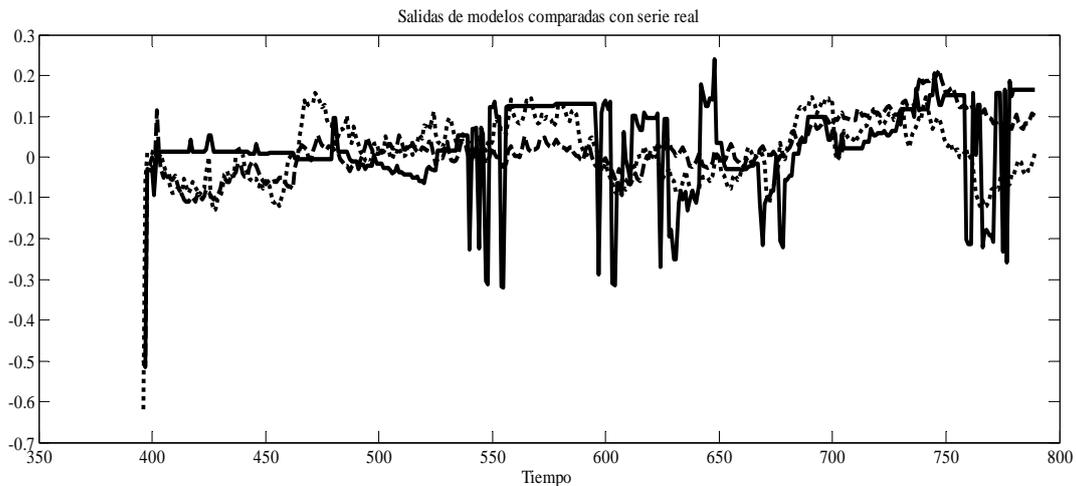
Nota: el valor de na es 7, el de nb es 1 y el retardo entre la entrada y la salida nk es 3; y un ARMAX2221 (línea punteada), donde el valor de $na=nb=nc=2$ y el de nk es 1. La varianza explicada por cada uno es de 26,83% y 7,327%, respectivamente.

Figura 4. Dos mejores modelos estimados a través del SIT de Matlab2009 para el precio ofertado de Central Hidráulica IV: ARX713 (línea semipunteada)

Fuente: elaboración propia.

Central	Mejor modelo	Variación explicada
Central Hidráulica I	Nlhw1 (Hammerstein no lineal)	5,50%
Central Hidráulica II	P1d (Process Model)	39,82%
Central Hidráulica III	P1d (Process Model)	47,80%
Central Hidráulica IV	Arx713	26,83%
Central Hidráulica V	P1d (Process Model)	7,52%
Central Térmica I	arx417	30,56%
Central Térmica II	Bj22221	0,84%
Central Térmica III	arx918	10,14%
Central Térmica IV	arx611	-266,90%
Central Térmica V	Imp (Correlaciones)	8,15%

Tabla 5. Mejores modelos para el precio ofertado de las centrales estimados por el SIT de Matlab2009. Fuente: elaboración propia.



Nota: el valor de na es 4, el de nb es 1 y el retardo entre la entrada y la salida nk es 7; y un ARMAX2221 (línea punteada), donde el valor de $na=nb=nc=2$ y el de nk es 1. La varianza explicada por cada uno es de 3,05% y 0,53%, respectivamente.

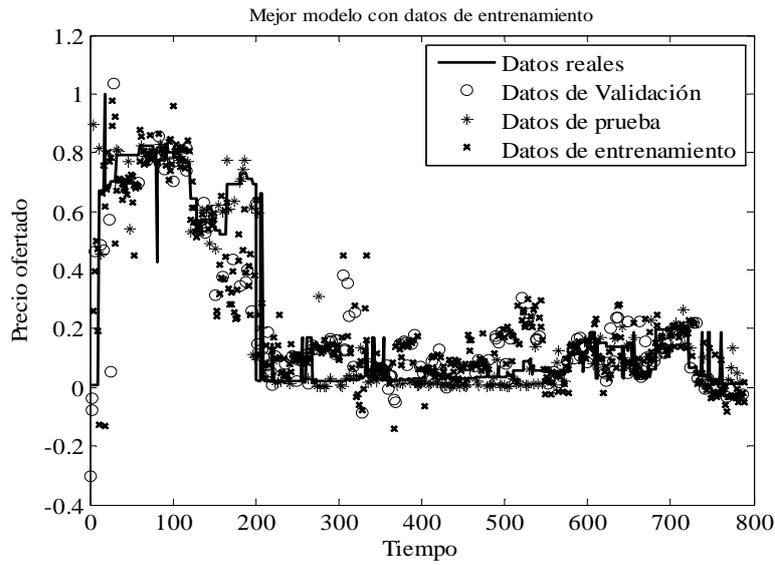
Figura 5. Dos mejores modelos estimados a través del SIT de Matlab2009 para el precio ofertado de Central Térmica I: ARX417 (línea semipunteada)

Fuente: elaboración propia.

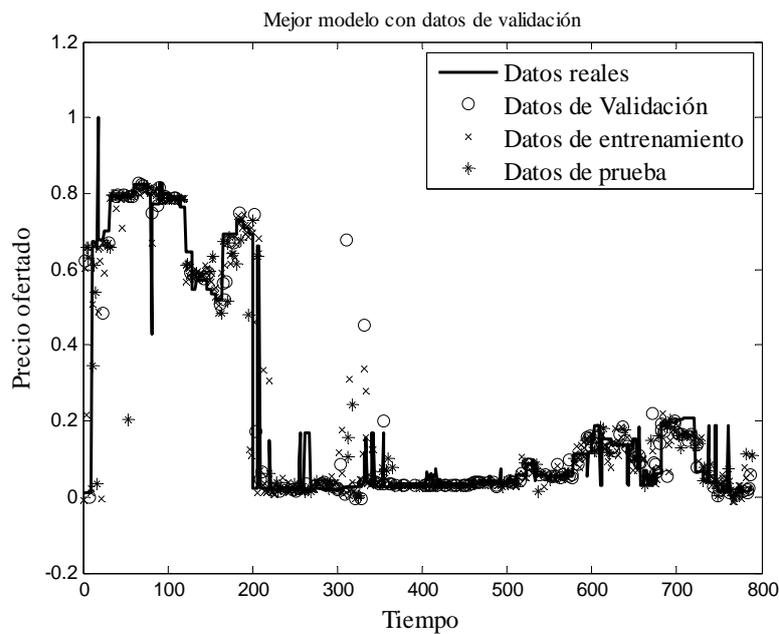
4.4. Redes neuronales

Se construyeron varias redes neuronales usando Matlab2009®, con número de capas internas aleatorio entre 1 y 4, dado que el número máximo de capas para que la red no se sobreentrene es dos (Oropeza Clavel, 2007) y se es flexible con tal criterio, con número de neuronas por capa aleatorio entre 1 y 20 para limitar la complejidad computacional del algoritmo y funciones de activación seleccionadas aleatoriamente entre (10), (11) y (12). Cada red se entrenó y posteriormente se evaluó con los datos de validación y finalmente con los datos de prueba. Como ejercicio pedagógico, se ejecutó el algoritmo 100 veces de cada una de las cuales se extrajo la mejor red. Esta tarea se repitió 10 veces, para así obtener las 10 mejores estructuras de redes según el error con datos de entrenamiento, las 10 mejores estructuras según el error con datos de validación y los errores de cada una de las redes con los datos de prueba, además de un gráfico con los datos reales y las aproximaciones alcanzadas con la mejor red en entrenamiento y validación para cada central.

En la Figura 6 se presentan las estimaciones a través del proceso de entrenamiento, validación y prueba de la Central Térmica IV, para la red con el menor error de entrenamiento y de validación. De esta última se resalta la eficacia de los resultados, puesto que las tendencias estimadas del precio ofertado, e incluso la estimación del precio mismo, alcanzaron resultados muy cercanos a la realidad, lo cual puede observarse en la Figura 7.



(a)



(b)

Figura 6. Estimación del precio ofertado de la Central Térmica IV con el mejor modelo de entrenamiento (a) y validación (b). Se muestran los datos reales (sólida), las estimaciones a través de la validación (círculos), de entrenamiento (x) y prueba (estrellas) con cada red.

Fuente: elaboración propia.

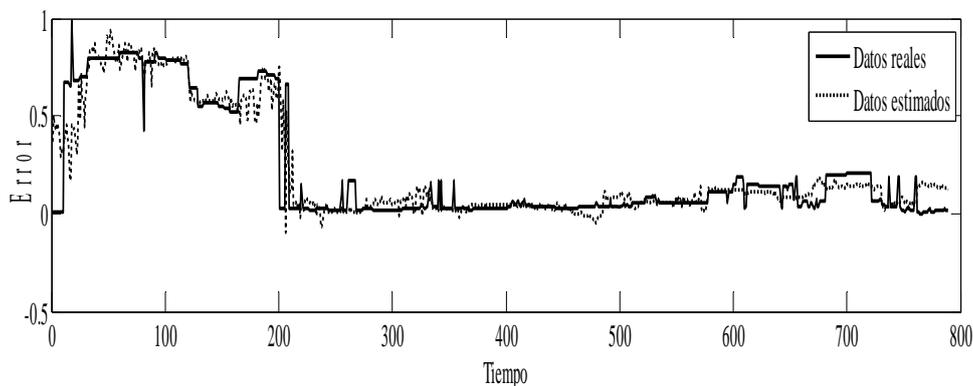


Figura 7. Estimación del precio ofertado para la Central Térmica IV con la red neuronal con el menor error de validación. Se muestran los datos reales (sólida) y las estimaciones (línea punteada).
Fuente: elaboración propia.

De las redes neuronales que devolvió el algoritmo para la Central Térmica IV (presentadas en las Tablas 6 y 7), se optó por seleccionar la mejor entre las redes con menor error con los datos de validación. Así, al tener la red un buen resultado con los datos de validación se indica que esta puede tener aproximaciones cercanas a los valores reales con datos desconocidos. En las Tablas 6 y 7 se muestran las salidas del algoritmo con la estructura de las 10 mejores redes encontradas para el precio ofertado de la Central Térmica IV. Asimismo se procedió con las 10 mejores redes con respecto al error de validación. Las funciones de activación de cada capa se denotan como T, S y L, siendo estas la tangente sigmoideal, la sigmoideal y la lineal, respectivamente.

Repetición	Error de entrenamiento	estructura	Funciones de activación	error de prueba
1	0,00613521	[14 8 5 9]	L S T T	0,02167754
2	0,00606921	[14 15 8]	L T S	0,01596904
3	0,0062306	[8 17]	S T	0,03520932
4	0,00642513	[10 19]	S T	0,02442283
5	0,00710297	19	T	0,02429332
6	0,00926115	19	S	0,00705049
7	0,00874474	[3 14 5 6]	S T L S	0,00457672
8	0,00777462	[15 9 16]	T T T	0,01607528
9	0,00755303	[14 19]	L T	0,02053313
10	0,0074628	[7 19]	T S	0,02482635

Tabla 6. Mejores estructuras de redes neuronales según el error de entrenamiento para la Central Térmica IV. Fuente: elaboración propia.

Repetición	Error de validación	estructura	Funciones de activación	error de prueba
1	0,00961548	[2 15 18]	L L T	0,01963052
2	0,02059693	17	S	0,0251382
3	0,01293544	[19 20 14]	L S S	0,02000154
4	0,01085336	[4 18 13]	T S S	0,01592725
5	0,00984833	[2 11 7 18]	L T S T	0,01752522
6	0,00969674	19	S	0,00705049
7	0,01123927	[1 20 8]	L T S	0,00921088
8	0,02164172	[18 3 6 1]	S T T S	0,01285666
9	0,01492584	[9 18 5 7]	T S S T	0,0114592
10	0,0102554	[8 2]	S S	0,01575438

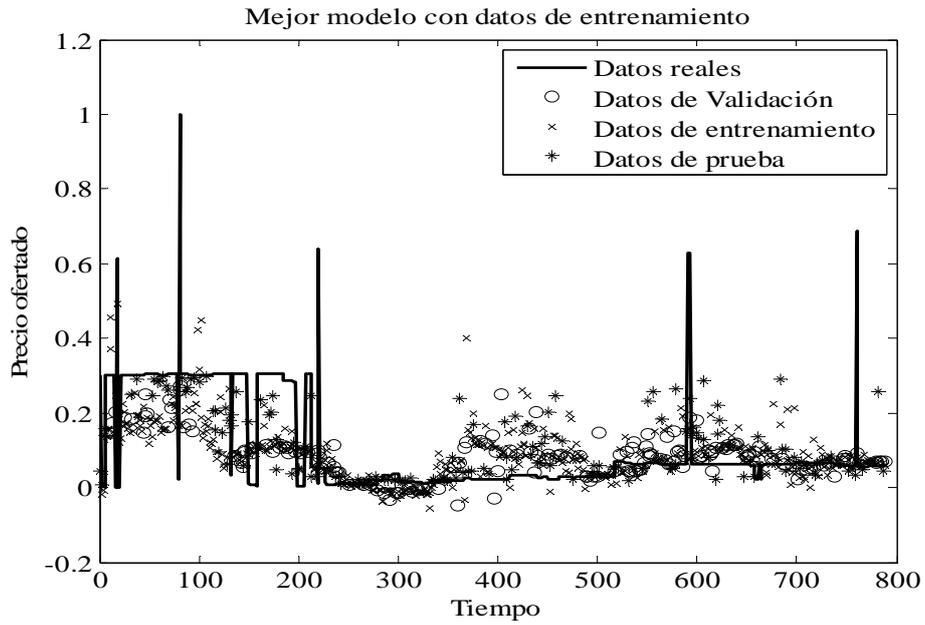
Tabla 7. Mejores estructuras de redes neuronales según el error de validación para la Central Térmica IV. Fuente: elaboración propia.

No obstante, los resultados de las estimaciones realizadas por las redes neuronales no son buenos para todos los recursos. Este es el caso de la Central Térmica II, donde la red con el menor error con los datos de entrenamiento y la de menor error con los de validación no llega a aproximar de manera fiel la tendencia de los datos ni a hacer una estimación acertada del precio ofertado. En ambos casos hay estimaciones bastante dispersas de los valores reales de la variable objetivo (ver la Figura 8). Seleccionada la red con menor error de validación para identificar un modelo final, en la Figura 9 se confirma la ineffectividad de esta, donde los datos reales difieren de las estimaciones y ninguno de los picos de los precios es percibido por la misma.

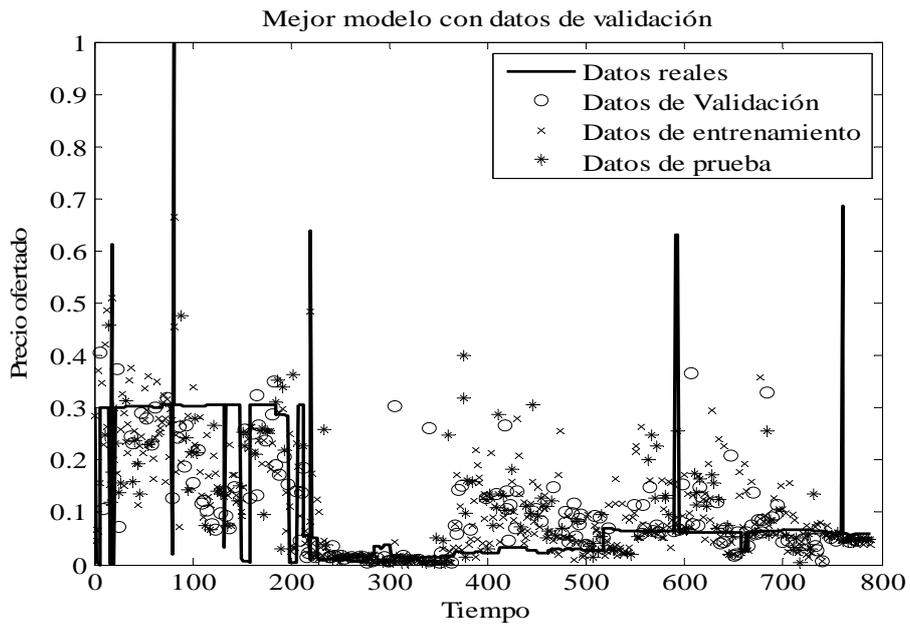
De la totalidad de redes que se construyeron para todas las centrales, se presenta un caso similar al de los Recursos Térmicos IV y II: en algunos casos las redes neuronales alcanzan aproximaciones efectivas, pero en otros están bastante alejadas de los datos reales.

5. CONCLUSIONES

El estudio presenta varias metodologías para la estimación del precio ofertado por recurso energético para el Mercado Eléctrico Mayorista colombiano, dos de ellas parten de los modelos de Inteligencia Artificial y una de ellas de las series de tiempo y la identificación de sistemas dinámicos. Adicionalmente, se realizó como ejercicio previo un filtro de variables a través de la estimación de modelos Logit cuya variable objetivo fue el cambio porcentual del precio ofertado mayor al 5%, 10%, 15% y 20%, a través de la evaluación de su significatividad en cambios de este tipo.



(a)



(b)

Figura 8. Estimación del precio ofertado de la Central Térmica II con el mejor modelo de entrenamiento (a) y validación (b). Se muestran los datos reales (sólida), las estimaciones a través de la validación (círculos), de entrenamiento (x) y prueba (estrellas) con cada red.
Fuente: elaboración propia.

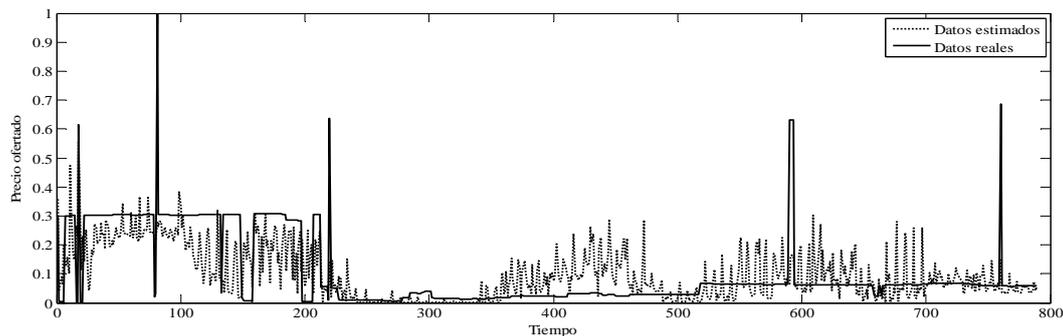


Figura 9 Estimación del precio ofertado para la Central Térmica II con la red neuronal con el menor error de validación. Se muestran los datos reales (sólida) y las estimaciones (punteada).
Fuente: elaboración propia.

Se concluye que el filtro de variables es un ejercicio pertinente para el fenómeno que se modeló, puesto que las condiciones de las centrales difieren y, por tanto, las consideraciones de cada una al momento de ofertar el precio se basan en unos criterios específicos que no pueden generalizarse.

Por otra parte, los modelos de Lógica Difusa permiten reproducir el conocimiento de los expertos a través de reglas, una fortaleza que no puede despreciarse, dado que el conocimiento del fenómeno adquirido a través de la experiencia es en diversas ocasiones determinante para analizar el mercado y sus tendencias. Consideramos especialmente valioso que se pueda llegar a la construcción de modelos estructurados y formales que materialicen un criterio subjetivo.

La modelación a través de modelos autorregresivos paramétricos y no paramétricos lineales y no lineales no constituye una herramienta fiable para estimación del precio ofertado para las centrales más importantes de Colombia en el MEM, dada la dificultad para estimar el precio con sus cambios, particularmente en picos y periodos de estabilidad. Por tanto, se debe recurrir a herramientas que permitan modelar cambios como los que se presentan en las ofertas de los precios de las centrales.

Asimismo, las redes neuronales presentaron aproximaciones efectivas en algunos de los casos, donde las tendencias eran seguidas de manera cercana a la realidad y el precio ofertado era estimado con un error mínimo. No obstante, las estimaciones para otras centrales fueron bastante deficientes y el modelo apenas podía estimar correctamente algunos de los datos. En este orden de ideas, se concluye que la efectividad de las redes neuronales es parcial, puesto que estas son entrenadas con variables de entrada que, posiblemente, no contienen toda la información de la dinámica del mercado para aquellas centrales térmicas. Consecuentemente, es necesario incorporar a estos modelos el conocimiento experto que permita, por ejemplo, relacionar con las variables consideradas información adicional sobre los recursos térmicos, como son las posibles variaciones en los costes de

generación (gas, carbón y diésel) y la influencia de los portafolios de generación (hidráulica y térmica) de los diferentes agentes del mercado y la combinación apropiada de sus recursos.

Finalmente, los autores proponen mejorar estos resultados obtenidos a través de las herramientas de Inteligencia Artificial como lo son las redes neuronales, incorporando la información relacionada con comportamientos estratégicos mediante la hibridación de las redes neuronales con la Lógica Difusa con una herramienta ANFIS (*Adaptive Neuro Fuzzy Inference System*) u otras metodologías con modelos de tipo estocástico.

Se espera que una estimación acertada del precio ofertado por recurso pueda ser una herramienta para establecer medidas regulatorias en el MEM colombiano, que permite mejorar la eficiencia de asignación, logrando captar las tendencias que tienen dichas ofertas e identificando comportamientos estratégicos de los agentes.

REFERENCIAS

- Aedo, C. (2005). *Evaluación de impacto*. Santiago de Chile: Naciones Unidas.
- Álvarez, H.D. y Correa, G.J. (2002). *Sistemas de Lógica Difusa* (notas de clase). Medellín: Univesidad Nacional de Colombia. Septiembre.
- Arellano, M. (2001). *Introducción al análisis clásico de series de tiempo*. Recuperado el 26 de julio de 2012, de: <http://ciberconta.unizar.es/LECCION/seriest/100.htm>
- Azim, M., Jaffar, A. y Mirza, M. (2014). Fully automated real time fatigue detection of drivers through fuzzy expert systems, *Applied Soft Computing* 18, 25–38
- Babuska, R. (1998). *Fuzzy modeling for control*. Kluwer Academic Publishers.
- Bastidas, M., Quintero, O.L. y García, J. (2012). Inteligencia de Mercados: comportamientos estratégicos sobre precios de oferta en el pool eléctrico colombiano. Lima, Perú: XV Congreso Latinoamericano de Control Automático CLCA. Octubre.
- Bolsa de Energía. (2012). Recuperado el 1 de agosto de 2012, de: http://web.ing.puc.cl/~power/alumno05/colombia/Proyect%20web_archivos/page0009.htm
- Botero, J.A., García, J.J. y Vélez, L.G. (2013). Mecanismos utilizados para monitorear el poder de mercado en mercados eléctricos: reflexiones para Colombia. *Cuadernos de Economía*. 32(60), 571–597.
- Business Col (2012). *BusinessCol-Sección Productos y Recursos. Glosario Contable*. Recuperado el 12 de noviembre de 2012, de: [http://www.businesscol.com/productos/glosarios/contable/glossary.php?word=INDICE%20DE%20PRECIOS%20AL%20PRODUCTOR%20\(IPP\)](http://www.businesscol.com/productos/glosarios/contable/glossary.php?word=INDICE%20DE%20PRECIOS%20AL%20PRODUCTOR%20(IPP))
- Carlton, D. y Perloff, J. (2004). *Modern industrial organization*, 3rd ed., Addison-Wesley.
- Comisión Federal de Regulación de los Estados Unidos –FERC (2006). Prohibition of energy market manipulation, Docket No. RM06-3.

- Cruz, A., Muñoz, A., Zamora, J.L. y Espínola, R. (2011). The effect of wind generation and weekday on Spanish electricity spot price forecasting. *Electric Power Systems Research*, 1924–1935.
- De Frutos, M.A. y Fabra, N. (2008). On the impact of forward contract obligations in multi-unit auctions. CEPR Discussion Cap. nº 6756.
- De Medeiros, L. (2003). *Previsão do preço no mercado de energia elétrica*. Río de Janeiro: Tesis de doctorado. Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Domínguez Piedrahita, D.M. (2011). *Curso de Electrónica Básica, Software aplicado y Química. Tecnológico Pascual Bravo-Institución Universitaria*. Recuperado el 26 de julio de 2012, de: <http://dianamardp.webnode.es/news/normas-icontec-2012/>
- Duque, I.E. (2009). *Slideshare*. Recuperado el 26 de julio de 2012, de: <http://www.slideshare.net/guest5672989/normas-icontec> (abril)
- Earth System Research Laboratory. (2012). *Multivariate ENSO Index (MEI)*. Recuperado el 28 de octubre de 2012, de U.S. Department of Commerce: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/enso/mei/#Home>
- Flood, I. (2008). Towards the next generation of artificial neural networks for civil engineering. *Advanced Engineering Informatics*, 4–14.
- Galvis Gutiérrez, D.M. (2011). Comportamientos estratégicos sobre precios de oferta en el pool eléctrico colombiano. Medellín. 50 p. *Trabajo de grado (Maestría en Economía)*. Universidad EAFIT. Escuela de Administración. Departamento de Economía.
- García-Díaz, A. y Marín, P. (2003). Strategic bidding in electricity pools with short-lived bids: An application to the Spanish market. *International Journal of Industrial Organization*, 21(2), 201–222.
- Gareta, R., Romeo, L.M. y Gil, A. (2006). Forecasting of electricity prices with neural networks. *Energy Conversion and Management*, 1770–1778.
- Garrido, S. (1999). *Identificación, estimación y control de sistemas no-lineales mediante RGO*. Madrid: Universidad Carlos III.
- Green, R.J. (1996). Increasing competition in the British electricity spot market. *Journal of Industrial Economics*, 44(2), 205–216.
- Green, R.J. y Newbery, D.M. (1992). Competition in the British electricity spot market. *Journal of Political Economy*, 100(5), 929–953.
- Guthrie, G. y Videbeck, S. (2007). Electricity spot price dynamics: Beyond financial models. *Energy Policy*, 5614–5621.
- HCMC University of Technology. (2008). Artificial neural networks. Ho Chi Minh, Vietnam.
- Hermann, G. (1990). Artificial intelligence in monitoring and the mechanics of machining. *Computers in Industry*, 131–135.
- Hong, Y.-Y., y Lee, C.-F. (2005). A neuro-fuzzy price forecasting approach in deregulated electricity markets. *Electric Power Systems Research*, 151–157.

- Jang, J.-S., Sun, C.-T. y Mizutan, E. (1997). *Neuro-fuzzy and soft computing: a computational approach to learning and machine intelligence*. Hsinchu: Prentice Hall.
- López, G. (s.f.). Teoría económica para el análisis de los mercados eléctricos. Medellín: Departamento de Economía. Universidad EAFIT.
- Madan, S. y Bollinger, K.E. (1997). Applications of artificial intelligence in power systems. *Electric Power Systems Research*, 171–131.
- Narendra, K. y Parthasarathy, K. (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4–27.
- Olivera, J. (1997). Identification of dynamic systems using neural networks. *Architecture and Civil Engineering*, 525–532.
- Oropeza Clavel, C.A. (2007). *Modelado y simulación de un sistema de detección de intrusos utilizando redes neuronales recurrentes*. Puebla: Universidad de las Américas de Puebla.
- Patel, V.L., Shortliffe, E.H., Stefanelli, M., Szolovits, P., Berthold, M.R., Bellazzi, R., y otros. (2009). The coming of age of artificial intelligence in medicine. *Artificial Intelligence in Medicine*, 5–17.
- Pau, L. y Tan, P.Y. (2006). Artificial intelligence in economics and finance: A state of the art-1994: The real estate price and assets and liability analysis case. En: *Handbook of Computational Economics*, 405–439. Países Bajos: North-Holland.
- Prévotet, J.C. (2010). Tutorial on neural networks. París, Francia: University of Paris VI. Enero.
- Romano, I. (2014). Propuesta de valoración de las influencias entre Educación y Economía, *Tesis Doctoral, Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla*.
- Sachin, S., Dhaneshwar, K., Garima, K., Neha, G. y Ayush, S. (2013). Congestion control in wired network for heterogeneous resources using neural networks. *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*. 3(5), 533–537.
- Sierra, J. y Castaño, E. (2010). Pronóstico del precios spot del mercado eléctrico Colombiano con modelos de parámetros variantes en el tiempo y variables fundamentales. *Estadística Aplicada: "Didáctica de la Estadística y Métodos Estadísticos en Problemas Socioeconómicos"* Universidad Nacional de Colombia.
- Singhai, D. y Swarup, K. (2011). Electricity price forecasting using artificial neural networks. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 550–555.
- Stats Direct (2012). *P-values*. Recuperado el 9 de diciembre de 2012, de: <http://www.statsdirect.co.uk/help/basics/pval.htm>
- Swider, D.J. y Weber, C. (2007). Extended ARMA models for estimating price developments on day-ahead electricity markets. *Electric Power Systems Research*, 583–593.
- Swinand, G., Scully, D., Ffoulkes, S. y Kessler, B. (2010). Modeling EU electricity market competition using the residual supply index. *The Electricity Journal*, 41–50.
- Takagi, T. y Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and Control. *IEEE Transactions of Systems, Man and cybernetics*, 116–132.

- Velásquez, J.D. y Dyner, I. (2001). *Pronóstico de precios de la bolsa de electricidad usando un modelo de redes neuronales artificiales*. Bogotá: EITI-2001 Universidad Nacional de Colombia.
- Velásquez Henao, J.D., Dyner Resonsew, I. y Castro Souza, R. (2007). ¿Por qué es tan difícil obtener pronósticos de los precios de la electricidad en los mercados competitivos? *Cuadernos de Administración* 259–282.
- Ventosa, M., Baillo, Á., Ramos, A. y Rivier, M. (2005). Electricity market modeling trends. *Energy Policy* , 897–913.
- Villada, F., García, E. y Molina, J.D. (2011). Pronóstico del precio de la energía Eléctrica usando redes neuro-difusas. *Información Tecnológica* , 111–120.
- Von der Fehr, N. y Harbord, D. (1993). Spot market competition in the UK electricity industry. *The Economic Journal*, 103(418), 531–546.
- Wackerly, D. y Mendenhall, W. (2009). *Estadística matemática con aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Weron, R., Kozłowska, B. y Nowicka-Zagrajek, J. (2001). Modeling electricity loads in California: a continuous time approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 344–350.
- Weron, R. y Misiorek, A. (2008). Forecasting spot electricity prices: A comparison of parametric and semiparametric time series models. *International Journal of Forecasting* , 744–763.
- Wolak, F. (2009). Report on market performance and market monitoring in the Colombian electricity supply industry. Julio. Recuperado el 12 de febrero de 2013: http://www.stanford.edu/group/fwolak/cgi-bin/sites/default/files/files/sspd_report_wolak_july_30.pdf
- Wolfram, C. (1998). Strategic bidding in a multiunit auction: An empirical analysis of bids to supply electricity in England and Gales. *Rand Journal of Economics*, 29(4), 703–725.
- XM (2012). *XM*. Recuperado el 9 de diciembre de 2012, de Descripción del sistema eléctrico colombiano. Variables de mercado 2011: <http://www.xm.com.co/Pages/DescripciondelSistemaElectricoColombiano.aspx>
- Zapata Ramírez, C. (2011). Evaluación del comportamiento de la competencia en la actividad de generación de Manizales: *Tesis de Maestría en Administración*. Universidad Nacional de Colombia.