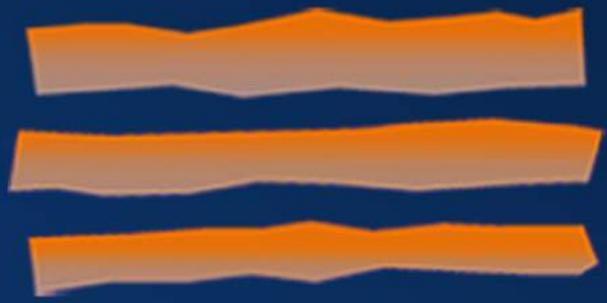


Universidad Pablo de Olavide, Sevilla



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA

Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa



Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration

ISSN: 1886-516 X
D.L.: SE-2927-06



**REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA**

**Journal of Quantitative Methods for
Economics and Business Administration**

Número 22. Diciembre de 2016.

ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

URL: <https://www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/index>

Editores:

Dr. Francisco Javier Blancas Peral
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: fjblaper@upo.es

Dr. Ángel F. Tenorio Villalón
Universidad Pablo de Olavide
Ctra. de Utrera, km 1 - 41013
Sevilla (Spain).
Correo-e: aftenorio@upo.es

Comité Editorial:

Dr. S. Ejaz Ahmed, University of Windsor, Ontario (Canadá)
Dr. Adam P. Balcerzak, Nicolaus Copernicus University, Toruń (Polonia)
Dr. Carlos A. Coello Coello, CINVESTAV-IPN, México D.F. (México)
Dr. Ignacio Contreras Rubio, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. Manuela Coromaldi, University of Social Sciences UNISU, Roma (Italia)
Dr. Miguel Ángel Hinojosa Ramos, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Matías Irigoyen Testa, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires (Argentina)
Dr. M. Kazim Khan, Kent State University, Ohio (EE.UU.)
Dr. Manuel Laguna, University of Colorado at Boulder, Colorado (EE.UU.)
Dra. María Amparo León Sánchez, Universidad de Pinar del Río (Cuba)
Dr. Jesús López-Rodríguez, Universidad de A Coruña, (España)
Dr. Cecilio Mar Molinero, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dra. Ana M. Martín Caraballo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dra. M^a Carmen Melgar Hiraldo, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Gábor Nagy, University of Kent, Canterbury (Reino Unido)
Dr. José Antonio Ordaz Sanz, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (España)
Dr. Andrés Rodríguez-Pose, London School of Economics, Londres (Reino Unido)
Dr. José Manuel Rueda Cantuche, IPTS-DG J.R.Centre-European Commission
Dra. Mariagrazia Squicciarini, OECD, París (Francia)
Dra. Mariangela Zoli, Università degli Studi di Roma 'Tor Vergata', Roma (Italia)

Diseño de un modelo específico para la predicción de la quiebra de *micro-entities*

BLANCO OLIVER, ANTONIO J.

Departamento de Economía Financiera y Dirección de Operaciones
Universidad de Sevilla (España)
Correo electrónico: aj_blanco@us.es

IRIMIA DIÉGUEZ, ANA I.

Departamento de Economía Financiera y Dirección de Operaciones
Universidad de Sevilla (España)
Correo electrónico: anairimia@us.es

VÁZQUEZ CUETO, MARÍA JOSÉ

Departamento de Economía Aplicada III
Universidad de Sevilla (España)
Correo-e: pepi@us.es

RESUMEN

La importancia de las *micro-entities* como generadoras de empleo y propulso-
ras de la actividad económica conlleva, unida a sus mayores tasas de quiebra
y a su dificultad para acceder a las fuentes de financiación, la necesidad de
diseñar métodos apropiados que anticipen sus quiebras. Con este fin, en este
trabajo se desarrolla un modelo híbrido mediante la combinación de enfo-
ques paramétricos y no paramétricos para la detección de sus quiebras. Para
ello, se seleccionan las variables con mayor poder predictivo para detectar
la quiebra mediante un modelo híbrido de regresión logística (LR) y árboles
de regresión y clasificación (CART). Nuestros resultados muestran que este
modelo híbrido obtiene una mejor *performance* que aquellos modelos imple-
mentados de forma aislada, además de tener una más fácil interpretación y
una convergencia más rápida. Por otra parte, se constata la conveniencia
de la introducción de variables no financieras y macroeconómicas que com-
plementen a la información proporcionada por los ratios financieros para la
predicción de la quiebra de las *micro-entities*, lo cual está en línea con las
características propias e idiosincrasia de este tamaño empresarial reciente-
mente definido por la Comisión Europea.

Palabras claves: modelos de quiebra; métodos híbridos; métodos no paramétricos;
árboles de decisión; *micro-entities*.

Clasificación JEL: G33; G41; G21; G32.

MSC2010: 20E08.

Artículo recibido el 01 de julio de 2015 y aceptado el 20 de octubre de 2016.

Design of a Specific Model for Predicting Micro-Entities Failure

ABSTRACT

The importance of micro-entities due to their generation of employment and propelling economic activity, together with the fact of their particularities, implies the need to design appropriate methods that anticipate their bankruptcies. For that purpose, a hybrid model by combining parametric and nonparametric approaches is developed in this paper. First, the variables with the highest predictive power to detect bankruptcy are selected using logistic regression (LR). Subsequently, a non-parametric method, namely regression trees and classification (CART), is then applied to companies classified as “bankruptcy” or “non-bankruptcy”. Our results show that this model provides a better result than when it is implemented in isolation, which joins its easier interpretation and faster convergence. Moreover, we demonstrate that the introduction of non-financial and macroeconomic variables complement the financial ratios for bankruptcy prediction. Findings are based on a data set of micro-entities (MEs), as recently defined by the European Union.

Keywords: bankruptcy models; hybrid methods; nonparametric methods; decision trees; micro-entities.

JEL classification: G33; G41; G21; G32.

MSC2010: 20E08.



1. Introducción

La reciente crisis financiera ha reactivado el interés por las investigaciones acerca de los modelos de predicción de quiebra. Por ello, en la literatura especializada se han desarrollado modelos muy variados, cada uno de ellos con sus debilidades y fortalezas, con la finalidad de incrementar la capacidad predictiva y la interpretabilidad de los actuales modelos. De hecho los métodos tradicionales, tales como el análisis discriminante o el *logit*, han sido ampliamente superados por la implementación de algoritmos de Minería de Datos (*Data Mining*), no sólo a nivel teórico (en cuanto a que las suposiciones tan restrictivas que exigían los primeros ya no son necesarias), sino también en el plano empírico.

Ahora bien, ante la resistencia a desaparecer de las técnicas estadísticas tradicionales (Caro *et al.*, 2013) y a la consideración de los métodos no paramétricos como algo ideal que nos proporciona resultados con escasa interpretabilidad (modelos de caja negra o *black-box*) empezaron a surgir los denominados métodos híbridos que, combinando lo mejor de cada uno de estos enfoques, construyen modelos paramétricos-no paramétricos de manera simultánea y/o correlativa y que obtienen mejor capacidad predictiva a la vez que proporcionan más información sobre cómo influye cada una de las variables consideradas en el resultado final. Es decir, mediante la implementación de modelos híbridos se pretende minimizar las debilidades de cada enfoque, aprovechando las sinergias entre ambos.

Este trabajo se alinea en esta dirección, utilizando un modelo híbrido que explota las ventajas del análisis *logit* y la teoría de los árboles de decisión (CART), creando sinergias y minimizando el coste asociado a la implementación de cada uno de los métodos separadamente. Por otra parte, creemos que es de destacar la aplicación que se realiza a un segmento homogéneo de empresas que recientemente han merecido –por sus características empresariales diferenciadas derivadas de su tamaño– una definición específica, como es el de las *micro-entities*, que representan el mayor porcentaje de la actividad empresarial en la Unión Europea y responsables del 75% de la actividad empresarial y aproximadamente del 30% del empleo en la Unión Europea. El presente trabajo constituye una de las escasas aplicaciones de un modelo diseñado específicamente para este tamaño empresarial y en el que se recoge la idiosincrasia de este segmento empresarial. Por último, y de acuerdo con las más recientes investigaciones y con las particularidades contables de las *micro-entities*, contrastamos la mejora del poder predictivo introduciendo variables no financieras y macroeconómicas como predictores de la quiebra en este tamaño de empresas.

Tras esta introducción, en la Sección 2, explicamos la metodología que utilizaremos con una muestra extraída de una población: las *micro-entities*, cuyas características expondremos en el apartado tercero. En la cuarta sección se definirán las variables utilizadas, y en la quinta se elaborará el modelo y se expondrán los resultados; terminando con las conclusiones en la sexta y última sección.

2. Metodología

Este estudio construye el modelo de quiebra en dos pasos. Primero, empleamos el método *logit*¹ para seleccionar las variables más relevantes, lo que nos permite también establecer las relaciones empíricas entre estos predictores y la quiebra de la microempresa (a través de los

¹ La principal razón para continuar utilizando *logit* en lugar de otros métodos de estimación es que proporciona unos resultados de precisión, eficiencia e interpretabilidad, apropiados (Crone y Finlay, 2012).

signos de sus coeficientes). A continuación, introduciendo solo dichas variables, implementamos la técnica no paramétrica CART. Desde un punto de vista teórico, este procedimiento nos permitirá reducir la dimensionalidad (principio de parsimonia) y acelerar la convergencia del árbol, así como mejorar la interpretabilidad y la precisión del modelo de quiebra resultante.

Para evaluar la mejora de nuestro modelo, utilizaremos el área bajo la curva ROC (AUC) que es uno de los indicadores más empleados en los problemas de clasificación. Siguiendo a West (2000), consideramos también dos medidas de *performance* adicionales: las probabilidades *a priori* de quiebra y los costes de clasificación (MC). El coste asociado al error tipo I (una empresa sin problemas financieros es clasificada erróneamente como quebrada) es obviamente inferior al coste del error tipo II (una empresa con problemas es mal clasificada como sana), pudiendo ser esta relación de 1:5.² Es por ello por lo que para evaluar la capacidad predictiva de un modelo debe prestarse especial atención al error tipo II. En los modelos de clasificación binarios, como es nuestro caso, el coste total de clasificación errónea viene dado por la siguiente expresión:

$$\text{Misclassification Cost (MC)} = C_{21}P_{21}\pi_1 + C_{12}P_{12}\pi_2 \quad (1)$$

donde π_1 y π_2 son, respectivamente, las probabilidades *a priori* de empresas sin y con problemas financieros; P_{21} y P_{12} miden la probabilidad de cometer los errores tipos I y II, respectivamente; y donde C_{21} y C_{12} son los correspondientes costes de clasificación erróneas de los tipos I y II. Para poder calcular el coste de clasificación errónea según se expresa en (1), utilizamos la estimación más común, que es la de la fracción de empresas sin problemas financieros clasificadas erróneamente para P_{21} y la fracción de empresas con problemas mal clasificadas para P_{12} .

El modelo *logit* se ha ajustado con la función *glm* en R, que calcula los estimadores de máxima verosimilitud de los $n + 1$ parámetros a través de un algoritmo iterativo de mínimos cuadrados ponderados.

Para seleccionar los ratios más relevantes, seguimos los pasos establecidos por Altman y Sabato (2007). En primer lugar, una vez definidos y calculados los potenciales predictores, se calcula para cada uno el ratio de precisión (AR).³ Para evitar los problemas de multicolinealidad entre las variables independientes, previamente se establecieron cinco categorías teóricas de ratios financieros (Apalancamiento, Liquidez, Rentabilidad, Actividad y Tamaño) y se consideró exclusivamente el ratio financiero con mayor AR de cada categoría. En segundo lugar, incorporamos junto a estos cinco ratios financieros más relevantes la información no financiera y macroeconómica. Para ello, utilizamos un procedimiento de selección *forward* en el modelo *logit*, resultando un conjunto de variables al que, de acuerdo con los objetivos del presente estudio, aplicamos la metodología de los árboles de decisión.

Un árbol de decisión (clasificación o regresión) es un conjunto de condiciones lógicas del tipo “si...entonces...” organizadas en un gráfico (Breiman *et al.*, 1984). De entre ellos, el modelo CART es el método más flexible para especificar la distribución condicional de la variable Y, dado un vector X de variables predictoras. Una de sus importantes ventajas en la predicción de quiebra es la habilidad para generar reglas de decisión fácilmente entendibles,

² Los costes asociados a los errores tipos I y II dependen de la decisión individual de los autores del modelo (Jones, 1987).

³ Siguiendo a Engelmann *et al.*(2003), el ratio de precisión (AR) se calcula como $2 \cdot (\text{AUC} - 0,5)$.

siendo un método no paramétrico capaz de detectar relaciones complejas entre la variable dependiente y las predictoras. Esta característica no la comparten la mayoría de los métodos extraídos de los algoritmos de Minería de Datos y es una de las razones por la que nos hemos decantado por dicha técnica en la búsqueda de un modelo híbrido (*logit-CART*).

Bajo el método CART, comenzando por un nodo raíz al que pertenecen todas las observaciones, va conduciéndose cada una de ellas hacia un nodo terminal en el que cada observación es clasificada en una determinada categoría (empresa sana o fracasada). El árbol va creciendo mediante un procedimiento de partición binaria recursiva, seleccionando para dividir el nodo aquella variable predictora que maximiza la reducción en la suma residual de cuadrados para la variable de respuesta. Así, el conjunto de datos primitivo se divide en dos partes. El proceso se repite en cada uno de los nuevos nodos obtenidos (nodos hijos) hasta que estos son demasiado pequeños para ser divididos, llegando de este modo a los nodos terminales. Matemáticamente podemos decir que, siendo t un nodo interno, este se divide en dos nodos secundarios, t_d y t_i basándose en una característica X o una combinación lineal de ellas $C(X_1, X_2, \dots, X_n)$ y un valor s . La característica X , o su combinación lineal, se selecciona de entre todas las existentes y el valor s se toma de tal manera que se minimice la heterogeneidad dentro de las dos submuestras resultantes.

Mediante el algoritmo CART, una vez seleccionadas las características que deben incluirse en el árbol, su estructura es automática. En cada nodo interno se busca el mejor valor para cada característica X_s y se queda con los que producen la menor cantidad de diversidad. La diversidad de un nodo está relacionada con el valor de la función de impureza del mismo (Breiman, 1988). Las funciones de impureza, como la función de Gini, se definen como $g(t) = p_{1/t} p_{2/t}$, donde $p_{j/t}$ representa la proporción de casos que perteneciendo a la clase j ($j= 1$ o 2) ha sido asignado al nodo t . La reducción del nivel de diversidad se mide por $g(t) - p_d g(t_d) - p_i g(t_i)$ donde p_k es la proporción de casos que llegan al nuevo nodo t_k ($k = d, i$). Los nodos se subdividen mientras que hay observaciones pertenecientes a varias clases y pueda reducirse el grado de diversidad.

Finalmente, cuando ya hemos construido el árbol T con t' nodos terminales, establecemos una regla para la asignación de cada nodo terminal a una clase y una estructura de coste de errores de clasificación para evaluar los resultados del árbol. El coste esperado de clasificación errónea para el árbol T se define como:

$$R(T) = \sum_{j=1}^2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^2 c(i/j) \cdot q(i/j) \cdot p(j)$$

donde $c(i/j)$ es el coste de clasificar una observación de la clase j en la clase i , $q(i/j)$ es la proporción de casos de la clase j mal clasificados en i y $p(j)$ es una probabilidad *a priori* de pertenencia a la clase j . Esta es una estimación mínima del coste de clasificación errónea del árbol T .

Si el árbol resulta demasiado grande, se procede a su “poda”. La variable $Rcv(T)^4$ se utiliza como un criterio de parada en la “poda” del árbol máximo. Para esto, se calcula el error estándar

⁴ $Rcv(T)$ es $R(T)$ calculado en la muestra de validación.

de la variable ($SE(T)$) y el árbol se va reduciendo (podando) hasta que se llega a un subárbol en el que Rcv tiene una desviación estándar próxima a $SE(T)$.⁵

3. Datos utilizados en la elaboración del modelo

3.1. Descripción de la población: *micro-entities*

En 2012, el Parlamento de la Unión Europea (Directiva 2012/6/EU) redefine la clasificación de empresas según su tamaño, incluyendo a las *micro-entities* como una nueva categoría empresarial. Por ello, desde 2012 en la Unión Europea las PYMEs pueden ser clasificadas en cuatro grupos: *micro-entities*, *micro-enterprises*, empresas pequeñas y empresas medianas.⁶

Las características más importantes, y en consecuencia los problemas más relevantes asociados a este nuevo tamaño empresarial (*micro-entities*) pueden ser agrupados en las siguientes categorías:

1. De tipo financiero y legal. Las *micro-entities* han experimentado tradicionalmente fuertes dificultades de financiación, que han estado motivadas por el hecho de su opacidad respecto a la rendición de información financiera debido a que solo están obligadas a publicar cuentas anuales abreviadas y no auditadas (Berger y Frame, 2007). Otros factores que influyen en esta restricción financiera de las *micro-entities* son la incapacidad para acceder a los mercados de capitales, la ausencia de clasificación crediticias públicas y sus altas tasas de quiebra (Ciampi y Gordini, 2013).
2. Relacionados con su estructura de propiedad y tipo de empresa. Dado que la gestión es ejercida con frecuencia por los accionistas, las figuras de propietarios y gestores recaen en la misma persona. Este hecho implica que la fiabilidad de sus ratios financieros esté más en entredicho ya que sin los mecanismos de control pertinentes, la manipulación contable llega a ser usual (Claessens *et al.*, 2000).
3. Relacionados con su capacidad organizacional. Los recursos limitados para cumplir con los exigentes requisitos reglamentarios, el sometimiento a las mismas normas de información financiera que las grandes empresas y la concentración del negocio a nivel local o regional, sin o con actividad transfronteriza limitada, también son peculiaridades intrínsecas de las *micro-entities* que las diferencian del resto de tamaños empresariales.

Estos argumentos apoyan la consideración de las *micro-entities* como un nuevo tipo de empresa que requiere un tratamiento diferenciado. En respuesta a estas necesidades, la Directiva Europea 2012/6/UE no sólo creó este nuevo tamaño empresarial, microentidad, sino lo más importante, estableció un nuevo régimen de información financiera simplificada. Esta acción trató de reducir la carga administrativa motivada por la remisión de la información legal pertinente y de adecuar los requisitos de dicha información a las necesidades reales de los usuarios. Este nuevo régimen contable introdujo una serie de exenciones, de aplicación en el Reino Unido y en el resto de la Unión Europea, que favorecen a las *micro-entities* ya que solo necesitan presentar en el Registro Mercantil un sencillo balance con una pequeña información desglosada al pie. El beneficio económico de esta medida se estima en un ahorro de costes para

⁵ El algoritmo nos permite elegir la regla xSERULE, donde x toma valores entre 0 y 1, indicativa de la desviación permitida al subárbol.

⁶ Su importancia cuantitativa (BIS, 2013) y sus características homogéneas y específicas, justifican la creación de esta nueva clasificación que distingue a las *micro-entities* del grupo de las *micro-enterprises*.

las *micro-entities* de entre 5,9 y 6,9 billones de euros, lo que contribuye claramente a la mejora de la eficiencia, la competitividad y el crecimiento de las empresas de este tamaño.

En este contexto, se plantea la necesidad del desarrollo de modelos de fracaso diseñados específicamente para las características intrínsecas (sólo se utilizan datos financieros limitados contenidos en el nuevo régimen de información financiera en virtud de la Directiva antes mencionada) de las *micro-entities*. Las empresas muy pequeñas representan la mayor parte de la actividad económica en todo el mundo y han experimentado tradicionalmente una mayor probabilidad de fracaso que las grandes corporaciones (Carter y Van Auken, 2006). El modelo desarrollado en este trabajo intenta reducir el alto déficit informativo de que adolecen los accionistas, prestamistas y proveedores de las *micro-entities*, y por lo tanto, mejorar el proceso de toma de decisiones en el entorno de las empresas más pequeñas.

3.2. Determinación de la muestra

Utilizamos un conjunto de datos proporcionado por una agencia de crédito del Reino Unido. Después de la depuración de datos perdidos y eliminación de los *outliers* (valores por encima y/o por debajo del 1% de cada ratio financiero), seleccionamos una muestra aleatoria de 39.710 *micro-entities* (50% quebradas y 50% no-quebradas) para el período 1999-2008.

Para estimar el error de predicción (error generalizado) de los modelos desarrollados seguimos la metodología de Hastie *et al.* (2009) y, al azar, particionamos el conjunto de datos en tres subconjuntos: un conjunto de entrenamiento, un conjunto de validación, y un conjunto de pruebas. El conjunto de entrenamiento se utiliza para la modelización, el conjunto de validación se utiliza para estimar el error de predicción del modelo y el conjunto de prueba para obtener el error generalizado del modelo finalmente seleccionado. Así, nuestro conjunto de datos fue aleatoriamente dividido en tres subconjuntos⁷: (i) conjunto de entrenamiento con el 60% de las observaciones, conjunto de validación⁸ con el 20% de los casos y conjunto de test con el 20% restante (García-Gallego *et al.*, 2013).

4. Variables utilizadas en la elaboración del modelo

4.1. Variable dependiente: Definición de fracaso empresarial

En línea con otros estudios, se define el fracaso empresarial como entrada en liquidación, administración o administración judicial en el período analizado. Las cuentas analizadas para las empresas fallidas son las presentadas en el año anterior a la insolvencia. Para cada caso, la variable dependiente (fracaso empresarial) toma el valor 1 cuando la microentidad fracasa y 0 en caso contrario.

4.2. Variables explicativas

La Tabla 1 describe las variables consideradas y la relación teórica con la situación de empresa quebrada.

Tabla 1. Variables financieras, no financieras y macroeconómicas.

⁷ Otro argumento que justifica esta división es el gran número de datos (Hastie *et al.*, 2009).

⁸ En el caso de la regresión logística el punto de corte óptimo se obtiene de la submuestra de validación.

Variable	Nomenclatura	Categoría	Relación teórica con la quiebra
Ratios financieros			
Capital empleado / Pasivo total	Celt	Apalancamiento	-
Pasivo a corto plazo / Activo total	Stlta	Apalancamiento	+
Pasivo total / Activo corriente	Tlca	Apalancamiento	+
Patrimonio neto / Activo total	Nwta	Apalancamiento	-
Activo disponible / Activo corriente	Qaca	Liquidez	-
Efectivo / Patrimonio neto	Cashnt	Liquidez	-
Activo corriente / Pasivo corriente	Cacl	Liquidez	-
Efectivo / Activo total	Cashta	Liquidez	-
Ganancias retenidas / Activo total	Rpta	Rentabilidad	-
Acreedores comerciales / Deudores comerciales	Tctd	Actividad	+
Acreedores comerciales / Pasivo total	Tctl	Actividad	+
Deudores / Activo total	Tdta	Actividad	+
Logaritmo neperiano del activo total	Ln_asset	Tamaño	+/-
Activo total	T_asset	Tamaño	+/-
Variables no financieras y macroeconómicas			
Cuentas auditadas	Audited	No (0)	+
		Sí (1)	-
Informe de auditoría favorable	Aq_clean	No (0)	+
		Sí (1)	-
Cambio auditor	Change_auditor	No (0)	-
		Sí (1)	+
Número de reclamaciones legales	Number_LCs		+
Valor de las reclamaciones legales	Value_LCs		+
Retraso en la presentación de las cuentas	Late_filing_day		+
Logaritmo neperiano de la edad	Ln_age		-
Activos pignorados	Charge_asset	No (0)	-
		Sí (1)	+
Empresa familiar	Family_firm	No (0)	-
		Sí (1)	+
Solvencia del sector	Industry_solvency		-

Dado que todos los ratios financieros utilizados en el presente estudio están disponibles públicamente para las *micro-entities* en sus cuentas anuales abreviadas, el modelo de quiebra resultante está adaptado íntegramente a la idiosincrasia de las mismas. Sin embargo, y dadas las razones intrínsecas ya comentadas de este tipo de empresas y su incidencia en la confiabilidad, parece razonable asumir que un modelo de quiebra no debe basarse únicamente en los ratios financieros. Por lo tanto, y como se sugiere en la literatura previa (véase Grunert *et al.*, 2005; Altman *et al.*, 2010; Wilson y Altanlar, 2013), también se incluyen variables explicativas no financieras sobre la presunción de que el uso combinado de ambas informaciones aumenta la precisión de los modelos construidos. Por último, también consideramos como variable independiente una variable macroeconómica –solvencia del sector– que mide la salud financiera del sector en el que opera la empresa y tiene una relación teórica inversa con la probabilidad de

quiebra. Varios estudios apoyan dicha relación demostrando una relación positiva entre un ciclo económico adverso y el número de quiebras empresariales (Moon y Sohn, 2010).⁹

En el Anexo A están recogidos los estadísticos descriptivos de estas variables para las empresas quebradas y no quebradas.

5. Elaboración del modelo y resultados

Como se ha comentado anteriormente, en primer lugar, aplicamos el análisis *logit* para elegir el ratio financiero de cada categoría teórica con mayor poder predictivo. Los resultados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Ratios financieros seleccionados.

Variable examinada	Categoría contable del ratio	AUC (%)	AR (%)	Variable seleccionada
Capital empleado / pasivo total	Apalancamiento	69,10	38,20	X
Pasivo a corto plazo / activo total	Apalancamiento	57,60	15,20	
Pasivo total / activo corriente	Apalancamiento	67,10	34,20	
Patrimonio neto / activo total	Apalancamiento	69,00	38,00	
Activo disponible / activo corriente	Liquidez	59,80	19,60	
Efectivo / patrimonio neto	Liquidez	51,10	2,20	
Activo corriente / pasivo corriente	Liquidez	66,70	33,40	
Efectivo / activo total	Liquidez	69,40	38,80	X
Ganancias retenidas / activo total	Rentabilidad	70,00	40,00	X
Acreedores comerciales / deudores comerciales	Actividad	57,20	14,40	
Acreedores comerciales / pasivo total	Actividad	54,40	8,80	
Deudores / activo total	Actividad	61,60	23,20	X
Logaritmo neperiano activo total	Tamaño	63,50	27,00	X
Activo total	Tamaño	63,20	26,40	

A continuación, construimos un primer modelo *logit* con estos cinco ratios financieros (modelo LR1) y, posteriormente, otro modelo (LR2), en el que se van incluyendo mediante el procedimiento *forward*, las variables no financieras y macroeconómica. Los resultados se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Modelos logísticos de predicción de quiebra para *micro-entities*.

⁹ Para un análisis detallado de las variables utilizadas, véase Altman *et al.* (2010).

Variable	Categoría	(LR1)			(LR2)		
		Coef.	Wald	Sig.	Coef.	Wald	Sig.
Capital empleado / pasivo total	Financiero	-0,054	179,9	0,00	-0,031	59,4	0,00
Efectivo / activo total	Financiero	-1,929	1477,	0,00	-1,504	781,3	0,00
Ganancias retenidas / activo total	Financiero	-0,385	834,9	0,00	-0,374	771,6	0,00
Deudores / activo total	Financiero	0,420	94,90	0,00	0,551	144,0	0,00
Logaritmo neperiano activo total	Financiero	0,804	1317,0	0,00	0,808	1175,4	0,00
Número de reclamaciones legales	NoFinanciero				1,681	695,2	0,00
Retraso en presentación de las cuentas	NoFinanciero				0,006	439,3	0,00
Ln Edad	NoFinanciero				-0,298	242,9	0,00
Empresa familiar	NoFinanciero				0,266	98,5	0,00
Solvencia industrial	NoFinanciero (Macroeconómico)				-0,626	508,4	0,00
Constante		-7,955	1183,3	0,00	-6,298	538,0	0,00
		AUC=0,770 MC=0,851			AUC=0,806 MC=0,843		

Nuestros resultados muestran que el AUC del modelo que incluye las variables no financieras (LR2) es del 80,6%, superior al que sólo contiene los ratios financieros (LR1) como variables predictoras (77,0%). Se obtienen resultados similares cuando se analizan los costes esperados de clasificación errónea. En este caso, nuestros resultados demuestran que el uso combinado de las variables financieras y no financieras (LR2) reduce el coste estimado de error un 0,8% (de 0,851 hasta 0,843) en comparación con el uso de sólo los ratios financieros (LR1). Por tanto, en consonancia con otros autores (Whittred y Zimmer, 1984; Peel *et al.*, 1986; Altman *et al.*, 2010), sugerimos que la información no financiera aporta un valor añadido al modelo con una mejora de más del 3,5% en términos de la AUC y una reducción del 0,8% del coste de error estimado.

Estos resultados confirman nuestra presunción teórica que afirma que parece razonable asumir que un modelo de quiebra adecuado y diseñado específicamente para las *micro-entities* no debe basarse únicamente en indicadores financieros, y que las variables no financieras y macroeconómicas desempeñan un importante papel a la hora de evaluar la capacidad predictiva de los modelos de quiebra para las *micro-entities*, lo cual está en línea con sus características contables y administrativas analizadas con anterioridad.

Por último, y partiendo de las variables que ha introducido el modelo con mayor poder predictivo (LR2), aplicamos el algoritmo CART.

Mediante el uso de la función de la impureza de Gini, las probabilidades previas observadas en la muestra, igual coste de clasificación errónea para ambos grupos, y la regla OSERULE, obtenemos doce árboles con sus costes de validación y de sustitución asociados. El mejor árbol contiene veintiocho nodos, y costes de validación y sustitución de 0,54868 (+/- 0,00587) y 0,47748, respectivamente (Anexo B). Además, el software empleado para construir este modelo determina la relevancia relativa de cada variable dentro de la construcción del árbol, y de esta manera, determina las variables de alerta temprana en la que las empresas deben actuar para evitar la quiebra. Nuestro modelo ofrece la siguiente clasificación: Rpta (100,00%),

Celt (94,14%), Cashta (79,64%), Late_filing_days (47,68%), Number_LCs (38,48%), Industry_solveny (31,65%), Tdta (27,96%), Ln_asset (16,20%), Ln_age (1,31%), y Family_firm (0,85%).

En la muestra de entrenamiento, CART obtuvo una tasa de clasificación correcta promedio (CCR) del 76,18%, y errores Tipo I-II de 24,67% y 22,97%, respectivamente. El AUC es 0,816. En la muestra de test, el CCR es 72,63%, y los errores tipo I y II son 26,65% y 28,09%, respectivamente, y las AUC iguales a 0,771.

En la Tabla 4, se presentan los resultados obtenidos en términos de AUC, clasificación correcta (CCR), los errores de Tipo I y II, y los costes de clasificación errónea (MC) de los modelos logísticos elaborados y del modelo híbrido construido con CART, tanto para la muestra de entrenamiento como en la muestra de test.

Tabla 4. AUC, tasa de clasificación correcta, errores tipo I y II, y costes de clasificación errónea.

Técnica estadística	Modelo	Muestra de entrenamiento					Muestra de test				
		AUC	CCR (%)	Tipo I (%)	Tipo II (%)	MC	AUC	CCR (%)	Tipo I (%)	Tipo II (%)	MC
Regresión logística	LR1	0,736	70,22	31,49	29,05	0,885	0,770	70,74	30,97	27,77	0,851
	LR2	0,809	74,08	24,54	29,54	0,863	0,806	72,99	24,83	28,69	0,843
Árbol de clasificación / regresión	Logit + CART	0,816	76,18	24,67	22,97	0,707	0,771	72,63	26,65	28,09	0,781

En base a estos resultados, sugerimos que el modelo híbrido Logit+CART proporciona una precisión similar, considerando las diferentes medidas en su conjunto, al enfoque LR solo, encontrando, además, que disminuyen los errores Tipo II y los costes de clasificación erróneas en el modelo híbrido.

6. Conclusiones

Desde una perspectiva metodológica, nuestros resultados apoyan el desarrollo de modelos de quiebra utilizando de forma conjunta variables financieras, no financieras y macroeconómicas, además de la implementación de técnicas estadísticas híbridas. En primer lugar, el valor añadido de la información no financiera y macroeconómica es importante dada la escasez de datos financieros a disposición del público para las *micro-entities* en el marco del nuevo régimen de información financiera establecido en la reciente Directiva 2012/06 de la UE. En segundo lugar, y como consecuencia de la inclusión en el método no paramétrico de sólo las variables de entrada más relevantes del modelo paramétrico, se produce una aceleración de la tasa de convergencia de las técnicas estadísticas no paramétricas que justifican claramente la aplicación de estos modelos híbridos para predecir el fracaso. Por último, consideramos especialmente relevante la posibilidad que ofrece el desarrollo del modelo de distinguir las variables que explican el fracaso, lo cual es una importante ventaja desde el punto de vista técnico. Este conocimiento previo nos permite anticipar y tomar las medidas adecuadas para mejorar la situación financiera de las *micro-entities*.

Esto tiene implicaciones económicas relevantes para los prestamistas, las *micro-entities* y los supervisores bancarios, entre otros. Para los prestamistas porque representa una reducción de

la asimetría de la información en sus relaciones con las *micro-entities* y pueden controlar más eficazmente el riesgo de crédito en este sector (uno de sus principales clientes). Desde el punto de vista de las *micro-entities*, los modelos de quiebra proporcionan información crucial sobre la salud financiera de una empresa para los inversores, gerentes y auditores, y presentan una ayuda muy útil al tomar la decisión de invertir, la detección de problemas internos, y la clasificación de la empresa en términos de riesgo de solvencia. Para los supervisores bancarios, la aplicación de un modelo de fracaso que incluye las variables financieras y no financieras es una fuente de apoyo para determinar los requerimientos de capital.

Referencias

- Altman E.I. & Sabato, G. (2007). Modeling credit risk for SMEs: Evidence from US market. *A Journal of Accounting, Finance and Business Studies (ABACUS)*, 43(3), 332-357.
- Altman, E.I., Sabato, G. & Wilson, N. (2010). The Value of Non-Financial Information in Small and Medium-Sized Enterprise Risk Management. *Journal of Credit Risk*, 6(2), 95-127.
- BIS (2013). Department for Business, Innovations and Skills. Simpler financial reporting for micro-entities: The UK's proposal to implement the 'micros directive', https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/86259/13-626-simpler-financial-reporting-for-micro-entities-consultation.pdf. Accessed on 24 September 2014.
- Breiman, L. (1988). Submodel selection and evaluation in regression: the x-fixed case and little bootstrap. Technical Report No. 169, Statistics Department, U.C. Berkeley.
- Breiman, L., Friedman, J., Olshen, R. & Stone, C. (1984). Classification and regression trees. Wadsworth, Belmont, CA.
- Berger A.N. & Frame, S.W. (2007). Small business credit scoring and credit availability. *Journal of Small Business Management*, 45(1), 5-22.
- Caro, N, Díaz, M. & Porporato, M. (2013). Predicción de quiebras empresariales en economías emergentes: uso de un modelo logístico mixto. *Journal of Quantitative Methods for Economics and Business Administration*, 16, 200-215.
- Carter, R. & Van Auken, H. (2006). Small firm bankruptcy. *Journal of Small Business Management*, 44(4), 493-512.
- Ciampi, F. & Gordini, N. (2013). Small enterprise default prediction modeling through artificial neural networks: An empirical analysis of Italian small enterprises. *Journal of Small Business Management*, 51(1), 23-45.
- Claessens, S., Djankov, S. & Lang, L.H. (2000). The separation of ownership and control in East Asian corporations. *Journal of Financial Economics*, 58, 81-112.
- Crone, S.F. & Finlay, S. (2012). Instance sampling in credit scoring: An empirical study of sample size and balancing. *International Journal of Forecasting*, 28(1), 224-238.
- Engelmann, B., Hayden, L.E. & Tasche, D. (2003). Testing rating accuracy. *Risk*, 16, 82-86.

- García-Gallego, A. & Mures-Quintana, M.J. (2013). The Sample of Firms in Business Failure Prediction Models: Influence on Classification Results. *Journal of Quantitative Methods for Economics and Business Administration*, 14, 131-150
- Grunert, J., Norden, L. & Weber, M. (2005). The role of non-financial factors in internal credit ratings. *Journal of Banking and Finance*, 29(2), 509-531.
- Hastie, T., Tibshirani, R. & Friedman, J.H. (2009). The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction. Springer Series in Statistics. New York.
- Wilson, N., Wright, M. & Scholes, L. (2013). Family business survival and the role of boards. *Entrepreneurship Theory and Practice*, 37(6), 1369-1389.

ANEXO A

Tabla A.1. Estadísticos descriptivos de las variables explicativas cuantitativas

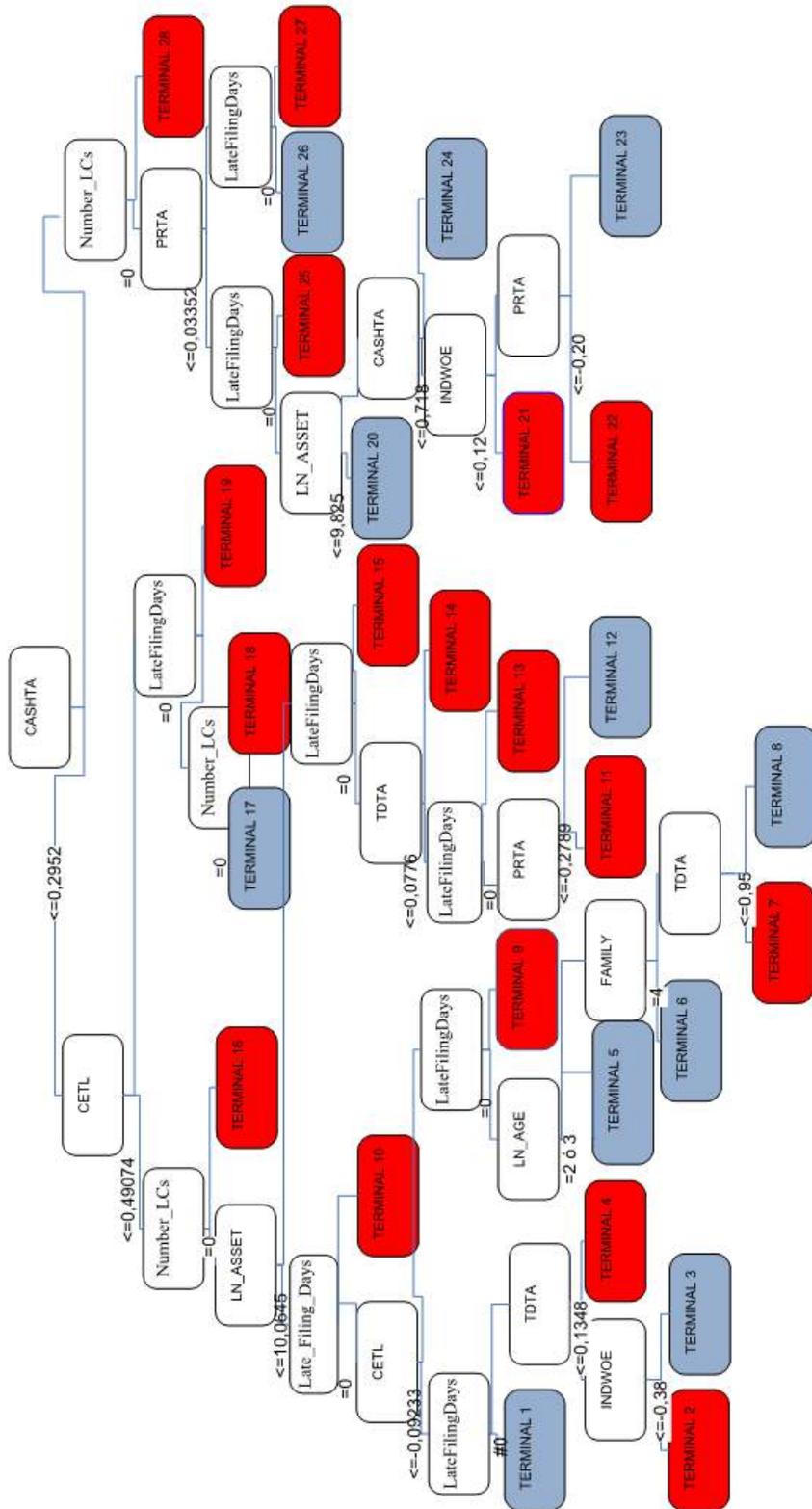
Variables	Quebrada		No quebrada	
	Media	Desv. típica	Media	Desv. típica
Capital empleado / pasivo total	0,45	1,32	1,77	4,95
Pasivo a corto plazo / activo total	0,12	0,23	0,06	0,17
Pasivo total / activo corriente	3,24	5,55	2,45	5,40
Patrimonio neto / activo total	-0,70	1,81	0,41	1,19
Activo disponible / activo corriente	0,81	0,29	0,88	0,26
Efectivo / patrimonio neto	4,55	5,66	2,91	4,59
Activo corriente / pasivo corriente	1,17	2,56	2,35	4,31
Efectivo / activo total	0,15	0,22	0,37	0,34
Ganancias retenidas /activo total	-0,56	1,43	0,01	0,03
Acreedores comerciales / deudores comerciales	6,67	17,25	12,66	22,84
Acreedores comerciales / pasivo total	0,84	0,27	0,85	0,30
Deudores / activo total	0,43	0,31	0,31	0,31
Logaritmo neperiano activo total	10,36	0,55	10,08	0,61
Activo total	36.312,26	16.952,53	28.585,85	16.637,25
Número de reclamaciones legales	0,31	0,85	0,03	0,09
Valor de las reclamaciones legales	1.519,40	4.756,56	64,76	214,70
Retraso en la presentación de las cuentas	32,59	82,89	18,92	69,01
Logaritmo neperiano de la edad	7,48	0,68	7,51	1,08
Solvencia industrial	-0,07	0,24	0,18	0,52

Tabla A.2. Estadísticos descriptivos de las variables explicativas cualitativas

Variable	Categoría	Status	Frecuencia (%)
Activos pignorados	No (0)	Quebrada	46,75
		No quebrada	49,40
	Sí (1)	Quebrada	3,25
		No quebrada	0,60
Empresa familiar	No (0)	Quebrada	28,30
		No quebrada	25,56
	Sí (1)	Quebrada	21,70
		No quebrada	24,44
Cuentas auditadas	No (0)	Quebrada	47,26
		No quebrada	48,14
	Sí (1)	Quebrada	2,74
		No quebrada	1,86
Informe favorable del auditor	No (0)	Quebrada	48,10
		No quebrada	48,32
	Sí (1)	Quebrada	1,90
		No quebrada	1,68
Cambio de auditor	No (0)	Quebrada	47,40
		No quebrada	47,63
	Sí (1)	Quebrada	2,60
		No quebrada	2,37

ANEXO B

Perfil del árbol





Aplicación de la metodología DMAIC de Seis Sigma con simulación discreta y técnicas multicriterio

GARZA RÍOS, ROSARIO C.

Facultad de Ingeniería Industrial

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE), La Habana (Cuba)

Correo electrónico: rosariog@ind.cujae.edu.cu

GONZÁLEZ SÁNCHEZ, CARIDAD N.

Centro de Estudios Matemáticos para las Ciencias Técnicas (CEMAT)

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE), La Habana (Cuba)

Correo electrónico: caryg@cemat.cujae.edu.cu

RODRÍGUEZ GONZÁLEZ, ERNESTO L.

Universidad Panamericana, México D.F. (México)

Correo-e: erodrigo@up.edu.mx

HERNÁNDEZ ASCO, CARIDAD M.

Facultad de Ingeniería Industrial

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE), La Habana (Cuba)

Correo-e: cmhernandez@ind.cujae.edu.cu

RESUMEN

En el presente trabajo se presentan los resultados alcanzados al integrar la metodología Seis Sigma, las técnicas de simulación discreta y las técnicas multicriteriales para la mejora de un servicio de belleza en que se deseaba obtener la mejor solución de compromiso entre los ingresos, los costos, la utilización de los recursos y la satisfacción del cliente.

Se utilizó la metodología DMAIC proponiéndose un procedimiento en el que se define para cada fase las herramientas de simulación, de toma de decisiones multiatributo, estadísticas y de control y gestión de la calidad. El uso de la simulación permitió analizar las diferentes acciones de mejoras y determinar los valores de las variables de interés definidas por el grupo administrativo. Se utilizó dentro de las técnicas multicriteriales, el índice PRES el cual permitió ordenar las acciones considerando las preferencias de los expertos.

Palabras claves: Seis Sigma; simulación discreta; lenguaje Arena; índice PRES.

Clasificación JEL: C65.

MSC2010: 90B90.

Artículo recibido el 07 de mayo de 2015 y aceptado el 27 de junio de 2016.

Application of Six Sigma DMAIC with Discrete Simulation and Multicriterial Techniques

ABSTRACT

In this paper we show the results achieved by integrating Six Sigma, discrete simulation techniques and multi-criteria techniques for improving a beauty service that desires to obtain the best compromise solution between incomes, costs, use of resources and customer satisfaction. DMAIC methodology was used to propose a procedure that defines, for each phase, simulation tools, multi-attribute decision making, statistics and quality control and management. The use of simulation allowed us to analyze the different actions for improvements and determine the values of the variables of interest being defined by the administrative group. We used, between multi-criteria techniques, PRES index for ranking the actions according to experts' preferences.

Keywords: Six Sigma; discrete simulation; Arena language; PRES index.

JEL classification: C65.

MSC2010: 90B90.



1. Introducción

Seis Sigma es una filosofía relativamente nueva apareciendo en los años 80 del siglo XX. Es una estrategia sistemática y bien estructurada que permite la generación de productos y servicios cada vez más eficientes.

Desde su creación la metodología Seis Sigma ha sido ampliamente utilizada para reducir variabilidad e incrementar calidad y productividad de las empresas que la aplican. La misma se ha considerado por diferentes autores como filosofía, metodología, meta, herramientas, métrica, que utiliza datos y herramientas estadísticas para evaluar y mejorar los procesos con el objetivo de satisfacer al cliente y, *por ende*, elevar las utilidades de una organización. El éxito de Seis Sigma radica en la mejora del rendimiento de los procesos y en el aumento de la satisfacción de los clientes (Grima *et al.*, 2014).

Seis Sigma, que utiliza en su nomenclatura la conocida letra griega (σ) vinculada con la estadística, representa la variabilidad o dispersión de un conjunto de valores. La metodología Seis Sigma permite identificar la capacidad de los procesos para reducir los defectos por millón de los mismos. Para usar esta herramienta se emplea, entre otras metodologías, la metodología DMAIC de mejora de proceso (Definir, Medir, Analizar, Mejorar, Controlar). Dicha metodología es un proceso iterativo que sigue un formato estructurado y disciplinado, la realización de experimentos y su consecuente evaluación (McCarty *et al.*, 2004).

Sin embargo, recientemente se han publicado artículos donde no solo se propone el uso de Seis Sigma para mejorar los procesos sino que aparece vinculada con otras herramientas cuantitativas como la simulación (Ocampo y Pavón, 2012; Tolamatl *et al.*, 2011) y el proceso analítico jerárquico (AHP) dentro del paradigma de la decisión multicriterial (Chacón y García, 2007).

En el presente trabajo se presentan los resultados alcanzados al integrar la metodología Seis Sigma, las técnicas de simulación discreta y las técnicas multicriteriales para la mejora de un servicio de belleza en que se deseaba obtener la mejor solución de compromiso entre los ingresos, los costos, la utilización de los recursos y la satisfacción del cliente.

Se hace un análisis de las diferentes metodologías de mejora proponiéndose un procedimiento basado en la metodología DMAIC. Los resultados alcanzados aplicando éste permitieron, con el uso de las técnicas de simulación y las técnicas multicriteriales, obtener los resultados previstos.

2. Metodología de mejora Seis Sigma

En la actualidad existen diversas metodologías de mejoras entre las que se encuentra Seis Sigma que propone aplicar un método de investigación para los procesos que agregan valor para el cliente y desarrollar acciones o proyectos que permitan elevar la satisfacción de este, utilizando para ello métodos estadísticos que garantizan fundamentar las decisiones basada en datos (Gutiérrez y de la Vara, 2008), convirtiéndose así en una plataforma que permite mejorar la competitividad de las organizaciones (Porter, 2002). Para ello, propone desarrollar 5 etapas (DMAIC):

- Definir.
- Medir.

- Analizar.
- Mejorar (*Improve* en inglés).
- Controlar.

En la Tabla 1 se muestra cada una de estas fases, sus objetivos y herramientas más utilizadas.

Etapas	Objetivos	Herramientas
Definir	Identificar aspectos claves de la organización, definir clientes, sus requisitos y los procesos claves que pueden afectar a los clientes, es decir identificar posibles proyectos de mejora.	Diagrama Pareto, diagrama de flujo de proceso, histograma, oz del cliente, lluvia de ideas, árbol crítico de la calidad, entre otras.
Medir	Identificar las causas claves del problema para la recogida de datos en el proceso objeto de estudio.	Diagrama entrada-proceso-salida, análisis de capacidad de proceso, gráfico Pareto, gráficos de control.
Analizar	Analizar los datos (procesarlos) recogidos, para determinar cuáles son las causas del mal funcionamiento de los procesos.	Diagrama de causa efecto, matriz de relación, correlación y regresión, análisis de varianza, muestreo.
Mejorar	Generar posibles soluciones al problema detectado e implementar las más convenientes.	Técnicas analíticas, pruebas piloto
Controlar	Establecer un plan de controles que garanticen que la mejora alcanzará el nivel deseado.	Planes de control, gráficos de control, capacidad de proceso.

Tabla 1: Etapas, objetivos y herramientas de la metodología Seis Sigma.

Fuente: Elaboración propia.

Ocampo y Pavón (2012) propone una metodología que integra el DMAIC con la simulación discreta (DMAIC SIM) y donde utiliza la simulación como herramienta en las fases de Analizar y Mejorar; mientras que Chacón y García (2007), Kendrick y Saaty (2007) y Bertels y Patterson (2003) introducen el uso del AHP (proceso analítico jerárquico) en la fase de Mejora para la selección del proyecto o de los proyectos Seis Sigma que presenten mayor grado de alienación con el objetivo de la organización, considerado un conjunto de criterios entre los que se encuentran: factibilidad, impacto ambiental, impacto financiero (costos e ingresos), impacto en el cliente (satisfacción del cliente), entre otros.

Sin embargo, en opinión de los autores, sería interesante integrar armónicamente en la metodología DMAIC, la simulación y herramientas para la toma de decisiones multicriterio, específicamente multicriterio en espacios discretos para la mejora de los procesos empresariales, de ahí que se proponga el siguiente procedimiento.

3. Procedimiento propuesto

El procedimiento consta de las cinco fases de la metodología DMAIC utilizada en la filosofía Seis Sigma, en cada una de las cuales se propone el uso de técnicas de simulación, de toma de decisiones multiatributo, herramientas estadísticas y de control y gestión de la calidad.

Se diferencia de otros procedimientos por los aspectos que se relacionan a continuación y que le confieren a su vez originalidad:

- La integración armónica de herramientas básicas y avanzadas de ingeniería y gestión de la calidad, la simulación, métodos estadísticos y los métodos de toma de decisiones multicriteriales.
- El uso del juicio de expertos para determinar los criterios a considerar así como la importancia o peso de los mismos.
- Propone la utilización de la simulación para analizar el sistema bajo estudio, así como para la generación de alternativas de solución al problema encontrado sin necesidad de realizar su experimentación real.
- Aplica las técnicas de toma de decisiones multicriterio para obtener el ordenamiento de las alternativas de solución simuladas.

En la Figura 1 se muestra el procedimiento propuesto y se han representado las fases que conforman el procedimiento en diferentes colores. Mediante las flechas se indica el orden en que se ejecutan secuencialmente, así como las entradas y salidas que se obtienen en cada una de las fases.

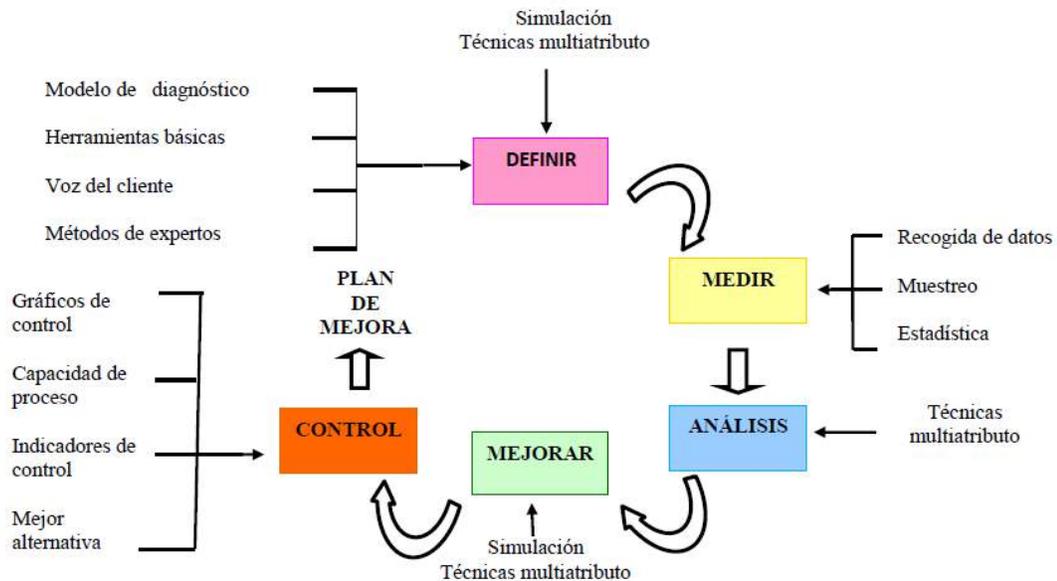


Figura 1: Procedimiento propuesto basado en la metodología DMAIC.
Fuente: Elaboración propia.

En la fase de Definición (rosada) se obtiene la jerarquización de los posibles proyectos de mejora de la organización. Para ello se utiliza el modelo de diagnóstico propuesto por Garza *et al.* (2012). Se propone el uso de la simulación con el objetivo de detectar las insuficiencias de los procesos actuales, utilizándose la toma de decisiones multiatributo para obtener la jerarquización de los problemas detectados.

La fase Medir (amarilla) se utiliza para determinar los indicadores de calidad que permitan conocer el comportamiento de los procesos, las variables que afectan el desempeño de la organización, determinar la información necesaria así como las herramientas para la recogida de datos y su procesamiento.

En la fase Analizar (azulada) con la información recopilada, se determinan las causas principales que afectan el funcionamiento del sistema con vistas a su posible erradicación. Las principales herramientas que se proponen en esta fase son: estadísticas como correlación, análisis de varianza y técnicas de regresión entre otras. Para un resumen de estas causas se utiliza el diagrama de causa efecto o la matriz de relación.

En la cuarta fase Mejorar (verde), se generan las posibles alternativas de solución para la mejora de procesos, utilizando la simulación. Posteriormente, se utilizan las técnicas de toma de decisiones multiatributo para ordenar estas alternativas considerando el conjunto de criterios emitidos por los expertos y seleccionando la mejor.

Ya en la fase final Controlar (naranja), se establecen las variables e indicadores que deben ser controlados para garantizar un funcionamiento eficiente de los procesos y la satisfacción de los clientes. Se establece el plan de acciones que deben ser tomadas para la mejora continua de los procesos.

La simulación es una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora digital. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos períodos de tiempo (Ríos y Ríos, 2008).

La simulación, como herramienta para la toma de decisiones, posibilita a la organización, a través de asistentes informáticos que agilizan su explotación, estudiar los distintos parámetros que caracterizan sus procesos; permitiendo analizar diferentes escenarios sin necesidad de modificar las condiciones existentes en la realidad; lo que viabiliza los procesos de cambios en las organizaciones, optimiza el tiempo y minimiza el consumo de recursos económicos en el proceso de implementación de mejoras (Guasch *et al.*, 2003).

La simulación se utiliza para analizar el comportamiento de la situación actual en la fase Definir y para generar diferentes alternativas de mejora en la fase Mejorar.

Los métodos de toma de decisiones multicriteriales se aplican para resolver diferentes problemas en presencia de múltiples criterios, logrando incorporar las preferencias de uno o varios expertos involucrados en el proceso de decisión. Este tipo de problemas se presenta dentro de la metodología en la fase Definir, en la fase de Mejorar y además en la selección de las personas que van a integrar el equipo de proyecto.

4. Aplicación del procedimiento propuesto

El Salón de Belleza “La Dalia” brinda servicios de peluquería, manicura y pedicura, limpieza de cutis, depilación de cejas y maquillaje.

La misma tiene como misión ofrecer a sus clientes un servicio con calidad, ofertas variadas y precios competitivos, distinguiéndose por su imagen y profesionalidad.

En el primer semestre del año 2014, la peluquería ha recibido quejas por parte de los clientes acerca del tiempo de espera por el servicio y el tiempo de estancia en la entidad, por lo que se ha propuesto realizar un análisis del servicio con el objetivo de disminuir los mismos y, *por ende*, elevar la satisfacción del cliente.

Para resolver este problema se utilizó el procedimiento propuesto en el presente trabajo y cuyas etapas se analizan a continuación.

4.1. Fase Definir

El gerente, conjuntamente con el grupo administrativo, decide analizar y coordinar el proyecto de mejora basado en los resultados de la aplicación de la encuesta de satisfacción al cliente. El grupo administrativo ha diseñado la escala que aparece en el Tabla 2 para evaluar la calidad del servicio ofertado de acuerdo a los resultados obtenidos en la encuesta.

Rango del Índice de Satisfacción del Cliente (ISC)	Resultado de la evaluación del formulario en %	Evaluación de la calidad del servicio
$4,5 \leq \text{ISC} \leq 5$	98 – 100	Excelencia
$4 \leq \text{ISC} < 4,5$	80 – 97	Muy bueno
$3 \leq \text{ISC} < 4$	61 – 79	Bueno
$2,5 \leq \text{ISC} < 3$	41 – 60	Regular
$\text{ISC} < 2,5$	≤ 40	Malo

Tabla 1: Escala para evaluar la calidad del servicio.
Fuente: Grupo administrativo.

En la Figura 2 se muestra el procesamiento de la encuesta realizada con respecto al comportamiento del índice de satisfacción del cliente (ISC) con el servicio ofertado por la peluquería.

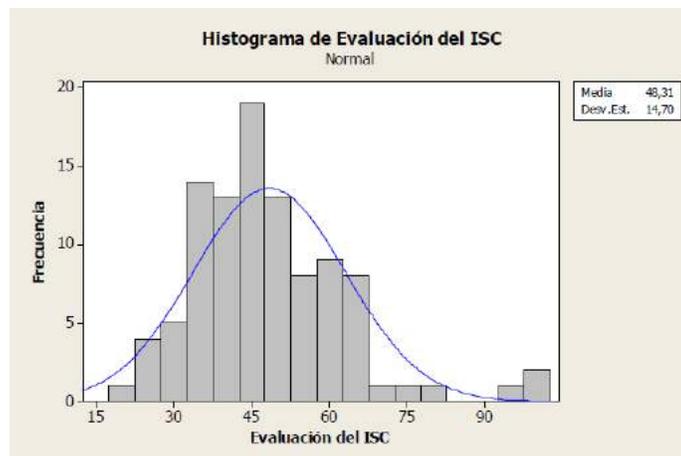


Figura 2: Histograma obtenido con el procesamiento de la encuesta.
Fuente: Elaboración propia.

Del análisis de la Figura 2 se puede concluir que el 50% de los clientes encuestados opinan que el servicio ofertado es regular (41- 60 %).

Entre las preguntas realizadas en la encuesta se pide que se seleccione el tiempo de espera por el servicio. En la Figura 3 se muestra el procesamiento de dicha pregunta.

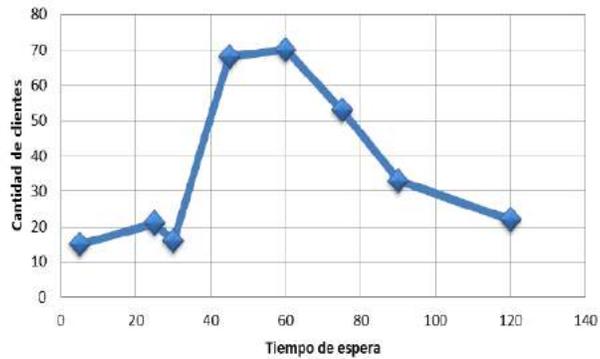


Figura 3: Procesamiento de la encuesta para la pregunta “tiempo de espera”.
Fuente: Elaboración propia.

Aproximadamente el 44 % de los clientes indica que el tiempo de espera se encuentra entre los 40 y 60 minutos lo cual se considera elevado.

Para verificar lo planteado por los clientes, los autores proponen utilizar la simulación discreta, realizando los pasos que propone la metodología de simulación (Law, 2006, 2009; González *et al.*, 2014). En la Figura 4 se muestra la representación del sistema simulado.

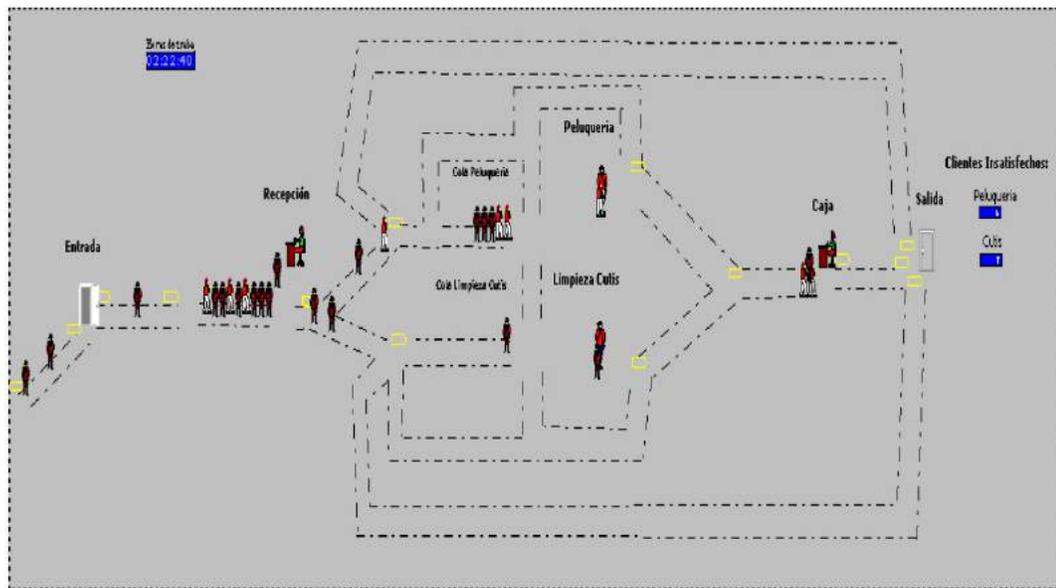


Figura 4: Representación del Salón de Belleza “La Dalia”.
Fuente: Elaboración propia.

Para realizar la simulación se utilizó el paquete ARENA (Kelton *et al.*, 2009), el cual permite de forma rápida representar el problema bajo estudio y obtener los resultados.

La simulación arrojó los resultados que se muestran en la Tabla 3. Como se observa, la variable analizada (“tiempo de espera”) en los diferentes puestos de trabajo es elevado excepto en la caja. Como promedio, el tiempo de espera de los clientes en la peluquería es de 47,80 minutos.

Puesto de trabajo	Tiempo de espera (minutos)
Recepción	96,27
Peluquera	46,46
Manicura	37,95
Caja	10,54
Tiempo medio de espera	47,80

Tabla 3: Tiempos de espera obtenidos de la simulación.
Fuente: Elaboración propia.

De todo lo anterior se concluye que el objetivo del proyecto de mejora es aumentar el nivel de la calidad del servicio recibido, a través del indicador ISC, el cual deberá moverse entre 3 y 4 puntos para obtener una elevación de la calidad del servicio recibido a **BIEN**.

4.2. Fase Medir

Definido el problema a resolver en el proyecto de mejora, es necesario determinar cuáles serán las variables de entrada y cuáles las variable de salida que se deberán controlar y a través de las cuales se medirá la mejora del mismo.

Las herramientas utilizadas en esta fase son: la capacidad de proceso y el diagrama de dispersión. El análisis de la capacidad del proceso se analiza a través de la variable “tiempo de espera”. En la Figura 5 se muestra el resultado obtenido.

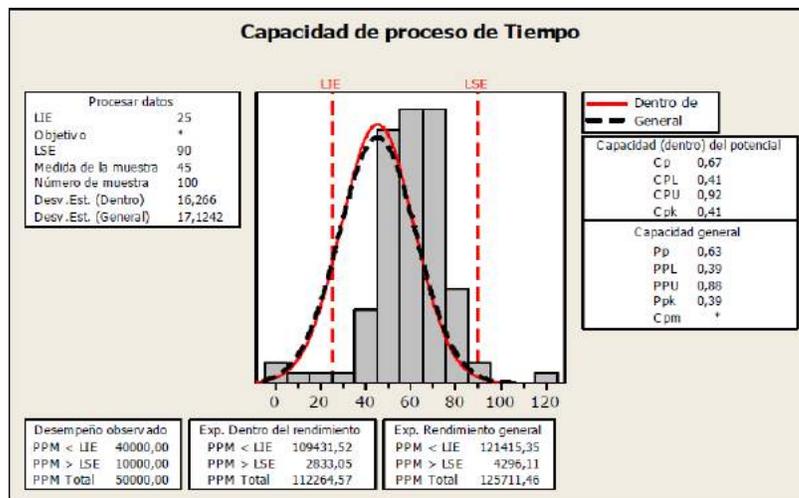


Figura 5: Análisis de la capacidad considerando el tiempo como variable.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 5 podemos determinar que el proceso no es capaz ($Cpk=0,41$) y, por lo tanto, no cumple con las especificaciones establecidas por los clientes y el grupo administrativo acerca del tiempo medio de espera que se establece en el intervalo [25, 90]. La variabilidad inherente del proceso excede el rango de especificaciones, lo que implica que es necesario realizar modificaciones en el proceso, para reducir al menos la variabilidad.

Para obtener la relación existente entre el ISC y el tiempo de espera de los clientes en el sistema se realiza un muestreo cronometrando el mismo y confrontando este con la respuesta en su encuesta de satisfacción. Se utilizó para esto un gráfico de dispersión cuyos resultados se muestran en la Figura 6.

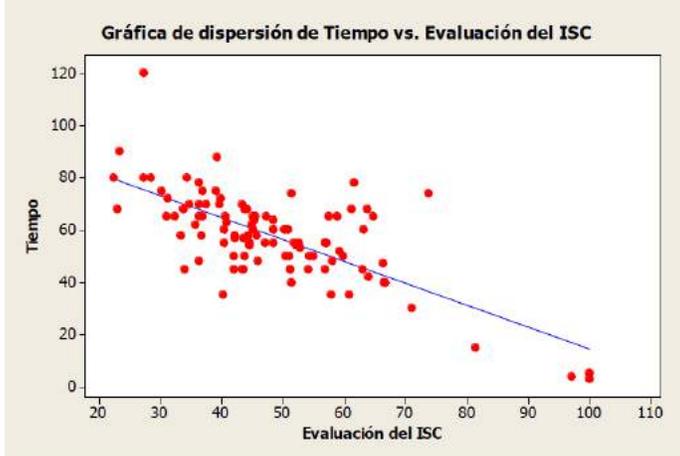


Figura 6: Análisis de correlación entre el ISC y el tiempo de espera en la peluquería.
Fuente: Elaboración propia.

De la Figura 6 podemos concluir que existe, aproximadamente, una relación directa de sentido inverso entre el tiempo de espera en la peluquería (*lead time*) y la evaluación del ISC; es decir, a medida que aumenta el tiempo medio de espera en la peluquería menor es el índice de satisfacción del cliente.

4.3. Fase Analizar

En esta fase se analiza la relación entre las variables de entrada (causas) y las variables de salida. Para ello se elaboró la matriz XY con el objetivo de priorizar cuales son las causas que más afectan el desempeño del proceso. Para la determinación de las prioridades, se propone la utilización de la función suma ponderada, método más elemental de la teoría de decisión multicriterio. A través del valor de la suma ponderada se realizará la priorización de las causas con el objetivo de resolver aquellos problemas que más afectan el índice de satisfacción del cliente. En (1) se muestra como se obtiene el valor de la función suma ponderada.

$$u_j = \sum_{i=1}^n w_i \cdot f_{ij} \quad (1)$$

donde:

u_j denota el valor de la función suma ponderada para la variable de entrada j ;

w_i denota el peso o importancia de la variable salida i ;

f_{ij} denota el valor de la variable de salida i para la variable de entrada j .

Para obtener este valor es necesario asignarle importancia o peso a cada uno de las variables de salida. Para esto se ha propuesto utilizar una escala de 2 niveles (Aragónés, 2010) (en este caso los autores proponen utilizar 10 y 7); mientras que para valorar la influencia de las

variables de salida, se propone utilizar una escala de 4 niveles (se selecciona la escala 1, 4, 7, 10). En la Tabla 4 se muestran los niveles utilizados, mientras que en la Tabla 5 se muestra la relación causal entre las variables X e Y.

Niveles	Escala
2 niveles	5-10, 3-7, 2-7, 1-4, 1-3, 3-5, 5-7, 7-10
4 niveles	1-3-5-7, 1-4-7-10, 3-7-10-12

Tabla 4 Niveles y escalas.

Fuente: Elaboración propia.

Variable de entrada	Variable de salida		Valor de la suma ponderada	Prioridad
	Índice de satisfacción del cliente (ISC)	Tiempo de estancia		
	Peso			
	10	7		
Calidad de la materia prima	10	4	128	3
Inadecuado método de trabajo del peluquero ¹	10	10	170	1
Fatiga del peluquero	7	7	119	4
Capacitación de la recepcionista para trabajar con el <i>software</i>	7	10	149	2
Orden y limpieza del puesto de trabajo	7	7	119	4
Iluminación del puesto de trabajo	4	10	110	5
Climatización del puesto de trabajo	7	7	119	4

Tabla 5: Matriz XY.

Fuente: Elaboración propia.

De la Tabla 5 se determina que las causas que se deben eliminar con mayor urgencia son:

- Inadecuado método de trabajo del peluquero.
- Capacitación de la recepcionista para trabajar con el *software*.
- Calidad de la materia prima.
- Fatiga del peluquero, orden y limpieza del puesto de trabajo y climatización del puesto de trabajo.
- Iluminación del puesto de trabajo.

¹ Denominamos peluquero a todos los especialistas que intervienen en el servicio (peluquería y manicura).

4.4. Fase Mejorar

De las sesiones de trabajo grupal con el grupo administrativo se han propuestos diversas acciones de mejora las cuales se muestran a continuación:

1. Desarrollar un proceso de evaluación y selección de proveedores.
2. Mejorar y estandarizar los métodos de trabajo.
3. Organizar los puestos de trabajo.
4. Capacitar a la recepcionista en el *software* utilizado para disminuir el tiempo de servicio.
5. Asignar una peluquera para hacer keratina debido a que este proceso es más lento y provoca altos tiempos de espera.
6. Asignar una peluquera para hacer keratina debido a que este proceso es más lento, aumentando en una manicura.
7. Asignar más peluqueras que realicen todos los servicios relacionados con: corte, peinado, tinte de cabello, tratamiento de keratina, asignando una o dos manicuras más.
8. Utilizar una iluminación localizada y de mayor intensidad en los puestos de trabajo.
9. Colocar *splits* para mejorar la climatización del local.

La acción de mejora 1 permite incrementar la calidad de la materia prima, las acciones 2 a 7 contribuirán a disminuir la fatiga y mejorar el método de trabajo del peluquero, mientras que las acciones 8 y 9 incidirán positivamente en las últimas tres causas.

Las acciones 4 a 7 no podrán ser tomadas simultáneamente, por lo que a través del uso del enfoque híbrido simulación-técnicas multicriteriales (González *et al.*, 2014) se determinará cuál de ellas debe ser implementada.

Los criterios que, en opinión del grupo administrativo, deben considerarse para tomar la decisión de qué acción llevar a cabo para resolver el problema son: costo (\$), tiempo medio de espera (minutos), tiempo medio de estancia (minutos), tamaño medio de las colas (personas), cantidad de clientes atendidos (personas), % de utilización media de los peluqueros e ingreso (\$). En la Tabla 6 se muestran los resultados de la importancia asignada a cada uno de estos criterios por el grupo administrativo. Para la obtención de la importancia global², los autores proponen utilizar la mediana.

Criterio	Importancia
Costo	7
Tiempo medio de espera (TMESP)	10
Tiempo medio de estancia (TME)	7
Tamaño medio de la cola (TMC)	7
Cantidad de clientes atendidos (CCA)	10
% utilización media de los peluqueros (UP)	7
Ingreso	10

Tabla 6: Criterios y su importancia.

Fuente: Elaboración propia.

² Con la votación de cada miembro del grupo se obtiene la importancia global.

Las acciones 4 y 7 se representan con el mismo modelo de simulación; solo se diferencian entre sí en que, en la acción 4, el tiempo de servicio en la recepción deberá ser menor por la capacitación recibida y, en la acción 7, se tendrán más recursos en la peluquería y en la manicura.

Las acciones 5 y 6 se representan similarmente en un mismo modelo de simulación. En la Figura 7 se muestra el modelo de simulación para estas últimas acciones.

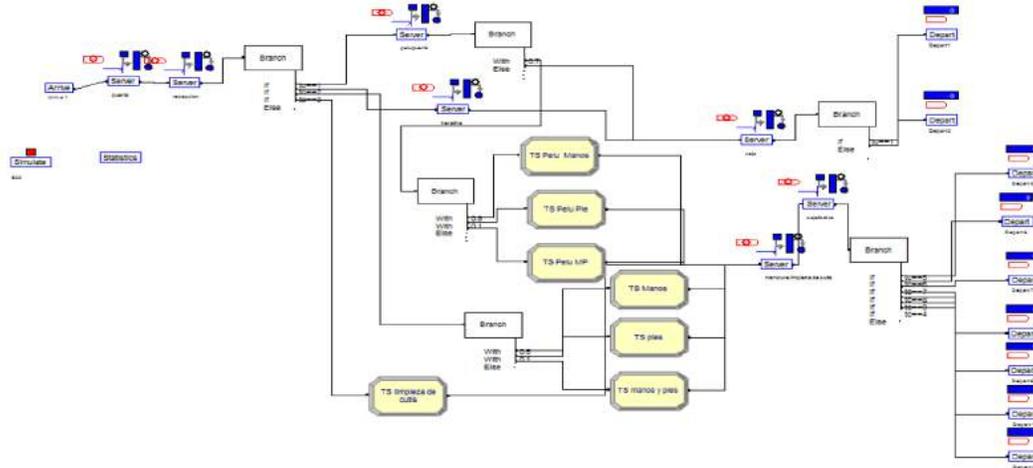


Figura 7: Modelo de simulación en Arena de la acción 5.
Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos como media por día con la simulación de las acciones 4 a 7 para los criterios definidos se muestran en la Tabla 7.

Alternativa \ Criterio	Costo	TMESP	TME	TMC	CCA	UP	Ingreso
Capacitación recepcionista	32	37,48	99,75	0,97	10	0,39	95
Asignar una peluquera para hacer keratina y otra para lo demás	40	132,9	211,09	4,16	19	0,672	228,20
Asignar una peluquera para hacer keratina y otra para lo demás y 2 manicuras	45	51,27	122,40	2,04	27	0,78	312,20
Actual con 2 peluqueras y 3 manicuras	53	1,33	78,36	0,10	18	0,36	198,4
Actual con 2 peluqueras y 2 manicuras	47	4,9	72,57	0,13	17	0,41	190,8
Actual con 3 peluqueras y 2 manicuras	59	0,71	66,29	0,02	16	0,37	189,2

Tabla 7: Resultados de la simulación para las alternativas y criterios seleccionados.
Fuente: Elaboración propia.

Para seleccionar cuál de estas acciones deberá ser implementada por el salón de belleza, los autores proponen el uso del índice PRES (Aragón, 2010). Los resultados obtenidos utilizando las preferencias dadas por el grupo administrativo se muestran en la Figura 8.



Figura 8. Ordenamiento de las alternativas.
Fuente. Elaboración propia.

En la Figura 8 se puede observar que la alternativa que utiliza una peluquera que solo realiza el tratamiento de la keratina, una peluquera para el resto de los servicios para el cabello y 2 manicuras es la mejor alternativa, la cual posee los máximos ingresos, la mayor cantidad de clientes atendidos a pesar de que el tiempo medio de espera y el tiempo medio de estancia en el sistema son respectivamente de un valor aproximado de 1 y 2 horas.

4.5. Fase Controlar

En el primer trimestre del año 2015 se realiza un análisis de los resultados obtenidos con la implementación de las acciones, las cuales contaron con el apoyo del gerente, del grupo administrativo y de los trabajadores.

Dentro del análisis se realizó un estudio de series de tiempo para identificar las componentes de mayor incidencia sobre el ISC; definido como el valor medio del índice de satisfacción para cada una de las semanas del período analizado, así como una comparación de su comportamiento actual con respecto al anterior, los que se muestran en las Figuras 9 y 10.

En la Figura 9 se muestra el comportamiento del ISC en el período analizado, observándose que predomina una tendencia de tipo ascendente a medida que transcurre el tiempo, luego de la implementación de las mejoras propuestas como resultados de la fase anterior; aunque aún persisten factores irregulares que deben seguir monitoreándose para lograr la mejora en el desempeño del servicio.

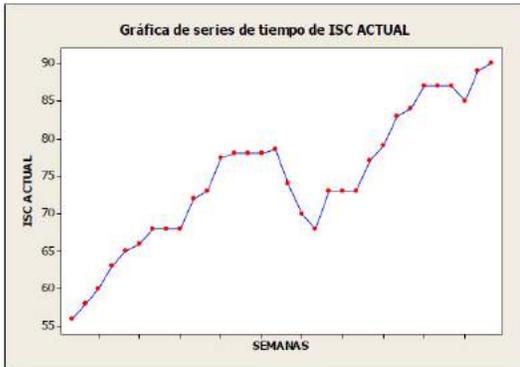


Figura 9: Serie de tiempo del ISC actual,
Fuente: Elaboración propia.

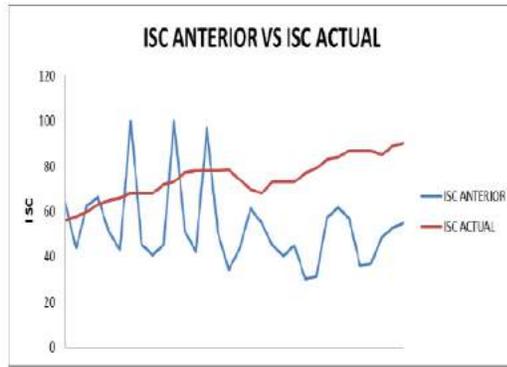


Figura 10: Comparación del ISC.
Fuente: Elaboración propia.

La comparación del índice de satisfacción del cliente en los períodos antes de la implementación de las acciones de mejora y el actual que se observa en la Figura 10, permite corroborar la efectividad de las mismas en un plazo relativamente corto, pudiéndose apreciar que existe una tendencia a lograr obtener una evaluación de la calidad del servicio ofertado de **BIEN**.

En la Figura 11 se muestra el comportamiento de los tiempos de espera y el tiempo de estancia en el salón en el periodo actual y antes de aplicar la mejora.

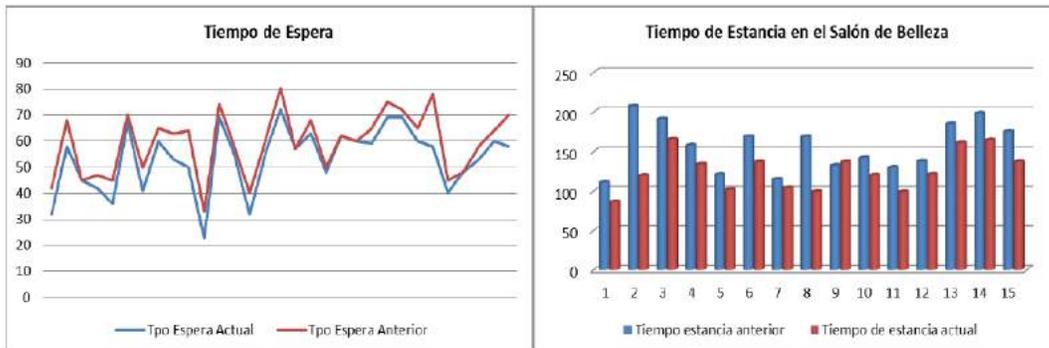


Figura 11: Comparación entre los tiempos de espera y de estancia (anterior y actual).
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 11 se observa una ligera disminución en el tiempo de espera para recibir el servicio, así como en el tiempo de estancia en la instalación, por lo que es necesario seguir muestreando con un número mayor de clientes para observar el comportamiento y la tendencia de estas variables con la mejora propuesta.

Para comprobar si existen o no diferencias significativas entre los tiempos de espera y de estancia en la instalación (anterior y actual), se realiza una *d*-prueba bilateral para la comparación de medias poblacionales (tiempos medios) utilizando las muestras obtenidas anteriormente.

$$H_0 : \mu_{ant} = \mu_{act}$$

No existen diferencias entre los tiempos medios antes de aplicar la mejora (μ_{ant}) y actualmente (μ_{act})

$$H_a : \mu_{ant} \neq \mu_{act}$$

Existen diferencias en los tiempos medios antes y después de aplicar la mejora

Utilizando un nivel de significación del 5% ($\alpha = 0.05$) y apoyándose en el *software* MINITAB para el desarrollo de la prueba de hipótesis, se puede concluir que no existen evidencias para no rechazar la hipótesis nula. Por lo tanto, existen diferencias significativas entre los tiempos medios de espera y de estancia en la instalación antes y después de la aplicación de las mejoras respectivamente. En la Tabla 8 se muestran los resultados que permitieron arribar a dichas conclusiones.

Variable	Grados de libertad	Estadístico (T)	Valor p	Decisión
Tiempo de espera	59	1,96	0,025	Rechazar H_0
Tiempo de estancia	51	-3,79	0,000	Rechazar H_0

Tabla 8: Resultados de las pruebas de hipótesis.

Fuente: Elaboración propia.

No obstante los resultados alcanzados, es recomendable continuar la fase de control y seguimiento de los indicadores del servicio identificando avances y retrocesos a partir de la conciliación del grupo administrativo y el gerente con relación a la satisfacción.

5. Conclusiones

La integración de la metodología DMAIC con la simulación discreta y las técnicas multicriteriales permite obtener resultados favorables para realizar mejoras en sistemas de servicio.

Con esta integración se logró el cumplimiento del objetivo trazado en el proyecto de mejora que era obtener una evaluación de la calidad del servicio ofertado de Bien, lo cual podrá seguirse mejorando al continuar aplicando la fase de control y de acciones correctivas y preventivas.

La aplicación de estas técnicas en un sistema de servicio permitió disminuir los tiempos de espera, los tiempos de estancia en el sistema e incrementar los ingresos obtenidos.

Bibliografía

- Aragón B.P. (2010): *Técnicas de ayuda a la toma de decisiones en proyectos*. Apuntes. Departamento de Proyecto, Universidad Politécnica de Valencia.
- Bertels, T., y Patterson, G. (2003): Selecting Six Sigma Projects That Matter. *Six Sigma Forum Magazine*, Vol. 3, No. 1, pp. 13-15.
- Chacón, E. y García, M. (2007): Selección de proyectos de Seis Sigma mediante el uso de AHP y ANP, Proceeding 12 Internacional Conference on Project Engineering, Zaragoza, España.
- Garza, R., González, C., Pérez, I., Martínez, E. y Sanler, M. (2012): Concepción de un procedimiento utilizando herramientas cuantitativas para mejorar el desempeño empresarial. *Revista Ingeniería Industrial*, Vol. XXXIII, No. 3, pp. 239-248.
- González, C., Garza, R., y Malo, E. (2014): Enfoque híbrido simulación-proceso analítico jerárquico. Caso de estudio rediseño de un restaurante. *Revista Métodos Cuantitativos para la economía*, Vol 17, pp 23-41.

- Grima, P., Almagro, Ll. M., Santiago, S. y Tort-Martorell, X. (2014): Six Sigma: hints from practice to overcome difficulties. *Total Quality Management & Business Excellence*, Volume 25, Issue 3-4, pp 198-208.
- Guasch A., Pera M.A., Casanovas J. y Figueras J.(2003): Modelado y simulación. Aplicación a procesos logísticos de fabricación y servicios. 2da Edición, Editorial Ediciones de Universidad Politécnica de Cataluña, pp. 187-201.
- Gutiérrez, H. y de la Vara, R. (2008): Control estadístico de calidad y Seis Sigma, 2da edición. Editorial McGraw Hill, México.
- Kelton, W.D., Sadowski, R. y Sturrock, D. (2009): Simulation with ARENA, 3ra edición, Editorial Mc Graw Hill Science Engineering.
- Kendrick, J. y Saaty, D. (2007): Use of Analytic Hierarchy Process for Project Selection. *Six Sigma Forum Magazine*, Vol 6, No.4, pp 22-29.
- Law A. (2006): Simulation Modeling & Analysis with expertfit software. 4ta Edición, Editorial Mc Graw Hill International.
- Law, A. M. (2009): How to build valid and credible simulation models. Proceeding of the 2009 Winter Simulation Conference, pp 24 -33.
- McCarty, T, Bremer, M. y Daniels, L. (2005): Six Sigma black belt handbook. Editorial McGraw Hill.
- Ocampo, J. y Pavón, A. (2012): Integrando la metodología DMAIC de Seis Sigma con la Simulación de Eventos Discretos en Flexsim. Proceeding of the 10 Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology, paper No 147, Ciudad de Panamá, Panamá.
- Porter, E.M. (2002): Ventaja competitiva. Creación y sostenimiento de un desempeño superior. Editorial Patria, México.
- Ríos, I.D., Ríos, I.S. (2008): Simulación. Métodos y aplicaciones. Editorial RA-MA, 2ª edición España.
- Tolamatl, J., Gallardo, D., Varela, J.A. y Flores, E. (2011): Aplicación de Seis Sigma en una microempresa del ramo automotriz. *Revista Conciencia Tecnológica* No. 42, pp 11-18.



Economía artificial: una valoración crítica

IZQUIERDO, SEGISMUNDO S.

Departamento de Organización Industrial

Universidad de Valladolid (España)

Correo electrónico: segis@eii.uva.es

IZQUIERDO, LUIS R.

Departamento de Ingeniería Civil

Universidad de Burgos (España)

Correo electrónico: lrizquierdo@ubu.es

GALÁN, JOSÉ M.

Departamento de Ingeniería Civil

Universidad de Burgos (España)

Correo-e: jmgalan@ubu.es

SANTOS, JOSÉ I.

Departamento de Ingeniería Civil

Universidad de Burgos (España)

Correo-e: jisantos@ubu.es

RESUMEN

La *economía artificial* es uno de los métodos o enfoques de investigación para el estudio de sistemas socioeconómicos complejos con mayor crecimiento durante los últimos años. Este artículo presenta una visión crítica sobre sus características, su potencial y los riesgos relativos al uso de esta metodología. Para ello, encontramos útil relacionar y comparar a la *economía artificial* con la *economía teórica* más tradicional. Desde nuestro análisis, la *economía teórica* y la *economía artificial* comparten los mismos objetivos, presentan menos diferencias metodológicas de las que a primera vista pudiera parecer, y sus aproximaciones son sin duda complementarias.

Palabras claves: economía artificial; economía computacional; economía computacional basada en agentes.

Clasificación JEL: B41; C15; C63.

MSC2010: 91B02; 91B69; 91B70.

Artificial Economics: A Critical Review

ABSTRACT

Artificial Economics is one of the fastest growing approaches to analyse complex socio-economic systems. In this paper we present our views on the distinguishing features of Artificial Economics and on its relation with Theoretical Economics – the field that in our opinion lies closest to Artificial Economics. In this context, we discuss various reasons why conducting research on Artificial Economics may be worthwhile, and provide general guidelines on how to go about it. Our view is that Artificial Economics and Theoretical Economics share the same goals, do not differ conceptually as much as it is sometimes perceived, and their approaches are certainly complementary.

Keywords: artificial economics; computational economics; agent-based computational economics.

JEL classification: B41; C15; C63.

MSC2010: 91B02; 91B69; 91B70.



Introducción

Habitualmente el proceso de modelado formal de sistemas complejos requiere un difícil compromiso entre (a) la creación de modelos que puedan analizarse deductivamente usando las matemáticas y (b) la creación de modelos más realistas (en el sentido de que las hipótesis resulten más fieles a las características observadas del sistema), pero que no pueden resolverse matemáticamente: realismo frente a manejabilidad analítica.

En el campo del análisis de procesos socioeconómicos, la economía teórica (ET) se ha centrado en la aproximación matemático-deductiva –hasta el punto de que podríamos definir la ET precisamente como el método de investigación económica que sigue esta aproximación¹. Este enfoque matemático-deductivo tiene numerosas ventajas, pero no está libre de inconvenientes. A menudo, los límites de validez y utilidad de los resultados obtenidos en ET se deben precisamente a la imposición de condiciones que carecen de un referente claro en el sistema real, pero que se aplican igualmente para conseguir que el modelo pueda resolverse analíticamente. Así pues, podría decirse que, en el dilema entre realismo y manejabilidad analítica, la economía teórica opta por garantizar la manejabilidad analítica antes que nada, incluso aunque esto pueda comportar una importante pérdida de realismo.

La economía artificial² (EA) supone un método alternativo (y a menudo complementario) al análisis matemático-deductivo de modelos formales simplificados que caracteriza a la ET. Al igual que la ET, la EA trata de mejorar nuestra comprensión de procesos socioeconómicos reales a través de la construcción y el análisis de modelos formales (Amblard, 2010). Sin embargo, frente a la ET, la EA está dispuesta a renunciar a la manejabilidad analítica –al menos parcialmente– para conseguir un mayor realismo y utilidad. Así pues, la economía artificial adopta principalmente el enfoque de establecer vínculos lo más directos posible entre las hipótesis del modelo formal y las relaciones observadas en el sistema real; y si esta correspondencia conduce a un modelo difícil de abordar matemáticamente –pero más realista y potencialmente más útil–, la EA recurre a la simulación computacional para analizarlo rigurosamente.

Al plantearse la utilización de metodologías como la EA, frente a la corriente imperante y más aceptada de la ET, surgen diversas cuestiones: ¿en qué difieren realmente ambas aproximaciones? ¿Es la EA una metodología sólida? ¿Cómo interpretar los resultados de la EA? ¿Cuáles son sus ventajas e inconvenientes respecto a la ET? Estas son algunas de las cuestiones sobre las que trataremos de arrojar luz en este artículo.

El artículo está estructurado en tres secciones³, que buscan responder a las siguientes tres preguntas:

¹ En este artículo utilizamos los términos “economía teórica” y “economía matemática” como sinónimos.

² El término de “economía artificial” corresponde con la traducción del término en inglés “artificial economics” y no con “artificial economy”.

³ Una aproximación a los contenidos aquí desarrollados se expuso en sesión plenaria en la conferencia *Artificial Economics 2015*.

¿**Qué** es la economía artificial?

Al abordar esta pregunta, nuestro objetivo será proporcionar una visión general de la EA que nos permita compararla con la ET, la disciplina que consideramos más cercana a la EA. Dentro de este marco, incidiremos tanto en las facetas en las que estas dos disciplinas son similares como aquéllas en las que son claramente diferentes.

¿**Por qué** utilizar la economía artificial?

Los sistemas socioeconómicos, por su naturaleza de sistemas complejos, son a menudo difíciles de abordar desde la perspectiva matemático-deductiva. En general, el enfoque teórico requiere realizar simplificaciones que frecuentemente conllevan un notable riesgo de desvirtuar la correspondencia entre el mundo real y el modelo estudiado. El motivo principal de utilizar la EA es que puede ayudarnos a comprender mejor el comportamiento de un sistema socioeconómico real, y a ser conscientes del efecto que las simplificaciones requeridas por el enfoque teórico pueden suponer. Al desarrollar este apartado seremos más específicos sobre las razones por las que, con frecuencia, el enfoque computacional es definitivamente una herramienta útil.

¿**Cómo** hacer economía artificial?

En este apartado discutiremos algunos de los enfoques, herramientas y métodos que a nuestro entender presentan mayor rigor y mayor potencial para que la disciplina pueda avanzar en sus objetivos y, consecuentemente, en su reconocimiento como metodología útil y globalmente aceptada.

¿**Qué es la economía artificial?**

De forma simplificada, entendemos por *economía artificial* un *método de investigación que trata de mejorar nuestra comprensión de un sistema o proceso socioeconómico mediante simulaciones computacionales*. Esta definición, al considerar tanto un medio (la simulación) como un objetivo (la comprensión), deja fuera algunos otros potenciales usos de la simulación en economía, como puede ser la predicción pura tipo “caja negra”. Sin menospreciar la utilidad potencial de la predicción pura sin comprensión –o de otros objetivos alternativos–, nuestra definición nos permitirá mantener la discusión en un ámbito específico y claramente delimitado. En la práctica, esta definición supone que exigimos a la metodología ir más allá de la mera generación de datos mediante simulación computacional; requerimos además un análisis de los datos generados que nos proporcione explicaciones, es decir, que nos permita encontrar relaciones causales entre variables del sistema. Aunque una buena predicción puede no ir acompañada de una explicación, una buena explicación sí debería poderse traducir en predicciones falsables ante nuevas situaciones (Hassan *et al.*, 2013; Troitzsch, 2009).

Metodológicamente, la economía artificial se puede situar dentro de la economía computacional (*computational economics*). Esta subdisciplina de la economía es, conforme a la *Computational Economics Society*, el campo encargado de “*explorar la intersección entre la economía y la computación*”. Hoy en día la utilización de la computación en ciencia en general, y en economía en particular, es tan ubicua que dentro de esta definición se enmarcan cuestiones tan diversas como la utilización de herramientas computacionales para la enseñanza de conceptos económicos, el diseño de herramientas computacionales para mercados automáticos *online* o la estadística y la econometría computacional. En consecuencia, resulta difícil describir la economía computacional como un campo unificado y homogéneo – a pesar de que existan cursos y libros específicos (Kendrick *et al.*, 2006; Kendrick, 2007) – debido a la heterogeneidad de problemas económicos y métodos computacionales que abarca. En nuestra opinión, resulta más útil desagregar esta disciplina en subdisciplinas estructuralmente más próximas. Aparte de las áreas ya mencionadas, desde el punto de vista metodológico se consideran dentro de la economía computacional la economía computacional basada en agentes o ACE (Tsfatsion y Judd, 2006; Tsfatsion, 2003), el desarrollo de herramientas de programación específicas para la economía (Kendrick y Amman, 1999) o las aplicaciones de la inteligencia artificial en economía y gestión, entre otras muchas (Chen *et al.*, 2006); desde el punto de vista de la aplicación a áreas económicas concretas, se incluyen, por ejemplo, las finanzas computacionales y el modelado computacional de sistemas macroeconómicos dinámicos (Amman *et al.*, 1996; Schmedders y Judd, 2014).

Consideramos especialmente relevante matizar las relaciones entre ACE y EA, ya que son conceptos cercanos y con frecuente solapamiento. Una de las definiciones más extendidas y aceptadas de ACE es la proporcionada por Leigh Tsfatsion: *el estudio computacional de procesos económicos modelados como sistemas dinámicos de agentes que interactúan* (Tsfatsion, 2006). Si bien esta definición encaja en general con la economía artificial, consideramos que los aspectos más característicos de la economía artificial están tanto en el enfoque de definición de modelos (basado en establecer vínculos directos con el sistema real de estudio, ya sea a través de agentes o no) como en el objetivo del modelo centrado en mejorar la comprensión del sistema bajo estudio y el método de obtención de conclusiones o hipótesis finales relativas al sistema real, que detallaremos posteriormente. Así, atendiendo al objetivo y la metodología de modelado, es posible encontrar modelos basados en agentes utilizados para entender procesos socioeconómicos – y que por tanto encajarían bajo ambas definiciones –, modelos con el mismo objetivo pero que no utilizan agentes – que estarían solamente bajo la clasificación de la EA –, o modelos basados en agentes utilizados exclusivamente como herramientas de predicción, los cuales sí pertenecerían al dominio de ACE pero no encajarían en el ámbito del presente trabajo (véase Figura 1).

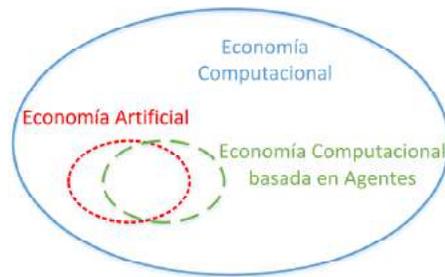


Figura 1. Diagrama de Euler de algunas subdisciplinas de la economía computacional.

Comprensión

Nuestra definición de economía artificial contiene dos elementos que requieren un mayor desarrollo: el objetivo de *mejorar nuestra comprensión* y el método basado en la *simulación computacional*. Entendemos que “*mejorar nuestra comprensión*” es descubrir relaciones causales entre variables observables del sistema real objetivo. El camino para conseguir este propósito en EA, al igual que en ET, es la construcción de modelos, puesto que los modelos son: i) la herramienta con que contamos para expresar relaciones entre variables, y ii) un instrumento para descubrir o guiarnos en el descubrimiento de nuevas relaciones.

Un modelo es una abstracción de un sistema real que se centra en algunas de las características o variables del mismo, generalmente eliminando de forma intencionada otras características para reducir la complejidad, esperando que las características eliminadas no sean relevantes para el proceso estudiado. Los modelos desarrollados en EA (al igual que en ET) son modelos formales, es decir, modelos expresados en un marco o sistema formal que permite extraer nuevas relaciones entre variables a partir de unas relaciones de partida o hipótesis⁴. En el caso de la EA, estos modelos son implementados en un ordenador para estudiar su comportamiento⁵.

Así pues, en EA se construyen modelos formales de determinados aspectos de un proceso socioeconómico real con el objetivo de comprender mejor el proceso.

El salto de un sistema real a un modelo formal suscita la siguiente pregunta: ¿en qué sentido una mejor comprensión del modelo formal puede conducir a una mejor comprensión del modelo real? Esta no es una cuestión particular de la EA, sino compartida con la ET, y –de hecho– una cuestión clave en filosofía de la ciencia (Rosen, 2012).

En algunos campos de la ciencia, como en la física, el paralelismo existente entre las conclusiones obtenidas mediante un análisis formal de un modelo y, una vez interpretadas estas conclusiones, el comportamiento del sistema real que sirvió de base al modelo, es a

⁴ Asumiendo que se dota a los símbolos del lenguaje formal de una interpretación como variables, los sistemas formales de interés son herramientas específicamente diseñadas para obtener de forma válida unas relaciones a partir de otras (Mendelson, 1997).

⁵ Un modelo computacional es un caso particular de sistema formal.

menudo tan preciso que puede resultar ciertamente sorprendente, e incluso conducir a la idea de que “las matemáticas son el lenguaje con el que Dios ha escrito el universo” (atribuida a Galileo). En muchos aspectos del mundo físico, este método ha demostrado empíricamente su validez por encima de cualquier alternativa. Sin embargo, en el caso de los procesos socioeconómicos, el paralelismo entre los modelos formales y el mundo real no resulta en general tan preciso. Así por ejemplo, a finales del siglo XX no resultaba extraño encontrar entre matemáticos de prestigio la opinión abierta de que “la mayoría de la economía matemática es irrelevante matemáticamente e inútil económicamente” (Putnam, 1975, sección de debate).

Entrando en más detalle, el objetivo que perseguimos con un modelo formal es llegar a una inferencia del tipo:

“Las hipótesis del modelo tienen como consecuencia lógica: [proposiciones derivadas del modelo]”.

En un modelo formal, o sistema formal interpretado, las hipótesis del modelo son axiomas y reglas de inferencia. Los axiomas son proposiciones –sentencias con una propiedad asociada: la de ser ciertas o falsas en el sistema– que se postulan como ciertas. Las reglas de inferencia permiten generar nuevas proposiciones a partir de otras, de forma que si las proposiciones de partida son ciertas, las proposiciones obtenidas se consideran ciertas.

Un ejemplo particularmente relevante de regla de inferencia es la conocida como *modus ponens*. *Modus ponens* parte de una proposición p , llamada antecedente, y de otra proposición llamada implicación material $p \rightarrow q$ (en palabras, “Si p es cierto, entonces q es cierto” o “ p implica q ”). A partir de ambas proposiciones p y $p \rightarrow q$, *modus ponens* genera la proposición q , llamada consecuente.

A partir de los axiomas, podemos derivar secuencialmente nuevas proposiciones ciertas (teoremas) aplicando las reglas de inferencia sobre los axiomas y sobre teoremas ya derivados. Este procedimiento deductivo nos permite encontrar *consecuencias lógicas* de las hipótesis del modelo. El procedimiento de aplicación sucesiva de las reglas de inferencia a los axiomas y a los teoremas previamente derivados se lleva a cabo normalmente (aunque no necesariamente) por una persona en el caso de la ET, y por un ordenador en el caso de la EA. En cualquier caso, el resultado es conceptualmente el mismo: una proposición que constituye una consecuencia lógica del modelo, y que podemos considerar como una relación de implicación inferida en el modelo.

Podemos utilizar un ejemplo práctico para centrar estas ideas. Consideremos la siguiente versión del modelo de segregación espacial de Schelling-Sakoda (Sakoda, 1971; Schelling, 1971)⁶, al que nos referiremos por M (de modelo). De forma simplificada, las hipótesis de M son (véase Figura 2):

- Se parte de una cuadrícula de 20x20 celdas y de 266 agentes: 133 rojos y 133 verdes.

⁶ Este modelo puede verse y descargarse de Izquierdo *et al.* (2009, appendix B).

- Inicialmente los agentes se distribuyen aleatoriamente por celdas distintas de la cuadrícula.
- Cada uno de los agentes pueden estar en uno de dos estados posibles: satisfecho o insatisfecho.
- Un agente está satisfecho si al menos el 40% de sus vecinos (los agentes que habitan en una de las 8 celdas adyacentes a la suya propia) son de su mismo color. En caso contrario, el agente está insatisfecho.
- En cada iteración del modelo, un agente insatisfecho elegido al azar se traslada aleatoriamente a alguna de las celdas libres de la cuadrícula. Si no hay agentes insatisfechos, el proceso se da por finalizado.

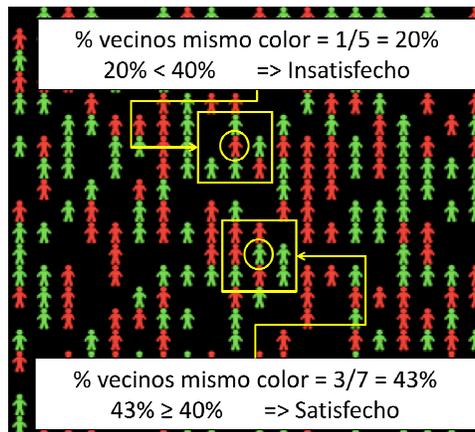


Figura 2. Ilustración de la cuadrícula del modelo de Schelling-Sakoda.

Aplicando el análisis de cadenas de Markov, se puede probar que cualquier realización del proceso estocástico definido por \mathbf{M} finaliza necesariamente en uno de los posibles estados absorbentes en los que todos los agentes se encuentran satisfechos (Izquierdo *et al.*, 2009). La disposición espacial resultante en estos estados finales presenta típicamente un alto grado de agrupamiento entre agentes del mismo color y de segregación entre agentes de distinto color (véase Figura 3).

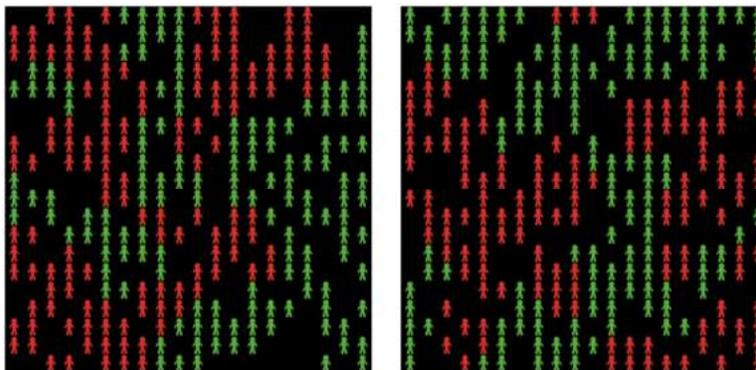


Figura 3. Ilustración de dos estados finales representativos del modelo de Schelling-Sakoda.

Para cuantificar el grado de segregación podemos definir el índice de segregación como el porcentaje medio de vecinos del mismo color que el propio. El índice de segregación final del modelo estocástico de Schelling-Sakoda (el obtenido cuando el proceso alcanza un estado absorbente) presenta una determinada distribución de probabilidad, que denominaremos X . Esta distribución X podría –al menos en teoría– ser calculada analíticamente, y puede aproximarse tanto como se desee utilizando la simulación computacional (véase Figura 4).

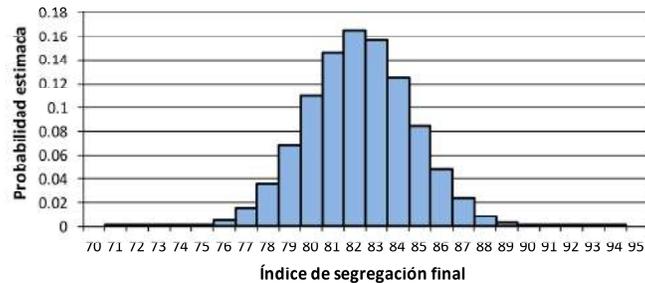


Figura 4. Estimación de la distribución de probabilidad del índice de segregación final, calculada corriendo el modelo 10^6 veces. Todos los errores estándar son inferiores a 10^{-3} .

En consecuencia, como se indicó anteriormente, se puede establecer una implicación de la forma *Antecedente* \rightarrow *Consecuente*, donde el *Antecedente* son las hipótesis de \mathbf{M} y donde el *Consecuente* es “la distribución de probabilidad del índice de segregación final es X ”.

Frente a la implicación obtenida *en el modelo formal*, nuestro objetivo es encontrar relaciones de causalidad (*Causa* \Rightarrow *Efecto*) *en el mundo real* dentro de un contexto específico (Edmonds, 2011). Una de las relaciones de causalidad que el modelo de Schelling-Sakoda sugiere podría ser formulada como “Preferencias segregacionistas individuales leves \Rightarrow Patrones agregados de segregación fuertes”.

¿Cómo podemos extraer causalidad a partir de una implicación derivada (obtenida) en el modelo? La clave para establecer una correspondencia entre una relación de causalidad en un sistema real y una proposición de implicación derivada en un sistema formal es forjar un vínculo entre las siguientes entidades:

- Los *antecedentes* del sistema formal con las *causas* en el sistema real. Es decir, se busca establecer una correspondencia entre a) las proposiciones o axiomas de partida utilizadas en el modelo formal y b) determinadas variables o relaciones entre variables observables en el sistema real.
- Los *consecuentes* en el modelo formal con los *efectos* en el sistema real. Se busca establecer una correspondencia entre a) las proposiciones o teoremas derivados en el sistema formal y b) el comportamiento de determinadas variables observables en el sistema real.
- El proceso de inferencia u obtención de *implicaciones* en el modelo formal con la *causalidad* en el sistema real.

La interpretación de los símbolos y las proposiciones del sistema formal constituye entonces un elemento clave para la correspondencia entre éste y el sistema real. Esta correspondencia a menudo se hace explícita (o se impone) dando a los símbolos del sistema formal el mismo nombre que el de las variables del sistema real con las que se busca establecer una correspondencia. Un ejemplo sería un modelo formal que se presenta diciendo que contiene agentes que *van al trabajo*, obtienen *dinero* y pagan *impuestos*.

Cuanto más sólida sea la relación entre las entidades de los sistemas formal y real, más confianza podremos depositar en las conclusiones obtenidas en todo este proceso de modelado. Desafortunadamente, no parece haber un procedimiento claramente especificado para derivar implicaciones formales que capturen o se traduzcan en relaciones de causalidad de interés en un sistema real. A menudo esta habilidad, que tiene un cierto componente de arte y creatividad, se adquiere de forma implícita durante la formación científica, en vez de constituir una rama explícita de estudio (Edmonds, 2007). No obstante, sí que es posible considerar una serie de criterios que nos pueden ayudar a valorar la utilidad de implicaciones formales (*Antecedente* \rightarrow *Consecuente*) y de relaciones de causalidad (*Causa* \Rightarrow *Efecto*).

- Los *Antecedentes* deben ser generales. Cuanto menos restrictivos sean los axiomas de partida, mayor será su potencial de aplicación.
- La *Implicación Formal* (\rightarrow) debe ser válida, es decir, debería ser imposible encontrar un caso en que se cumple el antecedente y no se cumple el consecuente.
- Los *Consecuentes* deben ser específicos; es decir, deben corresponder a condiciones lo más restrictivas posibles dentro del sistema formal.
- Las *Causas* identificadas deben tener un alcance amplio, en el sentido de que existan muchas situaciones en el mundo real en las que uno pueda establecer la presencia de las causas con confianza.
- Los *Efectos* deben ser concretos y precisos.
- La relación causal debe ser falsable experimentalmente, y no haber sido falsada en observaciones previas.
- La relación causal debe ser esclarecedora o significativa, en el sentido de ser relevante y no ser obvia, o –mejor aún– resultar contraintuitiva.

Hay dos cuestiones importantes que conviene resaltar en este punto. La primera es que los criterios de utilidad hacen referencia a la implicación formal y a la relación de causalidad inferida sobre el sistema real, pero no al propio modelo. Los modelos son medios, no fines en sí mismos; son herramientas que nos permiten derivar implicaciones que esperamos que se correspondan con relaciones de causalidad en el mundo real. La segunda cuestión a resaltar es que el único punto de todo el proceso de modelado en el que la ET y la EA difieren es en el procedimiento utilizado para inferir las implicaciones lógicas de los antecedentes. La generación de implicaciones es deductiva en el primer caso, y deductiva-inductiva en el segundo. Desarrollaremos con más detalle esta diferencia en la siguiente sección.

Inferencia basada en la simulación computacional

Llegados a este punto, podemos establecer con mayor claridad lo que a nuestro entender son las dos características que diferencian la economía artificial de la economía teórica: el enfoque de modelado y el método de inferencia.

La Figura 5 trata de representar visualmente estas diferencias. Consideramos que un modelo directo de un proceso real es un modelo formal que se genera tratando de establecer un vínculo o paralelismo lo más directo posible entre las entidades observadas en el proceso real y las variables e hipótesis del sistema formal. Este concepto no deja de tener un cierto carácter subjetivo y gradual, pero nos resultará útil para la discusión posterior.

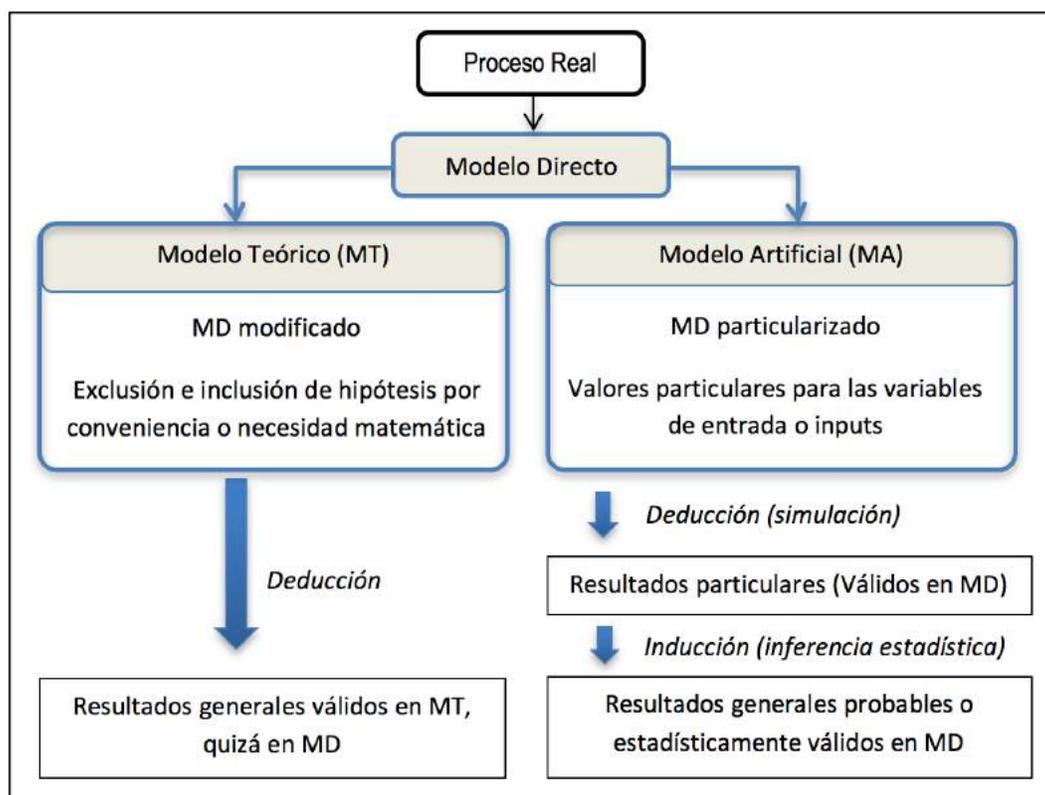


Figura 5. Diferencias metodológicas entre la economía teórica y la economía artificial.

En general, los modelos de economía teórica se pueden considerar modificaciones de un modelo directo realizadas por conveniencia o necesidad matemática (en nuestro marco el modelo directo –normalmente no explícito– se acercaría a un modelo final de acuerdo a la metodología propuesta por Cioffi-Revilla (2010)). Algunos ejemplos de este tipo de simplificaciones que se han venido realizando tradicionalmente en ET son: redes de interacción global (cualquier agente puede interaccionar con cualquier otro agente), información perfecta, y conocimiento común de racionalidad. Las modificaciones impuestas en ET pueden verse reducidas o incluso eliminadas en la medida en que las técnicas matemáticas progresan, o en la medida en que el investigador sea capaz de llevar a cabo el análisis deductivo del modelo

directo, o de determinados aspectos del mismo. En los últimos años se han producido numerosos avances teóricos que permiten analizar matemáticamente modelos que no eliminan el carácter local de las interacciones (y consideran diferentes tipos de redes de interacción), o que no imponen la existencia de información perfecta o conocimiento común de racionalidad. Estos avances se encuadran de forma natural en este marco de acercamiento del modelo teórico hacia un modelo más directo, con una correspondencia más clara con el proceso de estudio real.

Frente a este enfoque de alteración del modelo directo, la EA trata de estudiar modelos directos sin alterarlos. Si las características de un modelo directo hacen que éste no se pueda abordar mediante un análisis matemático-deductivo, o si las técnicas que permitirían realizar ese análisis aún no se han desarrollado, el análisis computacional constituye una alternativa a considerar.

El análisis computacional en economía artificial consta de dos fases: la simulación y la inferencia estadística.

La simulación es el resultado de aplicar en el modelo directo⁷ las reglas de deducción, utilizando valores particulares para las variables que se consideran entradas o antecedentes. En este sentido, los resultados de una simulación pueden considerarse teoremas del modelo artificial (Richiardi, 2012; Axtell, 2000; Leombruni y Richiardi, 2005; Richiardi *et al.*, 2006; Epstein, 2006b; Epstein, 2006a), es decir, teoremas del modelo directo cuando este incluye además como axiomas valores particulares para algunas variables. Es un enfoque paralelo al del análisis matemático-deductivo, pero si en ese caso se incluían en el modelo directo hipótesis generales para facilitar el tratamiento deductivo general (y quizá también se excluían), en este caso se incluyen hipótesis particulares (valores concretos de algunas variables) para posibilitar la deducción computacional de casos particulares.

La segunda fase utilizada en economía artificial para la búsqueda de relaciones de implicación es la inferencia estadística, es decir, un proceso por el cual, a partir de determinadas propiedades de una muestra aleatoria extraída de una población, se obtienen determinadas conclusiones sobre la población⁸. Esta fase corresponde a un proceso de inducción entendido en sentido amplio (véase Czerwiński, 1958 para una discusión más detallada), un proceso de búsqueda de relaciones generales a partir de simulaciones particulares. Excluyendo el caso –normalmente anecdótico– en el que las simulaciones permiten explorar toda la población de valores, el proceso de inducción no genera relaciones *necesariamente* válidas, pero sí *probablemente* válidas, con unos niveles de confianza que

⁷ En ocasiones resulta imposible implementar el modelo directo en un ordenador, por lo que puede ser que la implementación computacional constituya tan sólo una aproximación al modelo directo. Esta situación se daría, por ejemplo, si el modelo directo hace uso de aritmética real. La aritmética real se aproxima en modelos computacionales mediante el uso de aritmética de punto flotante, lo cual puede dar lugar a efectos indeseados (Galán *et al.*, 2009; Polhill *et al.*, 2006; Izquierdo y Polhill, 2006).

⁸ El proceso combinado de deducción mediante simulación computacional e inducción para la generalización de patrones a partir de los resultados de las simulaciones es a veces considerado como una tercera vía particular de hacer ciencia (Axelrod, 1997; Squazzoni, 2010).

pueden calcularse (una discusión más detallada de la relación entre la simulación computacional y el análisis matemático deductivo puede encontrarse en Izquierdo *et al.* (2013)).

¿Por qué utilizar la economía artificial?

Básicamente, la simulación computacional nos permite explorar las consecuencias lógicas de hipótesis que no se pueden abordar desde la perspectiva matemático-deductiva. El precio a pagar es una cierta pérdida de confianza en la validez de las conclusiones obtenidas.

De forma más concreta, la Tabla 1 ilustra algunas de las diferencias habituales entre la hipótesis utilizadas en economía teórica y en economía artificial. Estas diferencias son a veces tan notables que podrían considerarse los rasgos que definen la economía artificial o la economía computacional basada en agentes (Batten, 2000; Tesfatsion, 2002; Tesfatsion, 2006; Richiardi, 2012). Aquí nos centramos sin embargo en el enfoque metodológico porque parece evidente que la economía teórica avanza hacia el estudio del mismo tipo de hipótesis más realistas, si bien dentro del enfoque matemático deductivo general.

Restricciones habituales en economía teórica	Factores que pueden explorarse mediante simulación computacional (EA)
Agentes homogéneos representativos	Representación individual y explícita de los agentes (agent-based modelling)
Racionalidad (a veces también conocimiento común de racionalidad)	Adaptación individual (aprendizaje) o poblacional (evolución). Decisiones satisfactorias frente a óptimas
Información perfecta	Información local y asimétrica
Equilibrios estáticos	Dinámica del proceso
Aproximaciones deterministas y límites	Estocasticidad y parámetros finitos.
Aproximación “Top-down”	Construcción “Bottom-up”
Redes de interacción completas o formadas conforme a reglas fijas.	Redes de interacción concretas y arbitrarias,
Eliminación del efecto del espacio físico	Representación explícita del espacio físico
Poblaciones infinitas	Poblaciones finitas
Continuidad. Preferencia por las soluciones únicas	Discontinuidades. Efectos de dependencia histórica y condiciones iniciales.

Tabla 1. Restricciones habituales en economía teórica (ET) frente a factores que pueden explorarse mediante simulación computacional (EA).

Distintos autores han resaltado el papel de la aproximación computacional en sus vertientes tanto de complemento como de alternativa al enfoque teórico (Axtell, 2000; Richiardi, 2012; Gotts *et al.*, 2003). Por un lado, puede argumentarse que la validez de unas conclusiones debería contrastarse en el proceso real que sirvió de base al modelo. La economía teórica cuenta con la ventaja de la necesidad lógica de sus conclusiones mientras no se abandone el plano formal, pero normalmente de poco servirán las conclusiones formales si

de partida no hay una buena correspondencia con el proceso real. En palabras de Keynes (Keynes, 1936, traducción propia) :

Una parte excesiva de la economía "matemática" reciente son simplemente historias inventadas, tan imprecisas como las hipótesis iniciales en las que descansan, que permiten al autor perder de vista las complejidades e interdependencias del mundo real desde un laberinto de símbolos pretenciosos e inútiles.

La economía artificial permite abordar modelos más realistas, pero sus conclusiones en el plano formal son solo probables, no necesarias. En ambos casos, los resultados obtenidos pueden considerarse conjeturas educadas sobre el proceso real que sirvió de base de modelado. A priori, nada parece indicar que uno de los métodos deba funcionar mejor que el otro.

Con independencia de su posible utilidad como metodología independiente para abordar el estudio de modelos inabordables desde el análisis teórico, una de las aplicaciones más interesantes de la economía artificial está precisamente en permitir el avance, la mejora y un mejor entendimiento de los modelos teóricos. A menudo, el enfoque teórico solo es capaz de caracterizar determinados aspectos muy restrictivos de un modelo (por ejemplo, los equilibrios estáticos del mismo, frente a la dinámica evolutiva). Los modelos artificiales permiten explorar aspectos que sólo se pueden caracterizar parcialmente desde el punto de vista deductivo, así como realizar un análisis de robustez y generar conjeturas que constituyen retos para el avance del tratamiento teórico.

La Figura 5 permite situar estas relaciones y utilidades, que elaboramos a continuación. Por un lado, la comparación entre los resultados generales del modelo teórico y los particulares del modelo artificial permite realizar un análisis de robustez. Una concordancia de resultados indica que el modelo teórico es robusto a relajaciones en las hipótesis que se introdujeron por conveniencia matemática. Por el contrario, si los resultados particulares no concuerdan con los generales teóricos, alguna de las hipótesis introducidas por conveniencia en el modelo teórico resulta tener implicaciones clave en los resultados del mismo.

Por otro lado, la obtención de resultados de apariencia general a partir del modelo artificial permite generar conjeturas que guíen los avances en los modelos teóricos. En general, resulta mucho más fructífero y sencillo tratar de probar una conjetura que se sospecha cierta, que partir del desconocimiento de qué es lo que se pretende probar.

Un modelo artificial puede incluso constituir una justificación del interés y posibles aplicaciones de un modelo teórico. Por ejemplo, las famosas simulaciones computacionales llevadas a cabo por Robert Axelrod (Axelrod, 1984) sobre la evolución de la cooperación generaron resultados que podrían considerarse poco sorprendentes e incluso en gran medida previsibles por los expertos en Teoría de Juegos (véase la excelente discusión de Binmore,

1998 al respecto). Sin embargo, al presentar un proceso físico real⁹ para el que la Teoría de Juegos evolutiva ofrece resultados altamente relevantes (pese a que esta teoría a menudo parte de hipótesis tan alejadas del mundo físico como la existencia de poblaciones infinitas), Robert Axelrod, intencionalmente o no, ha jugado un papel fundamental en extender la apreciación y el interés por la Teoría de Juegos.

¿Cómo practicar la *economía artificial*?

En esta sección proporcionamos tres indicaciones que consideramos útiles para el objetivo de *mejorar nuestra comprensión de un sistema o proceso socioeconómico*.

1. *Partir de los hombros de los gigantes que nos preceden*. A menudo, las hipótesis de la ET no son tan restrictivas como quizá se presupone, y sus métodos y resultados –desarrollados y acumulados durante muchos años por muchas mentes brillantes– pueden ser de aplicación al problema concreto bajo estudio. Por ello, consideramos muy útil conocer las aportaciones de la ET y, en cualquier caso, evitar realizar críticas *infundadas* a esta disciplina, ya que criticar a alguien por algo que no hace es bastante inútil. En particular, a continuación indicamos algunos ejemplos de críticas infundadas pero escuchadas con cierta frecuencia y con las que los investigadores en EA deberíamos ser cuidadosos (Binmore, 2011):

- *La hipótesis del agente económico egoísta*. La economía neoclásica no asume que los individuos formen sus preferencias sin considerar el efecto de sus decisiones sobre otros. Muy al contrario, las preferencias consideradas en el enfoque neoclásico dominante pueden provenir perfectamente de motivaciones altruistas y principios morales o sociales (Colman, 1995, p. 301; Vega-Redondo, 2003, p. 7; Gintis, 2014, p. 7; Binmore, 2011, p. 8).
- *La maximización de utilidad como causa del comportamiento*. La economía neoclásica no asume la existencia de ninguna función de utilidad en la mente de los individuos. La base de partida de la economía neoclásica (materializada en la teoría de la preferencia revelada) es el comportamiento observado, las decisiones tomadas por los individuos. Si estas decisiones son estables y coherentes, pueden *resumirse* en unas preferencias completas y transitivas¹⁰, y estas preferencias se pueden representar mediante una función de utilidad. Así pues, una función de utilidad es simplemente una forma matemáticamente conveniente de representar elecciones estables y coherentes. Por ello, no es cierto que un agente elige A frente a B *porque* la utilidad que le reporta A es mayor de la utilidad que le reporta B. La lógica va en el sentido contrario: Decimos que el agente prefiere A a B –y consecuentemente asignamos una utilidad mayor a A que a B– *porque* el agente ha elegido A frente a B (Binmore 2011, p. 19).

⁹ Un proceso computacional también pertenece al mundo físico.

¹⁰ En realidad, asumir lo contrario respecto a las preferencias, es decir, asumir que las preferencias son intransitivas, hace que éstas resulten difíciles de justificar, al menos desde un punto de vista de supervivencia económica o evolutiva (Binmore 2011, 13-4).

- *La creencia de que ser racional implica ser capaz de optimizar complejas funciones de utilidad.* En condiciones de certeza, un agente es considerado racional en economía neoclásica si sus decisiones son estables y coherentes (es decir, si se comporta *como si* tuviera un conjunto de preferencias completo y transitivo). Sus decisiones coincidirían entonces con las de “otro” agente hipotético que maximizara una cierta función de utilidad, sin que esto suponga asumir ninguna capacidad de cálculo de funciones de utilidad ni de optimización en el agente original.
- *La creencia de que ningún concepto proveniente de la ET puede ser útil en EA.* Muchos de los conceptos desarrollados dentro de la ET (como el equilibrio de Nash) tienen utilidad en modelos evolutivos o de aprendizaje que no utilizan las hipótesis simplificadoras que se utilizaron originalmente para desarrollar esos conceptos.

2. *Buscar un equilibrio entre realismo y trazabilidad desde las hipótesis a los efectos.* Recordemos que entendemos los modelos formales como herramientas para derivar implicaciones que puedan corresponder a mecanismos causales en el mundo real. El enfoque computacional permite explorar hipótesis más allá de los límites impuestos por las herramientas teóricas, pero un modelo que no permita trazar o aislar qué hipótesis son responsables de los efectos encontrados y cómo afectan los cambios en dichas hipótesis, difícilmente podrá traducirse en relaciones de causalidad interesantes y contrastables en el mundo real.

Por ello, consideramos que es improbable que modelos excesivamente complejos sean útiles para inferir implicaciones formales que capten de manera adecuada relaciones causales en el mundo real. En una sección anterior hemos resumido varios criterios que nos permiten valorar la utilidad de implicaciones formales y relaciones causales, y que, por tanto, pueden ser útiles a la hora de barajar si incluir mayor o menor complejidad en un modelo.

3. *Combinar la simulación computacional con el análisis matemático.* Las dos técnicas constituyen herramientas muy útiles para explorar modelos formales. A menudo, pueden proporcionar información complementaria sobre distintos aspectos de un mismo modelo, y existen claras sinergias en su utilización combinada (Izquierdo *et al.*, 2013). A continuación indicamos algunas de las teorías matemáticas que a menudo resultan útiles para el análisis de modelos computacionales (Izquierdo *et al.*, 2009; Izquierdo e Izquierdo, 2013):

- *Cadenas de Markov*, para el análisis de procesos estocásticos en tiempo discreto (Kulkarni, 2009).
- *Teoría de redes*, para el análisis de interacciones con carácter local o basadas en las conexiones de los individuos (Jackson, 2010; Newman, 2010).
- *Teoría de juegos evolutiva y aprendizaje*, para investigar procesos que incluyen adaptación a nivel individual (aprendizaje) o poblacional (evolución), y su relación con la optimización y la racionalidad (Sandholm, 2010; Vega-Redondo, 2003; Weibull, 1995).

- *Aproximación estocástica*, para analizar e interpretar regularidades en procesos estocásticos dinámicos (Kushner y Yin, 1997; Sandholm, 2010).

Conclusiones

En este artículo hemos presentado una valoración crítica de las características, el potencial y los riesgos relativos al uso de la metodología de estudio de procesos socioeconómicos conocida como *economía artificial*. Desde nuestro análisis, la *economía teórica* y la *economía artificial* comparten los mismos objetivos, presentan menos diferencias metodológicas de las que puede parecer a primera vista, y sus aproximaciones son sin duda complementarias.

Agradecimientos

Los autores queremos agradecer a Nick Gotts, Bruce Edmonds, Francisco Fatás-Villafranca, Fernando Vega-Redondo, Koen Frenken, Isabel Almudí, Gary Polhill, Frederic Amblard y Cesáreo Hernández por sus valiosos comentarios y discusiones. También queremos agradecer el apoyo recibido del Ministerio de Ciencia e Innovación del Reino de España a través del proyecto CSD2010-00034 (SIMULPAST).

Bibliografía

- Amblard, F. (2010) "Construire des sociétés artificielles pour comprendre les phénomènes sociaux réels," *Nouvelles perspectives en sciences sociales: Revue internationale de systémique complexe et d'études relationnelles*, 5(2), 69–77.
- Amman, H. M., Kendrick, D. A. and Rust, J. (1996) *Handbook of Computational Economics*, Vol. 1. Amsterdam: Elsevier.
- Axelrod, R. (1984) *The Evolution of Cooperation*, New York: Basic Books.
- Axelrod, R. (1997) "Advancing the Art of Simulation in the Social Sciences," in R. Conte, R. Hegselmann and P. Terna (eds.), *Simulating Social Phenomena*. Springer, pp. 21–40.
- Axtell, R. (2000) "Why agents?: On the varied motivations for agent computing in the social sciences," *Proceedings of the Workshop on Agent Simulation: Applications, Models and Tools*: 3-24. Argonne National Laboratory, IL.
- Batten, D. F. (2000) *Discovering Artificial Economics: How Agents Learn and Economies Evolve*. Boulder, Colorado: Westview Press.
- Binmore, K. (1998) "Robert Axelrod - The Complexity of Cooperation (Book review)", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 1(1). Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/1/1/review1.html>
- Binmore, K. (2011) *Rational Decisions*. Princeton University Press.
- Chen, S.-H., Jain, L. and Tai, C.-C. (2006) *Computational Economics: A Perspective from Computational Intelligence*. Idea Group Publishing.

- Cioffi-Revilla, C. (2010) "A methodology for complex social simulations", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 13(1), 7. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/13/1/7.html>
- Colman, A. M. (1995) *Game Theory and its Applications: In the Social and Biological Sciences*, 2nd edition. Routledge.
- Czerwiński, Z. (1958) "On the relation of statistical inference to traditional induction and deduction", *Studia Logica*, 7(1), 243–264.
- Edmonds, B. (2007) "The practical modelling of context-dependent causal processes – A recasting of Robert Rosen's thought", *Chemistry & Biodiversity*, 4(10), 2386–2395.
- Edmonds, B. (2011) "Context in social simulation: why it can't be wished away", *Computational and Mathematical Organization Theory*, 18(1), 5–21.
- Epstein, J.M. (2006) "Remarks on the Foundations of Agent-Based Generative Social Science," in L. Tesfatsion and K.L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics, Vol. 2*, pp. 1585–1604.
- Epstein, J.M. (2006) *Generative Social Science: Studies in Agent-Based Computational Modeling*, STU - Stud. Princeton University Press.
- Galán, J.M., Izquierdo, L.R., Izquierdo, S.S., Santos, J.I., Olmo, R. del, López-Paredes, A. and Edmonds, B. (2009) "Errors and Artefacts in Agent-Based Modelling", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 12(1), 1. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/12/1/1.html>
- Gintis, H. (2014) *The Bounds of Reason: Game Theory and the Unification of the Behavioral Sciences* Revised edition. Princeton University Press.
- Gotts, N.M., Polhill, J.G. and Law, A.N. R. (2003). "Agent-Based Simulation in the Study of Social Dilemmas", *Artificial Intelligence Review*, 19(1), 3–92.
- Hassan, S., Arroyo, J., Galán, J.M., Antunes, L. and Pavón, J. (2013) "Asking the Oracle: Introducing Forecasting Principles into Agent-Based Modelling", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 16(3), 13. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/16/3/13.html>
- Izquierdo, L.R., Izquierdo, S.S., Galán, J.M. and Santos, J.I. (2009) "Techniques to Understand Computer Simulations: Markov Chain Analysis", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 12(1), 6. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/12/1/6.html>
- Izquierdo, L.R., Izquierdo, S.S., Galán, J.M. and Santos, J.I. (2013) "Combining Mathematical and Simulation Approaches to Understand the Dynamics of Computer Models," in B. Edmonds and R. Meyer (eds.), *Simulating Social Complexity*. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 235–271.
- Izquierdo, S.S. and Izquierdo, L.R. (2013) "Stochastic Approximation to Understand Simple Simulation Models", *Journal of Statistical Physics*, 151(1-2), 254–276.
- Izquierdo, L.R. and Polhill, J.G. (2006) "Is Your Model Susceptible to Floating-Point Errors?", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 9(4), 4. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/9/4/4.html>
- Jackson, M.O. (2010) *Social and Economic Networks*. Princeton University Press.
- Kendrick, D.A. and Amman, H.M. (1999) "Programming Languages in Economics", *Computational Economics*, 14(1/2), 151–181.
- Keynes, J.M. (1936) *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan.
- Kulkarni, V.G. (2009) *Modeling and Analysis of Stochastic Systems*, 2nd edition. Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science.

- Kushner, H.J. and Yin, G.G. (1997) *Stochastic Approximation Algorithms and Applications*. New York, NY: Springer.
- Leombruni, R. and Richiardi, M. (2005) "Why are economists sceptical about agent-based simulations?", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 355(1), 103–109.
- Mendelson, E. (1997) *Introduction to Mathematical Logic*, 4th edition. CRC Press.
- Newman, M. (2010) *Networks. An Introduction*. Oxford University Press.
- Polhill, J.G., Izquierdo, L.R. and Gotts, N.M. (2006) "What every agent-based modeller should know about floating point arithmetic", *Environmental Modelling & Software*, 21(3), 283–309.
- Putnam, H. (1975) "What is mathematical truth?", *Historia Mathematica*, 2(4), 529–533.
- Richiardi, M. G. (2012) "Agent-based computational economics: a short introduction", *The Knowledge Engineering Review*, 27(02), 137–149.
- Richiardi, M., Leombruni, R., Saam, N. and Sonnessa, M. (2006) "A Common Protocol for Agent-Based Social Simulation", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 9(1), 15. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/9/1/15.html>
- Rosen, R. (2012) *Anticipatory Systems: Philosophical, Mathematical, and Methodological Foundations*, 2nd edition. New York, NY: Springer.
- Sakoda, J.M. (1971) "The checkerboard model of social interaction," *The Journal of Mathematical Sociology*, 1(1), 119–132.
- Sandholm, W.H. (2010) *Population Games and Evolutionary Dynamics*. The MIT Press.
- Schelling, T.C. (1971) "Dynamic models of segregation", *The Journal of Mathematical Sociology*, 1(2), 143–186.
- Schmedders, K. and Judd, K.L. (2014) *Handbook of Computational Economics*, Vol. 3. Amsterdam: North Holland.
- Squazzoni, F. (2010) "The impact of agent-based models in the social sciences after 15 years of incursions", *History of Economic Ideas*, 18(2), 197–233.
- Tesfatsion, L. (2002) "Agent-based computational economics: growing economies from the bottom up", *Artificial Life*, 8(1), 55–82.
- Tesfatsion, L. (2003) "Agent-based computational economics: modeling economies as complex adaptive systems", *Information Sciences*, 149(4), 262–268.
- Tesfatsion, L. (2006) "Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory", in L. Tesfatsion and K.L. Judd (eds.), *Handbook of Computational Economics*, Vol. 2, pp. 831–880.
- Tesfatsion, L. and Judd, K.L. (2006) *Handbook of Computational Economics*, Vol. 2: Agent-Based Computational Economics. Amsterdam: Elsevier.
- Troitzsch, K.G. (2009) "Not All Explanations Predict Satisfactorily, and Not All Good Predictions Explain", *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 12(1), 10. Retrieved from <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/12/1/10.html>
- Vega-Redondo, F. (2003) *Economics and the Theory of Games*. Cambridge University Press.
- Weibull, J.W. (1995) *Evolutionary Game Theory*. The MIT Press.



Análisis exploratorio de estructuras temporales desde la óptica de tablas múltiples. Una aplicación

LANDALUCE CALVO, M. ISABEL
Departamento de Economía Aplicada
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Burgos (España)
Correo electrónico: iland@ubu.es

RESUMEN

En este trabajo se presenta un enfoque alternativo a los gráficos habituales de series temporales para su análisis comparativo exploratorio. Al disponer de varias series temporales medidas en diversos contextos, sugerimos su estructura en tablas múltiples para estudiar de forma adecuada sus similitudes y diferencias. El Análisis Factorial Múltiple (AFM) es la técnica seleccionada como la más idónea para alcanzar los objetivos planteados, a través de sus medidas numéricas y gráficas. Este enfoque del AFM supone una novedad, ya que en otros estudios el tiempo ha sido utilizado como criterio de estructuración de los grupos y no como unidad estadística como se plantea en este artículo. Una aplicación empírica a partir de datos mensuales, de los últimos 10 años, relativos a tres indicadores estrechamente relacionados con el turismo, desde el punto de vista de la demanda, y medidos en siete territorios nacionales, permite evidenciar la versatilidad y potencialidad de la propuesta.

Palabras claves: series temporales; análisis factorial; tablas múltiples.

Clasificación JEL: C38.

MSC2010: 62–07.

Exploratory Analysis of Temporal Structures from the Multiple Tables Optic. An Application

ABSTRACT

In this work we present an alternative approach to the usual graphics of time series for its comparative exploratory analysis. By having several time series measures in various contexts, we suggest its structure in multiple tables to study adequately their similarities and differences. The Multiple Factorial Analysis (MFA) is the technique that is selected as the most suitable for achieving the stated objectives, through their numerical measures and graphs. This approach of AFM is a novelty, since in other studies the time has been used as a criterion for structuring groups and not as statistical unit as discussed in this article. An empirical application from monthly data, of the last 10 years, relating to three indicators closely related to tourism, from the point of view of demand, and measured in seven national territories, makes evident the versatility and potential of the proposal.

Keywords: time series; factorial analysis; multiple tables.

JEL classification: C38.

MSC2010: 62-07.



1.- INTRODUCCIÓN. OBJETIVOS

La importancia del estudio de las series temporales deriva de la abundancia de este tipo de información en las ciencias, en general, y la economía, en particular. Así, en la literatura especializada se pueden encontrar muy diversos métodos diseñados para el análisis de fenómenos que permiten observar variaciones a lo largo del tiempo con fines explicativos y predictivos. El tratamiento directo de este tipo de información, dada su naturaleza dinámica, no está exento de dificultades. Si, además, el objetivo se amplía al estudio comparativo de varios fenómenos (indicadores) medidos en diferentes contextos (geográficos, por ejemplo) la complicación es aún mayor, al disponer de datos tridimensionales (véase Figura 1). Por ello, resulta conveniente proceder previamente a la descripción exhaustiva de todas las posibles regularidades y de patrones subyacentes en este tipo de información.

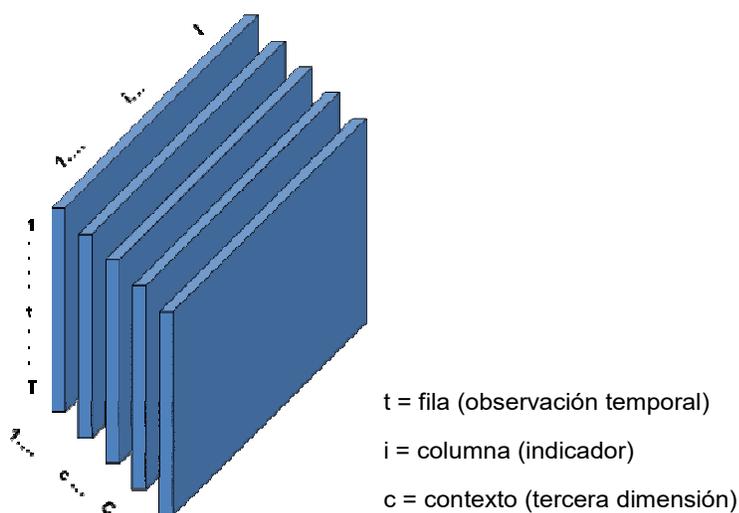


Figura 1: Estructura de la información. Tabla múltiple: conjunto de datos de tres dimensiones

La exploración es una etapa siempre previa y necesaria en el campo del análisis de datos, ya que proporciona un profundo conocimiento de la realidad estudiada. En ocasiones, en esta etapa previa se descubren regularidades que sirven de fundamento para la predicción del comportamiento de los fenómenos, incluso antes de que se entienda la razón o causa que justifique esas regularidades. En el caso concreto que nos ocupa, al tener las series estructuradas en diversas tablas, disponer de medidas de relación (semejanzas y diferencias) entre los diferentes conjuntos de datos, permitirá tomar decisiones sobre la información finalmente analizada y la aplicación de otras técnicas de análisis para posteriores objetivos con mayores garantías de éxito.

La propuesta desarrollada en este trabajo se focaliza en esta etapa de análisis descriptivo y comparativo de series temporales. Concretamente, en el uso de una técnica de análisis factorial exploratorio adaptada al tratamiento de datos susceptibles de ser agrupados en varios conjuntos de variables: Análisis Factorial Múltiple (AFM). La consideración de las tres dimensiones de los datos (fenómeno/s a analizar, observaciones temporales y diversos contextos) enriquece los objetivos de cualquier estudio.

La finalidad de esta investigación es poner de manifiesto la versatilidad de los planos factoriales del AFM para el análisis comparativo de un conjunto de series temporales. El análisis propuesto no pretende ser un sustituto del análisis visual tradicional, que siempre será útil en las investigaciones económicas, sino una herramienta complementaria. El AFM, además de ofrecer al investigador imágenes simplificadas en las que se pueden proyectar de forma conjunta unidades temporales, variables y contextos en los que se miden las anteriores, proporciona instrumentos numéricos que ayudan a cuantificar e interpretar las semejanzas y las diferencias entre las trayectorias temporales estudiadas. El investigador, a partir de estos resultados, puede, entre otras, tomar decisiones de seguir adelante con el total de la información de partida o eliminar alguno de los indicadores o incluso alguno de los contextos analizados, al presentar estructuras peculiares que merecen su estudio por separado.

La idoneidad de la propuesta de este artículo va a quedar justificada a través del análisis, con carácter meramente ilustrativo, de la siguiente información: tres indicadores estadísticos del ámbito del turismo (desde el punto de vista de la demanda), medidos en siete ámbitos geográficos a nivel nacional durante los últimos 10 años (enero 2006 – septiembre 2015). Se ha trabajado con datos mensuales correspondientes a un período lo suficientemente amplio como para reflejar diferentes fenómenos. Por un lado, hitos importantes en la evolución económica de nuestra economía (final de una larga etapa de crecimiento, depresión y recuperación incipiente) y, por otro lado, diferentes componentes de las series temporales (tendencia y componente estacional). Concretamente, los indicadores seleccionados son: Entradas de turistas según comunidad autónoma de destino principal (correspondiente a la Encuesta de Movimientos Turísticos en Fronteras, FRONTUR), Gasto medio diario de los turistas según destino principal y Estancia media de los turistas según destino principal (correspondientes a la Encuesta de Gasto Turístico, EGATUR). Además, las fuentes

secundarias consultadas proporcionan esta información desagregada para seis comunidades autónomas de forma individual y agregada para el resto de comunidades autónomas, lo que ha permitido la estructuración de la información en una tabla múltiple integrada por siete subtablas: Andalucía, Baleares, Canarias, Cataluña, Comunidad de Madrid, Comunidad Valenciana y resto de comunidades autónomas.

Este artículo está integrado por cinco secciones, además de esta primera que ha servido para situar la metodología propuesta en el preciso contexto. En la sección 2 se realiza una breve presentación de los principios del Análisis Factorial Múltiple. La idoneidad de esta técnica, dados los objetivos perseguidos, se evidencia en la sección 3, en la que se recogen los resultados de la aplicación empírica. Las conclusiones alcanzadas y las futuras líneas de investigación (sección 4), así como las referencias bibliográficas consultadas para su realización (sección 5) completan el trabajo.

2.- ANÁLISIS EXPLORATORIO DE ESTRUCTURAS TEMPORALES MÚLTIPLES. METODOLOGÍA

En el extenso campo de investigación del Análisis de Datos existen numerosas y diversas técnicas desarrolladas para el estudio exploratorio de tablas susceptibles de ser estructuradas en subtablas (también denominadas tablas múltiples, tablas de tres dimensiones, tablas de tres entradas...). Centrándonos en la Escuela Francesa de Análisis de Datos, se pueden mencionar métodos como STATIS, STATIS Dual, Doble Análisis de Componentes Principales (DACP), Análisis Factorial Múltiple (AFM), (Dazy y Le Barzic, 1996) o análisis simultáneo de tablas de contingencia (Goitisoló, 2001). La estructuración en subtablas puede estar asociada tanto a la dimensión de las columnas (indicadores) como a la dimensión de las filas (observaciones). Las investigaciones en las que se dispone de información de esta naturaleza múltiple tienen objetivos más ambiciosos, ya que no se limitan a la búsqueda de relaciones entre indicadores y tipologías de las observaciones, sino que se amplían al análisis comparativo de las realidades presentes en el seno de cada una de las tablas. Esta riqueza interpretativa, junto con la gran casuística de datos, ha animado a muchos investigadores a desarrollar metodologías apropiadas a estos objetivos. Sin embargo, nuestra experiencia como estudiosos y usuarios de varias de esas técnicas, nos conduce a proponer el Análisis Factorial Múltiple como la más apropiada para este trabajo. A lo largo del artículo quedará constancia del por qué de esta elección.

El Análisis Factorial Múltiple (AFM) es una metodología exploratoria con una gran versatilidad en el tratamiento de información de tres dimensiones. Son numerosos los trabajos que así lo reflejan, tanto desde el enfoque del desarrollo teórico como desde el enfoque de la potencialidad empírica en diversos campos científicos. Algunos de estos artículos aparecen referenciados en Fernández *et al.* (2013). Todos ellos ponen de manifiesto que el AFM con el tiempo y uso ha pasado de ser una técnica de análisis de tablas múltiples a constituir una filosofía de análisis comparativo, tanto gráfico como a través de medidas numéricas, de diferentes conjuntos de datos, sea cual sea su naturaleza y su estructura. Este trabajo se enmarca en el contexto de aplicaciones del AFM.

El AFM ya ha sido utilizado con éxito en el estudio de tablas múltiples en las que el tiempo define una de las tres dimensiones consideradas (Dazy y Le Barzic., 1996; García Lautre *et al.*, 2003; Abascal *et al.*, 2004, 2006). Sin embargo, en todos estos trabajos el tiempo es el criterio de estructuración de los grupos, esto es, cada una de las tablas está asociada a una unidad temporal distinta. Por tanto, no se exploran propiamente series temporales en ninguna de las investigaciones referenciadas. En este trabajo, el tiempo constituye la dimensión correspondiente a las observaciones (filas) en todas las tablas consideradas. En este aspecto es en el que se focaliza la principal aportación de esta investigación: la construcción y análisis de una tabla múltiple yuxtaponiendo distintos conjuntos de series temporales.

El objetivo nuclear de este artículo es presentar la riqueza interpretativa del AFM como novedosa y complementaria alternativa en este contexto de análisis exploratorio comparativo de datos dinámicos. Por ello, en esta sección se va a realizar una presentación de la técnica a través de unas breves pinceladas, incidiendo en la terminología propia del análisis de tablas múltiples y en una selección de instrumentos gráficos y numéricos que ayudan a alcanzar los objetivos planteados. El desarrollo detallado de sus principios metodológicos pueden encontrarse, entre otros trabajos, en Escofier y Pagès (1986, 1992, 1994) y Landaluce (1995).

El AFM analiza la *estructura común* de las distintas tablas de datos objeto de estudio, poniendo de manifiesto aquellas que tienen un comportamiento diferente al resto, señalando, además, qué observaciones e indicadores son los responsables del mismo.

La técnica se puede resumir en los siguientes puntos:

A) *La terminología del AFM* es la propia de los métodos de análisis de datos estructurados como tabla múltiple:

- *Nube parcial*. Es la nube de observaciones caracterizadas por un grupo de indicadores (variables). Se obtienen tantas *nubes parciales* como grupos de variables se consideren.
- *Nube global*. Es la nube de observaciones caracterizadas por todas las variables de la tabla global, resultando, por tanto, de la unión de todas las nubes parciales.
- *Puntos parciales*. El AFM proporciona una representación de todas las nubes parciales superpuesta a la representación de los puntos medios. Se proyectan tales nubes como elementos ilustrativos en los planos factoriales del análisis global.
- *Puntos medios o globales*. El AFM proporciona la representación de los elementos de la nube global en los planos factoriales obtenidos en el análisis global. Estos puntos reflejan la posición media de la observación teniendo en cuenta todos los grupos de variables considerados.
- *Inercia Total* es la variabilidad de la nube global respecto a su centro de gravedad. Se descompone de forma aditiva en Inercia Intra e Inercia Inter.
- *Inercia Intra* es la inercia de los puntos parciales respecto a su punto medio en la nube global, es decir, la inercia de las nubes correspondientes a la imagen de cada observación desde los diferentes puntos de vista, grupos, estudiados respecto a los centros de gravedad de cada observación.
- *Inercia Inter* es la inercia de los centros de gravedad de cada nube parcial respecto al centro de gravedad de la global.

B) *El AFM se basa en la metodología del Análisis de Componentes Principales (ACP) y actúa en 2 etapas:*

- 1°. Realiza un ACP de cada grupo por separado, denominados *análisis parciales*. Cada grupo tiene asociada una subtabla X_c , de $t=1, \dots, T$ observaciones (en filas) por $i=1, \dots, I$ indicadores (en columnas); y se parte de $c=1, \dots, C$ grupos diferentes (véase Figura 1). De estos análisis se

estudian los valores propios, que ponen de manifiesto la dimensionalidad de la estructura interna de cada uno de ellos.

- 2º. Posteriormente, realiza el análisis simultáneo de los grupos, previamente ponderados, que se denomina *análisis global*. Esto es, analiza la *tabla múltiple X* que surge al yuxtaponer de forma horizontal los diferentes grupos de indicadores considerados. La ponderación seleccionada es el inverso del primer valor propio (λ_1^c) obtenido en los análisis separados de cada subtabla.

$$X = \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda_1^1}} X_1, \frac{1}{\sqrt{\lambda_1^2}} X_2, \dots, \frac{1}{\sqrt{\lambda_1^c}} X_c, \dots, \frac{1}{\sqrt{\lambda_1^c}} X_c \right]$$

Esta ponderación mantiene la estructura de cada tabla, debido a que todas las variables han recibido la misma ponderación, pero consigue equilibrar la influencia de los grupos al primer factor, ya que la inercia máxima de cada una de las nubes de observaciones, definida por los diferentes grupos, vale 1 en cualquier dirección.

Los valores propios obtenidos en el análisis global proporcionan una primera información sobre las relaciones existentes entre los grupos analizados. El valor máximo que puede tomar el primer valor propio coincide con el número de grupos activos analizados. Se alcanza cuando la dirección global de mayor inercia es común a todos los grupos. El valor alcanzado por el resto de los valores propios depende de la estructura interna de cada una de las tablas.

La existencia de factores comunes puede ser detectada, igualmente, a través del cálculo de las correlaciones entre los factores globales y los factores del mismo orden correspondientes a cada uno de los grupos analizados, obtenidos en los respectivos análisis parciales. Cuando la correlación es fuerte, el factor global traduce una estructura que está presente en todos los grupos. Si la correlación es alta para uno solo de estos grupos, se tratará de un factor específico de dicho grupo. Esta fase de la interpretación es importante ya que el interés del análisis simultáneo de varios grupos de variables radica en el estudio de las comunalidades que éstos mantengan entre sí. En caso de observar la presencia de un grupo que está únicamente correlacionado fuertemente con

factores que le son específicos, se procederá a la eliminación del mismo como elemento activo del análisis, debido a las diferencias respecto al resto de los grupos.

El AFM proporciona, además, medidas globales de relación entre los grupos, basadas en el coeficiente de correlación vectorial entre matrices RV de Escoufier (Robert y Escoufier, 1976). Este coeficiente se obtiene a partir de los coeficientes de correlación lineal entre dos variables cualesquiera. Su valor está comprendido entre 0 (no existe relación entre los indicadores de los contextos considerados) y 1 (las estructuras de los grupos comparados son iguales).

C) El AFM proporciona las siguientes *representaciones en los planos factoriales del análisis global*:

- Representación, en un mismo espacio, de las observaciones caracterizadas por el conjunto de indicadores (punto medio) y por cada uno de los grupos (puntos parciales). La proximidad o distanciamiento entre los puntos correspondientes a la misma observación refleja la similitud o diferencia, respectivamente, de su comportamiento en los diferentes contextos.
- Representación de los indicadores ponderados de todos los grupos (contextos) considerados. Este gráfico permite observar el posicionamiento de los puntos variable de los diferentes contextos. El análisis de estas posiciones permitirá estudiar la relación entre el mismo indicador medido en los distintos contextos considerados y, por tanto, proporciona otra visión de las similitudes y/o diferencias entre estos últimos.
- Representación de los grupos de indicadores, cada uno de ellos representado a través de un solo punto. La coordenada de un grupo sobre un factor es la inercia acumulada del grupo sobre el eje del AFM. Indica los grupos que han determinado en mayor medida los factores y, en consecuencia, el número de factores comunes a los diversos contextos comparados. Además, el distanciamiento de un punto de los demás indica que el grupo correspondiente es el más alejado del compromiso, lo que permite detectar qué contexto mantiene una estructura más alejada de la común y, junto con otras medidas (comentadas anteriormente), valorar si merece ser estudiado por separado.

Las evidencias sobre la idoneidad y versatilidad de esta metodología en el análisis exploratorio comparativo de varias series temporales medidas en diferentes contextos y estructuradas como tabla múltiple se presentan, a partir de una aplicación empírica, en la siguiente sección.

3.- ANÁLISIS EXPLORATORIO DE ESTRUCTURAS TEMPORALES MÚLTIPLES. UNA APLICACIÓN

En esta sección se detallan e interpretan los resultados obtenidos al aplicar la técnica del AFM a datos reales correspondientes al sector turístico. La elección de esta información está apoyada en las siguientes razones: por un lado, la importancia y actualidad de los estudios relacionados con este sector. Y, por otro lado, la fiabilidad y la amplitud de los datos relacionados con el mismo, disponibles a través de la página web del Instituto de Estudios Turísticos (y del Instituto Nacional de Estadística). El programa estadístico utilizado para la obtención de resultados ha sido *Système Pour L'Analyse des Données* (SPAD, versión 5.5).

El turismo se ha confirmado como la locomotora de nuestra economía. Según las últimas proyecciones de la Alianza por la excelencia Turística (Exceltur-2015), el turismo mantendrá su capacidad motora sobre la economía española, tanto en términos de actividad económica como en generación de empleo en 2015; con una perspectiva que supera en 0,5 p.p. la previsión del 3,1% del PIB (estimada recientemente por el Banco de España y el Fondo Monetario Internacional para el conjunto de la economía).

En este trabajo, con carácter meramente ilustrativo, se han seleccionado tres indicadores estadísticos del ámbito del turismo desde el punto de vista de la demanda. Concretamente, se va a trabajar con las variables: Entradas de turistas según comunidad autónoma de destino principal (correspondiente a la Encuesta de Movimientos Turísticos en Fronteras, FRONTUR), Gasto medio de los turistas según destino principal y Estancia media de los turistas según destino principal (correspondientes a la Encuesta de Gasto Turístico, EGATUR). En las encuestas mencionadas, estos indicadores están medidos para siete contextos geográficos: Andalucía, Baleares, Canarias, Cataluña, Comunidad de Madrid, Comunidad Valenciana y resto de comunidades autónomas (CCAA). El período elegido, datos mensuales de los últimos 10 años (enero 2006 - septiembre 2015), recoge hitos importantes en la evolución

económica (final de una larga etapa de crecimiento, depresión y recuperación incipiente).

La información analizada está estructurada, por tanto, en tres dimensiones y constituye una tabla múltiple. Siguiendo la Figura 1, consta de siete subtablas X_c , $c=1, \dots, 7$, cada una de ellas asociada a uno de los ámbitos geográficos antes mencionados, respectivamente. Estas matrices de datos tienen en filas las observaciones mensuales, $t=enero\ 2006, \dots, septiembre\ 2015$, y en columnas los tres indicadores seleccionados, cuya nomenclatura resumida que será utilizada en el resto del artículo es $i=Turistas, Gasto\ y\ Estancia$, respectivamente.

El objetivo es obtener gráfica y numéricamente un estudio detallado de las similitudes y de las diferencias que los siete contextos geográficos presentan en lo que respecta a la relación entre los tres indicadores medidos y su evolución temporal en el periodo analizado. El análisis exploratorio desde la óptica de tabla múltiple y a través del AFM va a permitir contestar, entre otras, a las siguientes preguntas: ¿la trayectoria turística, desde el punto de vista de la demanda, ha sido similar en los siete territorios considerados? ¿Cuáles mantienen las mayores similitudes? ¿Y las mayores diferencias? ¿A qué indicadores se deben estas semejanzas/diferencias? ¿En qué unidades temporales se han producido? Además, esta metodología también va a reflejar la existencia de tendencias y de componentes estacionales.

Un estudio visual, comparativo, basado en el gráfico habitual de las series temporales supondría una ardua tarea en el caso que nos ocupa, ya que disponemos de 21 series (tres para cada uno de los 7 contextos espaciales) y las conclusiones alcanzadas tendrían un carácter demasiado generalista. Como se va a poder comprobar, la nueva óptica que se propone en este trabajo, el análisis factorial exploratorio de una tabla múltiple, proporciona una visión más detallada y, por ello, más completa de la estructura de los datos, desde un punto de vista tanto global como parcial. Esta novedosa alternativa que permite el AFM no se basa únicamente en instrumentos gráficos, ya que ofrece numerosas medidas numéricas que permiten cuantificar y, por tanto, justificar todas y cada una de las afirmaciones realizadas al finalizar el estudio.

A continuación se presentan e interpretan los principales resultados obtenidos:

- Plano principal de los grupos de variables (véase Figura 2): esta herramienta visual del AFM, en el que se proyecta cada grupo de variables como un punto, es de gran utilidad, ya que resume en un gráfico las similitudes y diferencias entre los grupos estudiados. A partir de la proximidad o alejamiento de los distintos puntos, se puede tomar la decisión de analizar alguno (o varios) de los grupos de manera aislada (eliminandolo de este análisis simultáneo). En el caso que nos ocupa, se comprueba que hay varios núcleos geográficos con comportamientos peculiares: Baleares, Madrid y Canarias. El resto de territorios considerados se proyectan con mayores proximidades, por lo que presentan una realidad más parecida en lo que a la relación y evolución de los indicadores de turismo se refiere y que habrá que poner de manifiesto a través del resto de medidas. Dado el carácter ilustrativo de este estudio empírico no se va a eliminar ninguno de los grupos considerados, con el objetivo de poner de manifiesto la utilidad de la metodología seleccionada para reflejar y medir las diferencias que estos mantienen frente al comportamiento medio.

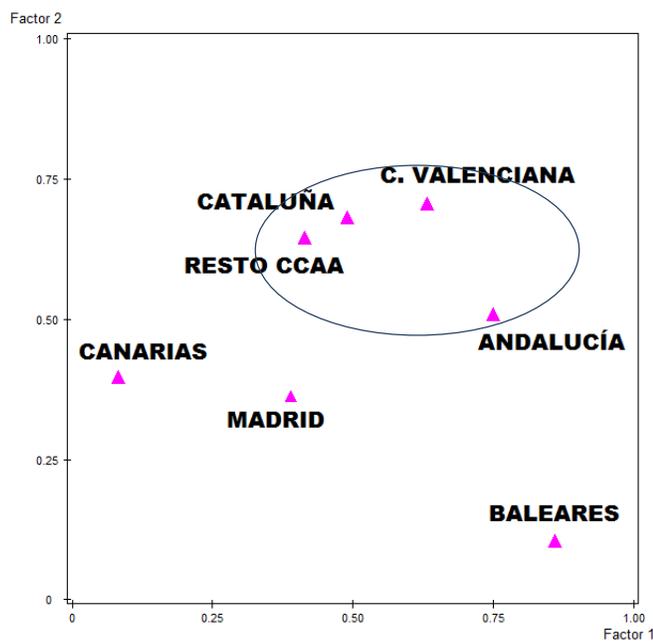


Figura 2: Plano principal de los grupos.

El AFM proporciona herramientas numéricas, asociadas a este gráfico, que miden y, por tanto, confirman estos resultados: las coordenadas y las contribuciones de los grupos en los diferentes ejes del análisis global (véase Tabla 1) y los coeficientes RV de relación entre grupos (véase Tabla 2).

	<i>Coordenadas</i>					<i>Contribuciones</i>				
	<i>F1</i>	<i>F2</i>	<i>F3</i>	<i>F4</i>	<i>F5</i>	<i>F1</i>	<i>F2</i>	<i>F3</i>	<i>F4</i>	<i>F5</i>
GRUPO 1 - ANDALUCÍA	0,75	0,51	0,08	0,01	0,02	20,7	15,0	7,10	1,00	3,60
GRUPO 2 - BALEARES	0,86	0,11	0,10	0,10	0,05	23,7	3,10	8,40	3,90	9,60
GRUPO 3 - CANARIAS	0,08	0,40	0,45	0,19	0,01	2,30	11,7	38,2	28,8	2,50
GRUPO 4 - CATALUÑA	0,49	0,68	0,09	0,04	0,03	13,5	20,0	7,40	6,50	6,20
GRUPO 5 - C. VALENCIANA	0,63	0,71	0,09	0,04	0,01	17,5	20,7	8,10	6,20	2,20
GRUPO 6 - MADRID	0,39	0,36	0,15	0,18	0,23	10,8	10,6	12,9	27,2	44,7
GRUPO 7 - RESTO CCAA	0,42	0,65	0,21	0,18	0,16	11,5	18,9	17,8	26,5	31,2

Tabla 1: *Coordenadas y contribuciones de los grupos en los cinco primeros factores del análisis global.*

Las mayores coordenadas y contribuciones sobre uno o varios de los ejes indican los grupos que han determinado en mayor medida dichos factores. La proximidad/distancia entre estos valores para varios grupos es reflejo de sus semejanzas/diferencias. Así, por ejemplo, destacar, por un lado, la proximidad entre los valores de Cataluña y Resto de CCAA (confirmando su cercanía en el plano anterior); y, por otro lado, la distancia que presenta Baleares (confirmando su posición alejada de los demás en el plano anterior por su mayor contribución al primer factor como consecuencia de su estructura interna más fuerte y una realidad turística reflejada prácticamente en una sola dimensión, tanto del análisis global como del análisis parcial; esto último se comprueba con los datos de la Tabla 3).

Además, a partir de la Tabla 1 ya se puede concluir que el análisis se va a centrar en los dos primeros factores, en los que las contribuciones, aún habiendo diferencias entre los grupos, son destacables en general; mientras que los factores a partir del tercero reflejan comportamientos particulares, correspondientes a alguno de los grupos (por ejemplo, destaca el peso de Baleares en el tercer factor), por lo que van a ser obviados para el resto de resultados.

Los coeficientes RV (véase Tabla 2), medida de relación global entre grupos, ponen de manifiesto que se están analizando simultáneamente siete grupos con similitudes, pero también con realidades particulares relativas a la relación y a la evolución de los indicadores del turismo seleccionados. Este estudio exploratorio va a vislumbrar las semejanzas y las diferencias más

destacables. Así, se confirma los comportamientos más alejados del comportamiento medio tanto de la Comunidad de Canarias (con los menores valores), como de la Comunidad de Madrid (con coeficientes también muy bajos en general).

	<i>G1</i>	<i>G2</i>	<i>G3</i>	<i>G4</i>	<i>G5</i>	<i>G6</i>	<i>G7</i>
GRUPO 1 - ANDALUCÍA	1,00						
GRUPO 2 - BALEARES	0,51	1,00					
GRUPO 3 - CANARIAS	0,21	0,10	1,00				
GRUPO 4 - CATALUÑA	0,50	0,49	0,21	1,00			
GRUPO 5 - C. VALENCIANA	0,65	0,48	0,27	0,60	1,00		
GRUPO 6 - MADRID	0,44	0,24	0,11	0,15	0,33	1,00	
GRUPO 7 - RESTO CCAA	0,39	0,34	0,10	0,59	0,40	0,22	1,00

Tabla 2: *Coefficientes RV de relación entre los grupos.*

Una vez analizados estos resultados del análisis global y siendo conscientes de la decisión de no prescindir de ninguno de los grupos/territorios considerados inicialmente (y de las consecuencias que de ella se derivan), se va a proceder a interpretar el resto de medidas.

- El AFM comienza con el análisis de cada tabla por separado. En la Tabla 3 se recoge de forma resumida la información de estos Análisis de Componentes Principales (ACP) previos, a través de los primeros valores propios. Éstos ponen de manifiesto un resultado común a todos los grupos: la existencia de un primer eje preponderante que refleja en torno al 60% de su inercia. Hay que recordar que cada uno de los grupos está integrado por tres variables: los tres indicadores turísticos seleccionados. Como ya se ha mencionado en la sección anterior, el inverso del primer valor propio va a ser la ponderación seleccionada para equilibrar la influencia de los distintos grupos. En este caso, la ponderación es muy similar. Mencionar el mayor valor que presenta la Comunidad de Baleares, con un 70% de información recogida en el primer factor, lo cual indica que es la comunidad autónoma con estructura interna más fuerte, esto es, con mayor relación lineal entre sus indicadores (resultado ya comentado y que se reflejará más adelante a través de otras medidas).

	<i>Valores propios</i>			<i>Porcentaje de inercia</i>		
	<i>F1</i>	<i>F2</i>	<i>F3</i>	<i>F1</i>	<i>F2</i>	<i>F3</i>
GRUPO 1 - ANDALUCÍA	1,819	0,853	0,328	60,6	28,4	10,9
GRUPO 2 - BALEARES	2,101	0,650	0,250	70,0	21,7	8,30
GRUPO 3 - CANARIAS	1,840	0,739	0,421	61,3	24,6	14,0
GRUPO 4 - CATALUÑA	1,957	0,743	0,300	65,2	24,8	10,0
GRUPO 5 - C. VALENCIANA	1,724	0,993	0,283	57,5	33,1	9,40
GRUPO 6 - MADRID	1,853	0,914	0,233	61,8	30,5	7,80
GRUPO 7 - RESTO CCAA	1,840	0,739	0,421	54,7	36,3	9,10

Tabla 3: *Valores propios y porcentajes de inercia de los análisis parciales.*

- El AFM continua con el análisis de la tabla global resultante de la yuxtaposición de las 21 series temporales estructuradas en siete tablas asociadas a cada uno de los territorios explorados (previamente ponderadas). Los valores propios y la razón entre la inercia inter y la inercia total (véanse las Tablas 4 y 5, respectivamente) son las medidas que hay que interpretar inicialmente en esta nueva etapa. Ambas ponen de relieve la importancia similar de los dos primeros ejes factoriales, reflejando cada uno de ellos un porcentaje de información muy similar, próximo al 30%, respectivamente. Estos resultados confirman la existencia de similitudes entre los siete núcleos geográficos estudiados, pero también de notables diferencias entre los mismos. Señalar que, en el caso de que se tratara de grupos muy semejantes, el primer valor propio del análisis global alcanzaría un valor próximo a 7 y los ejes que reflejarían estas similitudes tendrían una razón inercia inter/inercia total próxima a 1.

El resto de los ejes, a partir del tercero, recogen, como no podía ser de otra manera, inercia residual que corresponderá a las peculiaridades de los grupos con un comportamiento con mayores divergencias respecto al comportamiento medio (como los casos de Canarias y Madrid, ya mencionados). Por ello, confirmamos que los siguientes resultados se van a centrar en estos dos primeros factores, esto es, en el plano principal.

	<i>Valor propio</i>	<i>Porcentaje de inercia</i>
1	3,6223	31,69
2	3,4101	29,84
3	1,1684	10,22
4	0,6747	5,90

Tabla 4: *Valores propios del análisis global.*

<i>Factor 1</i>	<i>Factor 2</i>	<i>Factor 1</i>	<i>Factor 2</i>
0,64	0,54	0,24	0,14

Tabla 5: Razón inercia inter/inercia total en los cuatro primeros factores.

- El plano principal (véase Figura 3) del análisis global en el que aparecen proyectadas las 21 series temporales, representada cada una por un punto, refleja los siguientes resultados:
 - La evolución del indicador “entradas de turistas” queda recogido en el eje horizontal, con un comportamiento muy similar en seis de los territorios estudiados (siendo Canarias la excepción). Concretamente, los cuadrantes 1 y 4 pondrán de manifiesto los meses en los que este indicador toma valores superiores a la media del periodo analizado, mientras que en la parte negativa (cuadrantes 2 y 3) se proyectarán los meses con el menor número de turistas. Esto es, la evolución del número de turistas en Andalucía, Baleares, Cataluña, Comunidad de Madrid, Comunidad Valenciana y resto de comunidades autónomas tiene claramente un comportamiento estacional con picos y valles. Canarias, por su parte, no mantiene este comportamiento estacional y su proyección más centrada es reflejo de esta particularidad. Señalar que Madrid, con una menor coordenada en este factor, también mantiene un comportamiento menos estacional que el resto de contextos geográficos.
 - El eje vertical, segundo factor, contrapone los indicadores “estancia media” (parte positiva – cuadrantes 1 y 2) y “gasto medio” (parte negativa – cuadrantes 3 y 4): se trata de dos indicadores turísticos con evoluciones distintas, contrarias, y sin un componente estacional destacable en el periodo analizado. Este comportamiento corresponde a todas las comunidades autónomas analizadas, con la excepción de Baleares. Esta comunidad insular presenta una evolución del gasto similar a la del indicador “entrada de turistas”, esto es, con el mismo comportamiento estacional. La relación positiva entre los indicadores de “entrada de turistas” y “gasto medio” es la razón por la que la Comunidad Balear tiene una estructura interna más fuerte. Este resultado queda reflejado en su mayor contribución a la formación del primer eje (véase Tabla 1) y en su mayor primer valor propio (véase Tabla 3), ya comentados anteriormente.

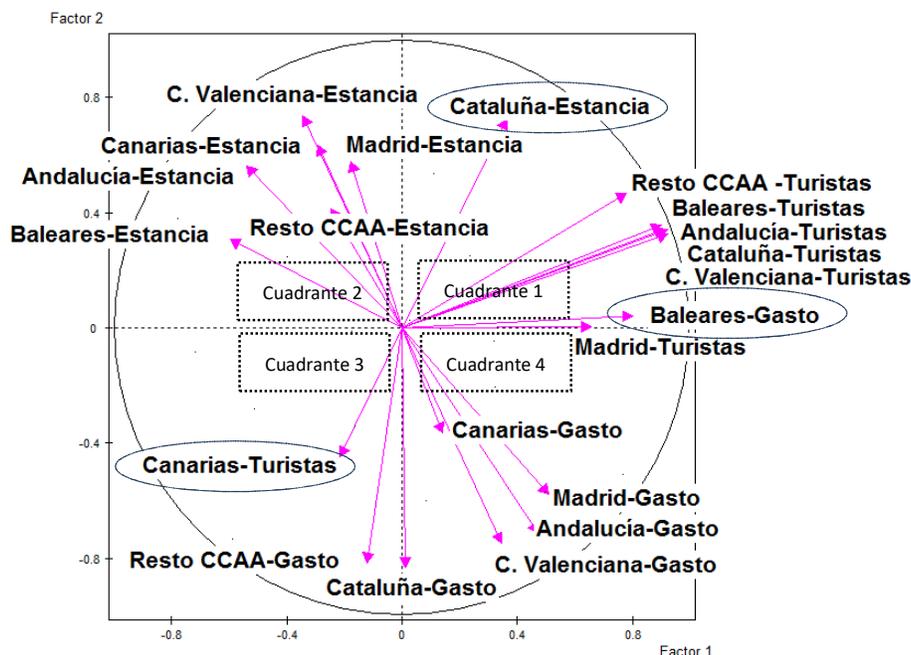


Figura 3: Plano principal del AFM global: los indicadores.

- El plano principal (véase Figura 4) del análisis global en el que aparecen proyectados los denominados “puntos medios” ayuda a completar las conclusiones alcanzadas con el plano anterior. En este caso, los puntos reflejan la posición media de las observaciones temporales (enero 2006 – septiembre 2015) teniendo en cuenta conjuntamente las siete tablas analizadas. Así, se puede concluir:
 - La parte positiva del primer factor (cuadrantes 1 y 4) permite visualizar los meses de mayor afluencia de turistas: mayo, junio, julio, agosto y septiembre. Además, se puede comprobar que esta realidad es más notable en los últimos años (crecimiento cronológico de las coordenadas), confirmando que en el sector turístico la senda del crecimiento económico se ha consolidado. En la parte negativa de este factor horizontal (cuadrantes 2 y 3), quedan reflejados los meses en los que la afluencia de turistas es menor: diciembre, enero y febrero, principalmente.
 - En lo que respecta al eje vertical, segundo factor (con una importancia similar al anterior), la trayectoria temporal ascendente desde la parte positiva del mismo (observaciones de los primeros años de las series) hacia la parte negativa (observaciones de los últimos años de las series)

refleja tanto la tendencia positiva del gasto medio en el periodo estudiado como la tendencia decreciente de la estancia media.

- Estos comportamientos corresponden a casi todas las unidades geográficas consideradas. No obstante, existen comportamientos peculiares que también quedan reflejados. Así, la posición del indicador de estancia media en Cataluña en el primer cuadrante refleja que, para la citada comunidad autónoma, esta variable sí que tiene un componente estacional (con ciertas similitudes respecto al comportamiento del número de turistas) con valores superiores a la media en los meses de verano.

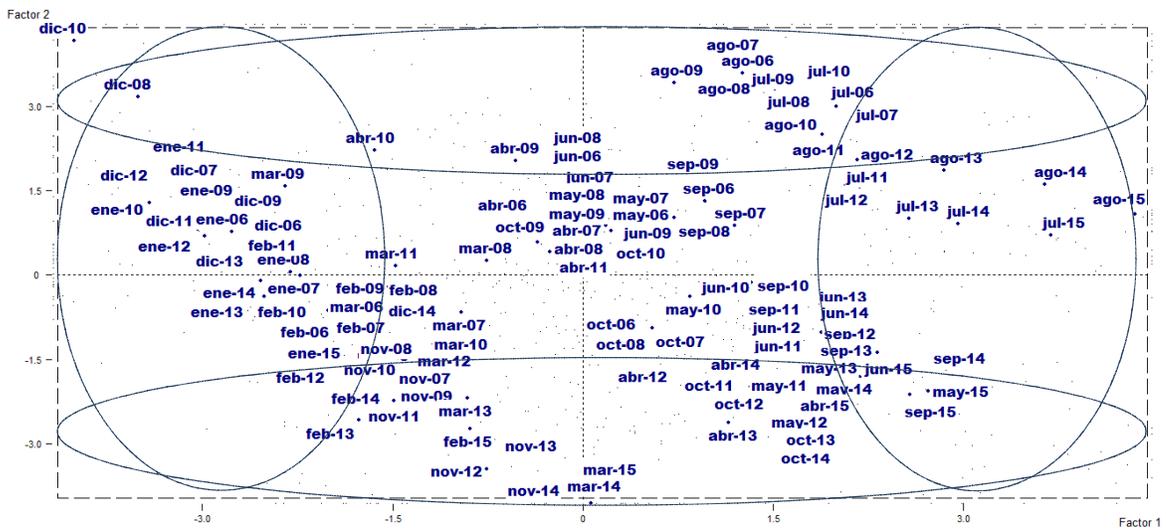


Figura 4: Plano principal del AFM global- puntos medios: observaciones temporales.

- El AFM también proporciona un gráfico en el que se pueden proyectar junto a los puntos medios los puntos parciales, observaciones temporales asociadas a cada grupo/región. De este gráfico merecen ser analizados con más detalle aquéllos puntos con mayor inercia intra, esto es, aquéllos que presentan cierta diferencia entre el comportamiento parcial, asociado a un grupo concreto, y su comportamiento medio. En esta aplicación la observación temporal con mayor inercia intra corresponde al mes de enero del año 2010. Para analizar el por qué de este resultado y dado el carácter ilustrativo de la aplicación, en la Figura 5 se han proyectado únicamente los ocho puntos asociados a este momento de tiempo. El análisis de sus posiciones a lo largo del primer factor, y teniendo en cuenta la

interpretación que del mismo se ha hecho, permite concluir que los responsables de esta inercia son los puntos asociados a las dos comunidades autónomas insulares. El mes de enero, como ya se ha comentado, es uno de los meses con menor número de turistas, en general, para todos los años considerados y para todas las zonas estudiadas. No obstante, esta realidad es más notable en Baleares, con el peor comportamiento, mientras que Canarias alcanza en esta observación temporal un número de turistas más próximo al valor medio (volvemos a insistir aquí en la ausencia de comportamiento estacional del indicador en cuestión en esta comunidad). El lector puede comprobar las importantes posibilidades que este plano ofrece y ser consciente de que hay que centrar los esfuerzos en estudiar detalladamente aquellas observaciones con inercia intra destacable, ya que la inercia intra reducida solo confirma las similitudes ya estudiadas anteriormente.

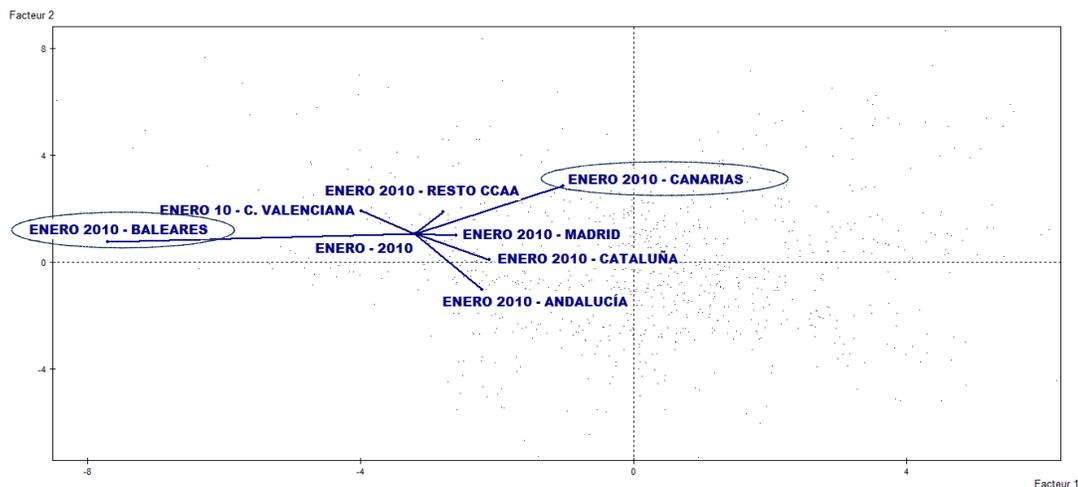


Figura 5: Plano principal del AFM global- punto medio y puntos parciales: extracto para la observación correspondiente a enero del año 2010.

4.- CONCLUSIONES Y NUEVAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En este trabajo se ha puesto de manifiesto la versatilidad del enfoque de análisis factorial de tablas múltiples para explorar, en términos comparativos, numerosas series temporales yuxtapuestas y estructuradas en diferentes grupos definidos atendiendo a diversos criterios (geográficos, por ejemplo, como el utilizado en esta investigación).

Concretamente, ha quedado patente, a través de una aplicación, la idoneidad del Análisis Factorial Múltiple, como técnica alternativa y complementaria del habitual análisis gráfico usado para la descripción de las trayectorias y sus relaciones. El AFM, además de ofrecer al investigador imágenes simplificadas en las que se pueden proyectar de forma conjunta unidades temporales, variables y contextos territoriales en los que se miden las anteriores, proporciona instrumentos numéricos que ayudan a cuantificar e interpretar las semejanzas y las diferencias entre las trayectorias temporales estudiadas en los diferentes territorios considerados. Las ventajas más destacables de este nuevo enfoque son:

- Las herramientas visuales que proporciona la técnica del AFM se caracterizan por aportar de manera simplificada una gran riqueza interpretativa, dados los objetivos planteados.
- Uno de los gráficos (Figura 2: plano principal de los grupos) ofrece una clara imagen de las similitudes o divergencias entre los grupos definidos, en el que cada subtabla correspondiente está representada por un solo punto, a partir del cual se pueden tomar decisiones sobre la eliminación de algunos de los contextos comparados debido a su comportamiento diferente al comportamiento medio.
- En otro de los gráficos (Figura 3: plano principal del AFM global: los indicadores), se proyectan todas las series temporales analizadas a partir del cual se alcanzan las primeras conclusiones, no sólo relativas a las relaciones entre ellas y la existencia de un posible componente estacional, sino que también se pueden identificar cuál o cuáles de los indicadores son responsables en mayor medida de las diferencias y/o semejanzas entre los grupos.
- La proyección de las unidades temporales observadas (Figura 4: plano principal del AFM global – puntos medios: observaciones temporales) completa el gráfico anterior, imagen que, además de confirmar algunas de las conclusiones obtenidas y concretarlas en períodos, permite ampliar los resultados con la visión de tendencias en las trayectorias.
- En la interpretación de los gráficos referenciados no existe el riesgo de caer en subjetividades, ya que la metodología propuesta proporciona una serie de indicadores numéricos que permiten cuantificar las proximidades o alejamientos

de las diferentes proyecciones, matizando en qué contextos espaciales se producen y qué serie/s concreta/s es/son la/s responsable/s de los comportamientos más o menos homogéneos.

El estudio empírico realizado ha permitido a través de resultados concretos, con carácter meramente ilustrativo, dejar constancia de todas estas ventajas. El ámbito y las dimensiones de la información inicial han resultado suficientes para evidenciar la potencialidad de la propuesta. Se han seleccionado tres indicadores estadísticos relacionados con el turismo (desde el punto de vista de la demanda), debido a la importancia cada vez mayor que este sector está teniendo en la economía española y en su recuperación. Se ha trabajado con datos mensuales correspondientes a un período lo suficientemente amplio como para reflejar diferentes fenómenos: hitos importantes en la evolución económica de nuestra economía y diferentes componentes de las series temporales. Además, las fuentes secundarias consultadas proporcionan esta información desagregada para seis comunidades autónomas de forma individual y agregada para el resto de comunidades autónomas, lo que ha permitido la estructuración de la información en una tabla múltiple integrada por siete subtablas. El AFM de esta información ha permitido dar respuesta a las preguntas que se formulaban al inicio de la sección 3 del trabajo: ¿la trayectoria turística, desde el punto de vista de la demanda, ha sido similar en los siete territorios considerados? ¿Cuáles mantienen las mayores similitudes? ¿Y las mayores diferencias? ¿A qué indicadores se deben estas semejanzas/diferencias? ¿En qué unidades temporales se han producido?

Para finalizar el trabajo, señalar que las posibilidades de aplicación de esta propuesta de análisis comparativo de series temporales son diversas, entre las que merecen mención:

- El análisis de series temporales se suele asociar a información de carácter cuantitativo. Sin embargo, la propuesta de este trabajo se puede aplicar a datos de distinta naturaleza. Como se ha comentado en la sección 2, en la presentación de la metodología, el AFM permite el estudio de variables nominales (e incluso de datos mixtos, siempre que las variables que integran cada grupo sean de la misma naturaleza).
- Existen otras técnicas que permiten el análisis factorial de tablas estructuradas en grupos, con filosofía distinta, complementaria, a la del AFM. En este sentido,

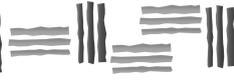
una posible aplicación podría ser comparar los resultados de varias de estas técnicas a partir del mismo conjunto de series temporales, comprobando las ventajas y los inconvenientes de cada una de ellas en estudios de naturaleza dinámica. Esta línea de trabajo sería similar a la seguida en el libro de Dazy y Le Barzic (1996), en el que los conjuntos de datos también son de carácter dinámico, pero el tiempo está asociado a la estructuración de las tablas (se comparan varias tablas, cada una de ellas referida a un momento de tiempo).

Todo lo expuesto anteriormente permite afirmar que el análisis simultáneo de series temporales yuxtapuestas a través del análisis factorial de tablas múltiples es un campo de investigación aplicada novedoso y con diversas posibilidades que merecen ser exploradas.

REFERENCIAS

- Abascal, E.; García-Lautre, I. y Landaluze M.I. (2004). “Análisis de la evolución a través de encuestas. Trayectoria electoral de las comunidades autónomas españolas en el periodo 1977-2004”. *Metodología de Encuestas*, Vol. 6, Nº 2, pp. 147-162.
- Abascal, E.; García-Lautre, I. y Landaluze, M.I. (2006). “Multiple factor analysis of mixed tables of metric and categorical data”. En M. Greenacre y J. Blasius (eds.): *Multiple Correspondence Analysis and related Methods*. Chapman & Hall/CRC, pp 351-367.
- Dazy, F. y Le Barzic, J.F. (1996). “L’Analyse des Données Evolutives”. Technip. Paris.
- Escofier, B. y Pagès J. (1986). “Le traitement des variables qualitatives et tableaux mixtes par analyse factorielle multiple”. *Data Analysis and Informatics*, IV(2), pp. 179-191.
- Escofier, B. y Pagès, J. (1992). “Análisis factoriales simples y múltiples. Objetivos, métodos e interpretación”. Servicio editorial de la Universidad de País Vasco.
- Escofier, B. y Pagès, J. (1994). “Multiple factor analysis (AFMULT package)”. *Computational Statistics & Data Analysis*, 18(1), pp. 121-140.

- Exceltur (2015). Alianza para la excelencia turística: *Informe Perspectivas Turísticas*, N° 54.
- Fernández, K.; Landaluce, M.I. y Modroño, J.I. (2013). “Nuevo procedimiento metodológico para el análisis exploratorio de una tabla estructurada en diversos conjuntos de individuos”. *Estadística Española*, Vol. 55, N° 182, pp. 305-322.
- García-Lautre, I. y Abascal, E. (2003). “Una metodología para el estudio de la evolución de variables latentes. Análisis de las infraestructuras de carreteras de las comunidades autónomas (1975-2000)”. *Estadística Española*, Vol. 45, N° 153, pp. 193-210.
- Goitisoló, B. (2001). “El análisis simultáneo. Propuesta y aplicación de un nuevo método de análisis factorial de tablas de contingencia”. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco.
- Landaluce, M.I. (1995). “Estudio de la estructura de gasto medio de las Comunidades Autónomas españolas. Una aplicación del Análisis Factorial Múltiple”. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco.
- Robert, P. y Escoufier, Y. (1976). “A Unifying Tool for Linear Multivariate Statistical Methods: The RV-Coefficient”. *Applied Statistics*, 25(3), pp. 257-265.
- SPAD v5.5 (2000). “Système Portable d’Analyse des Données Numériques”, CISIA, Montreuil, France.



¿Pueden considerarse significativas las reformas fiscales de México?

LAGUNAS PULS, SERGIO

Universidad del Caribe, Cancún (México)

Correo electrónico: slagunas@ucaribe.edu.mx

RAMÍREZ PACHECO, JULIO CÉSAR

Universidad del Caribe, Cancún (México)

Correo electrónico: jramirez@ucaribe.edu.mx

RESUMEN

Se establece como objetivo general, analizar la significancia estadística de cambios en la recaudación del Impuesto Sobre la Renta (ISR) y del Impuesto al Valor Agregado (IVA), a partir del año 2000 y hasta el segundo trimestre del 2015, para afirmar o no la variación en la recaudación. Para lograrlo se aplican métodos clásicos con valor crítico significativo a 0,05 de alfa, pero complementándolo parámetro delta para establecer el nivel de cambio en poco significativo, medianamente significativo o de gran significancia. En las conclusiones se deja antecedente que a pesar de lo que parecieran como impactantes cambios en materia fiscal que pudieron haber incidido positiva o negativamente en el pago del ISR e IVA, tales como el acotamiento del régimen de consolidación fiscal, gravámenes complementarios, hasta llegar a la homologación del IVA a tasa 16% para todo el país, en la mayoría de los casos, no se obtuvo evidencia para argumentar eficiencia en la recaudación nacional.

Palabras claves: recaudación fiscal; reforma fiscal; cambios en ISR e IVA; nivel de significancia.

Clasificación JEL: H21; M41; M48.

MSC2010: 6202; 6207.

Can the Tax Reforms in Mexico be Considered Significant?

ABSTRACT

It is the purpose of this work to analyze the significance of changes in average for the collection of value-added (VAT) and income taxes from year 2000 and up to the second quarter of 2015. To accomplish that, classic methods of significance will be applied, but contrasted with tests for the typified difference of the average, fundamental parameters of the meta-analysis Cohen's Delta. The main conclusions are that although there have been relevant changes in the tax collection process such as limits in the tax consolidation regime, complementary taxes e.g., flat rate business tax, substitute tax credit to wages, tax on cash deposits and the standardization of the VAT to 16%, there is no strong evidence to state an efficient national tax collection system.

Keywords: tax collection; tax reform; changes in value-added and income taxes; significance levels.

JEL classification: H21; M41; M48.

MSC2010: 6202; 6207.



1. Prólogo

Con la finalidad de que las personas físicas y morales cuenten con información que les otorgue elementos de juicio acerca de los resultados en la administración tributaria del país, el Servicio de Administración Tributaria (SAT) a través del apartado conocido como Transparencia Focalizada (SAT, 2015c), comparte con el público en general los resultados de la recaudación federal así como también de la gestión a su cargo, concentrando los datos en los Informes Tributarios y de Gestión; en dichos documentos destaca el detalle de los ingresos derivados de los impuestos, las estadísticas relacionadas con los recursos humanos y financieros empleados para la fiscalización, resultados de los actos de verificación y resoluciones en recursos de nulidad como también en los juicios establecidos entre la autoridad fiscal y los contribuyentes.

En lo que corresponde a los conceptos por ingresos del gobierno federal que forman parte del Informe Tributario, se incluyen los Rendimientos Petroleros (RP), Impuesto Especial Sobre Producción y Servicios (IEPS) de Gasolina y Diesel, Impuesto Sobre Automóviles Nuevos (ISAN), Impuesto Sobre la Renta, Impuesto al Valor Agregado, Impuesto General de Importación, Tenencias y algunos otros conceptos (Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, 2014). Para el año 2013 el promedio nacional del porcentaje de estos ingresos con respecto al Producto Interno Bruto (PIB) representó el 15,8% anual¹ (SAT, 2015a). También en el Informe Tributario existe un grupo de ingresos que recaen en la administración directa del SAT, de los cuales se excluye al IEPS, RP, ISAN y Tenencias (SAT, 2015a); sin embargo es en este grupo en donde se registra la recaudación nacional por concepto de Impuesto Sobre la Renta (ISR), Impuesto al Valor Agregado (IVA), Impuesto General de Importación (IGI) y algunos otros conceptos que han existido en alguno o algunos períodos de gestión presidencial anteriores.

En el período comprendido de 1994 al año 2006, la recaudación nacional del ISR con respecto al PIB alcanzó 3,36% y el mayor resultado logrado de 4,15% se presentó en el ejercicio fiscal 2006 (SAT, 2006). En cuanto al IVA la representación promedio con respecto al PIB en el mismo período fue de 3,36%, registrando el 4,15% como máximo en el año 2006. A partir del año 2007 y hasta el segundo trimestre del 2015, el promedio para el ISR se calcula en 4,95% y de 4,11% para el IVA, en ambos casos con respecto al PIB nacional (SAT, 2015a).

Conforme a lo anterior se desprende el hecho de que el desempeño de la recaudación fiscal se ha venido valorando como porcentaje de la economía del país (SAT, 2006; SAT, 2015a; Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, 2014). No obstante, este tipo de medición no permite apreciar claramente si los cambios obtenidos en los ingresos derivados del ISR e IVA pueden atribuirse a las adecuaciones fiscales aplicadas desde el último trimestre del año 2000 y hasta la reciente Reforma Fiscal propuesta por el Presidente Enrique Peña Nieto.

Considerando que las mediciones de la recaudación fiscal han estado ligadas en gran medida a lo que éstas representan del PIB, es de interés particular para el presente artículo aplicar pruebas que identifiquen la magnitud de significancia (Blair & Higgins, 1980; Dillon, 1968; López & Ortiz, 2009; Box *et al.*, 2008; Pascual *et al.*, 2000; Zimmerman,

¹ La media de los países integrantes de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) alcanzó 20,3% al cierre del año 2013 (SAT, 2015a).

1997) con el afán de establecer si los cambios en la recaudación federal obedecen a las reformas implementadas y no meramente que hubieran ocurrido por situaciones indirectas, por el azar (Box *et al.*, 2008; Bennet *et al.*, 2011; Wackerly *et al.*, 2010).

Debido al interés para conocer cambios significativos, positivos o negativos², y no únicamente incrementos, para todos los casos se plantean hipótesis en las cuales la media de la recaudación del período más antiguo de la recaudación no es igual a la media del período más reciente de la recaudación; es decir, hipótesis $\mu_1 \neq \mu_2$, con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ en donde μ_1 representa la recaudación de un período inicial observado y μ_2 la recaudación de un período posterior al inicial.

Se complementa el estudio empleando parámetros de meta análisis (Borenstein *et al.*, 2009; Briggs, 2005; Card, 2012; Glass, 1976; Hedges, 1983), específicamente la delta de Cohen (Rice & Harris, 2005) con la finalidad de no solamente establecer cambios en las medias sino también si éstos pueden considerarse como poco significativos, medianamente significativos o de gran significancia.

2. Aspectos relacionados a la fiscalidad en las últimas tres administraciones presidenciales

2.1. Previo a la alternancia del ejecutivo federal en el año 2000

A finales del período presidencial comprendido de diciembre de 1994 a noviembre del año 2000, bajo los principios a favor de una economía liberal, permisibilidad de la participación extranjera en empresas estratégicas, fortalecimiento del sector exportador y en general por un afán globalizador (Romero, 2012; Fidler, 1996; Rothman, 1995), impulsados por el entonces Presidente de México Ernesto Zedillo Ponce de León, con el aval del Partido Revolucionario Institucional (PRI), se argumentaba que el aumento del Impuesto al Valor Agregado³ (García-Alba Iduñate, 2006), como medida responsable de carácter fiscal, permitiría incrementar la recaudación federal en un contexto de aceptación internacional⁴, medida que contribuiría con ahorro y también captaría mayor aportación por parte de aquellos individuos que se desarrollaban en el sector informal ya que al tener que comprar bienes y servicios tendrían que pagar el impuesto correspondiente (SHCP, 2000a).

Además, con el propósito de optimizar la recaudación del Impuesto Sobre la Renta (ISR), la administración de Ernesto Zedillo propuso la eliminación de estímulos fiscales, pudiendo mencionar, entre otros, la posibilidad para deducir de forma inmediata las inversiones en activos así como también el acotamiento en el régimen de consolidación

² Todo cambio significativo será identificado como tal siempre que el Valor p sea menor de $\alpha = 0,05$; positivo, cuando el valor obtenido para el estadístico T sea negativo y; cambio negativo en donde disminuyó la recaudación, cuando el estadístico T sea positivo. De esta forma también es posible conocer aquellas medidas fiscales que solo causan mayor carga para los contribuyentes y no necesariamente incrementan la recaudación fiscal.

³ El gravamen a tasa general se incrementó del 10% al 15% a partir del mes de abril de 1995 (Zedillo Ponce de León, 1999).

⁴ Palabras del presidente Ernesto Zedillo durante la ceremonia de inauguración de las reuniones de gobernadores de bancos centrales, Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos (Zedillo, 2000).

fiscal⁵; todo ello encaminado a procurar mayores ingresos y satisfacer la operación del sector público, fortalecer la inversión en infraestructura productiva y, con un mayor énfasis, las demandas sociales en general (Zedillo Ponce de León, 1999).

2.2 Gestión de Vicente Fox Quesada

A partir del mes de diciembre del año 2000, con el inicio de la Administración Pública Federal a cargo de Vicente Fox Quesada, personaje extraído del Partido Acción Nacional (PAN) a diferencia de todos sus antecesores⁶, se inició lo que parecería una lucha contemporánea por presentar programas de impacto, que llamaran la atención en la mayoría de los ciudadanos, programas encaminados a la mejora económica del país, estados y regiones. Durante su campaña, el Presidente Fox manifestaba interés para establecer un proyecto económico, sustentado en crecimiento con calidad, incremento de la productividad de la inversión, atracción de la inversión extranjera e impulso del empleo (Ornelas, 2001; Smith, 2000; Charnock, 2005).

En el Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio 2001, el Presidente Fox hizo llamado a la disciplina fiscal y a una política monetaria encaminada a la convergencia inflacionaria que permitieran consolidar la estabilidad macroeconómica (SHCP, 2000b). Posteriormente declaró como prioridad consolidar el papel del gasto interno a manera de herramienta expansionista para la economía, pretendiendo obtener un crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) de hasta 3%. Dentro de las medidas tributarias propuestas por Fox se reconoce el surgimiento del Impuesto Sustitutivo del Crédito al Salario; el Impuesto a la Venta de Bienes y Servicios Suntuarios y, quizá la más significativa modificación de carácter fiscal fue proponer que la base para el pago del IVA se integrara a partir de flujo de efectivo, de ésta forma los contribuyentes pagarían o acreditarían solamente las cantidades efectivamente erogadas.

En el año 2005 Vicente Fox presentó al Congreso de la Unión propuesta para que el Servicio de Administración Tributaria (SAT) pudiera cancelar créditos fiscales en los casos de imposibilidad práctica de cobro (SHCP, 2005); también propuso la continuidad para otorgar estímulos de deducciones en inversiones en contribuyentes que tuvieran actividades en los sectores agropecuario y forestal consistentes en el acreditamiento contra el Impuesto al Activo⁷ (IA) y, para su último proyecto de Ley de Ingresos aspiraba alcanzar un PIB cercano al 3,6% (Banco de México, 2007), orientando la política fiscal a un superávit de la cuenta pública.

La tasa general del ISR que se aplicó en el último año de su mandato fue del 29% dejando contemplado en artículos transitorios que para el 2007 se disminuyera al 28%; si bien no fue aplicado un incremento a la tasa del IVA sí fue coincidente con su antecesor al procurar fortalecer la recaudación originada por este impuesto; además estableció estímulos

⁵ En la Iniciativa para la Ley de Ingresos del año 2000 se consideró que la consolidación fiscal daba lugar a iniquidad, pues si bien eran accesibles de manera general, solamente se aprovechaban por un número exclusivo de contribuyentes (Zedillo Ponce de León, 1999).

⁶ Hasta antes de Vicente Fox todos los presidentes que le antecedieron provenían del Partido Revolucionario Institucional (PRI), gobernando el país desde el año 1929 considerando la fundación del Partido Nacional Revolucionario, posteriormente denominado Partido Revolucionario Institucional (Salinas de Gortari, 2010).

⁷ Impuesto abrogado a partir del primero de enero del 2008 (Cámara de Diputados, 2015).

fiscales a la inversión y al ahorro, tanto de empresas como de los ciudadanos, en éste último buscando incrementar los saldos de las cuentas para el retiro (Borjas, 2003).

2.3 Gestión de Felipe Calderón Hinojosa

Iniciando un período que se caracterizaría por la división partidista en el Congreso de la Unión, Felipe Calderón Hinojosa asumió la presidencia a finales del año 2006, teniendo que enfrentar durante la vigencia de su gestión situaciones no sólo difíciles sino nunca antes vistas en el país, como lo que significó declarar la “guerra contra el narco” (Flannery, 2013; Anguiano, 2012), la extinción de la Compañía de Luz y Fuerza del Centro y cambio al régimen fiscal de Petróleos Mexicanos (Navarrete, 2012; Langston & Pérez, 2009). En su primera iniciativa para la Ley de Ingresos del Ejercicio Fiscal 2007, contempló que la recaudación del IVA e ISR podrían crecer a una tasa real igual a la del crecimiento del PIB lo que significaba que el ISR pasara del 4,3% registrado como porcentaje del PIB en el ejercicio fiscal 2006 al 4,6% y, para el caso del IVA que había obtenido 3,7% pasara al 4,3% (SHCP, 2006).

En continuidad con el período presidencial anterior, otorgó beneficios de acreditamiento contra el IA de las inversiones realizadas por los sectores agropecuario y forestal. Otra medida concedida a mediados de su mandato fue que en materia de Impuesto Especial de Producción y Servicios (IEPS) se continuara gozando de subsidio al precio del combustible diésel que fuera requerido por los sectores agrícola, ganadero, pesquero y minero, haciendo extensivo este último beneficio al transporte público y privado de personas (SHCP, 2007).

Para el año 2007 estableció que la deducción de inversión en automóviles pasara de un máximo de 15.306 a sólo 8.929 euros⁸. En lo que correspondió al IEPS, se establecieron incrementos a las tasas aplicadas en la importación de algunos artículos como los cigarros pasando del 110% al 160% (SAT, 2007). Una propuesta controversial sin duda resultó la implementación del Impuesto Empresarial a Tasa Única cuya tasa fue el 17,5% (Congreso de la Unión, 2007) mediante el cual se obligaría a pagarlo a casi la totalidad de los contribuyentes, con algunas excepciones como los asalariados.

Ya iniciado el ejercicio fiscal del 2008, a la administración presidencial le correspondió enfrentar una crisis económica internacional, iniciada en el mes de septiembre de ese año con la quiebra del banco Lehman Brothers (Steele, 2014; Murphy, 2010; Smith, 2011), situación que trajo consigo una importante depreciación del peso mexicano frente al dólar estadounidense, que llegó a generar expectativas negativas extremas; entre otras, enfrentar un tipo de cambio que pudiera llegar entre 17 y 20 pesos por dólar⁹ (Langston & Pérez, 2009) pero que, gracias a las medidas contra cíclicas establecidas por el Banco de México, el tipo de cambio llegó a controlarse y cerrar el mes de diciembre a 13,83 pesos por dólar (Banco de México, 2015a).

⁸ Las cifras originales en pesos mexicanos fueron convertidas a euros al tipo de cambio de 19.6 con excepción de las valoraciones de significancia estadística en el tercer apartado del presente artículo.

⁹ Esta es una apreciación importante de Langston y Pérez (2009) en donde trata de expresar el escenario o expectativa que figuró en la administración presidencial de Calderón. Sin embargo, según Reporte de Tipo de Cambio del Banco de México, de septiembre del 2008 a septiembre del siguiente año, el tipo de cambio máximo fue de 15.36 pesos por dólar, correspondiente al día 4 de marzo del 2009 (Banco de México, 2015b).

Para la recta final de su gobierno, además de iniciar un incremento del 10% al 11% en el IVA para las regiones fronterizas, Felipe Calderón argumentaba que para el año 2011 se presentaría un crecimiento anual de 5,9% en el PIB real y declaraba que al cierre del 2010 la producción industrial se había visto incrementada en 6,6%, la oferta de servicios en 5,6% y la producción agropecuaria en 1,8%. En su última iniciativa () presentada para los ingresos del país consideró que se manifestaría un incremento debido a la evolución de la recaudación procedente de los conceptos no petroleros, estimando que para 2012 los ingresos del sector público serían mayores en 15,89 miles de millones de euros respecto a los obtenidos en 2006; a su juicio se habría incrementado la base gravable y el universo de contribuyentes obligados a tributar¹⁰. También concluyó su mandato señalando que en casi todo su período de gestión, la política fiscal se había enfocado en la desgravación gradual de actividades relacionadas al petróleo y en el otorgamiento de medidas para que las personas físicas y morales pudieran disminuir las multas derivadas por incumplimiento de las obligaciones fiscales federales, con excepción de aquellos casos en que se hubieran declarado pérdidas fiscales en exceso (SHCP, 2011).

2.4 Gestión de Enrique Peña Nieto

Sin duda el período presidencial de Enrique Peña Nieto pasará a los anales de la historia por simbolizar el regreso del PRI a la presidencia después de una alternancia de doce años. Desde su campaña política, el Presidente Peña Nieto expresaba su clara intención de proponer urgentes reformas; para avalarlas, presentó su Plan de Desarrollo 2013 al 2018 (Presidencia de la República, 2015), destacando dos ejes principales denominados “México Incluyente” y “México Próspero”, manifestando su interés en impactar de forma positiva la inclusión y protección social encaminados a un mejor nivel de vida, para ello argumentaba que sería necesario entre otras medidas, modificaciones al sistema tributario (SHCP, 2013a).

El 24 de octubre del año 2013 (Presidencia de la República, 2013), previa aprobación del Congreso de la Unión, fue turnado a la Cámara de Senadores el documento que contenía la Reforma Fiscal, concluyendo esta última, después de sugerir cambios incipientes, en aprobarla (Congreso de la Unión, 2015), argumentando que la propuesta estaba centrada en responsabilidad y encaminada a la búsqueda del crecimiento económico, catalogándola como justa y progresiva.

Las adecuaciones entrarían en vigor en el año 2014 y se incluían cambios al Código Fiscal de la Federación buscando, al menos en la intención manifiesta, la simplificación para que los contribuyentes enteraran a la autoridad sus obligaciones fiscales, procurando que todas aquellas personas que carecían de una inscripción al Registro Federal de Contribuyentes lo hicieran y se viera incrementado el padrón activo que controla el Servicio de Administración Tributaria. También se incluyó la facultad para que el mismo organismo publicara la relación de todos aquellos contribuyentes, personas físicas y morales, que constituyeran un riesgo por presentar la omisión de pago y obligaciones diversas con el fisco federal.

¹⁰ Al comparar la base de contribuyentes activos del Cuarto Trimestre del 2011 con el Primer Trimestre de ese mismo año, el incremento porcentual fue del 8.43% (SAT, 2011, 2012).

Las modificaciones fiscales aprobadas en la iniciativa del Presidente Enrique Peña Nieto implicaban cambios de impacto para la población, en materia de IVA fue aprobada una tasa general de 16%, eliminando cualquier distinción en el comercio de bienes y servicios de las zonas fronterizas. En materia de ISR se presentó una reducción del 31 al 30% establecido para las personas físicas con ingresos de entre 25.510 y 38.265 euros anuales, eliminó el Régimen de Pequeños Contribuyentes (REPECO) y propuso como alternativa el denominado Régimen de Incorporación Fiscal para que los que hasta el año 2013 habían tributados como REPECOs fueran transitando hacia el régimen general; otra medida implementada fue gravar con una tasa del 10% las ganancias obtenidas por la enajenación de acciones que se cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores; se eliminó el Impuesto Empresarial a Tasa Única así como también el Impuesto a los Depósitos en Efectivo (SHCP, 2013b; Presidencia de la República, 2013).

Algunas otras adecuaciones aprobadas fueron el considerar que todas aquellas personas físicas o morales que sostuvieran relaciones comerciales con entidades financieras, que manejaran los recursos provenientes de la banca de desarrollo, tales como Sociedades Cooperativas de Ahorro y Préstamo, tuvieran la obligación de registrarse en el RFC; se otorgó la anuencia para que se pudieran pagar contribuciones mediante tarjetas de crédito y débito; reforma a la Ley Aduanera para que el despacho de las mercancías ante la aduana se pudiera realizar por conducto de representantes de los propios contribuyentes, dejando optativa la opción para optar por los servicios de los Agentes Aduanales, complementando los cambios con la permisibilidad para que diversos trámites relacionados también con el despacho aduanero pudieran presentarse, previa autorización, en lugares distintos a donde se realizarían habitualmente las operaciones aduaneras.

2.5 Evolución del Padrón Activo de Contribuyentes

Al término del período presidencial de Ernesto Zedillo Ponce de León, el número de contribuyentes activos registrados por el SAT se contabilizó en 6.500.000 personas físicas y 503.000 personas morales; al cierre de la gestión Vicente Fox Quesada los contribuyentes activos y localizados sumaron 21.580.000 personas físicas y 693.000 personas morales; al concluir su mandato Felipe Calderón Hinojosa se contabilizaron 38.474.000 de los cuales 36.970.000 fueron personas físicas y únicamente las personas morales registradas fueron 1.503.300; al término del primer año de gestión del Presidente Enrique Peña Nieto la base de contribuyentes alcanzó a contabilizar 40.630.000 de los cuales 39.052.000 eran personas físicas y 1.578.000 personas morales.

Tabla 1						
Número de Contribuyentes Activos y su incremento con relación al período inmediato anterior						
2000 – 2013						
	Contribuyentes Activos Totales		Contribuyentes Activos Personas Físicas		Contribuyentes Activos Personas Morales	
	Miles / incremento	% con base al período anterior	Miles		Miles	
Cuarto Trimestre 2000	7.003		6.500		503	
Cuarto Trimestre 2006	22.273	318,04%	21.580		693	
Cuarto Trimestre 2012	38.473	72,73%	36.970		1.503	
Cuarto Trimestre 2013	40.630	5,60%	39.052		1.578	
Fuente: elaboración propia con base en Informes Tributarios y de Gestión del Servicio de Administración Tributaria (SAT, 2006, 2012).						

Es importante señalar que, para el último trimestre del 2006, las personas físicas asalariadas representaron el 53,31% del total de contribuyentes activos; para el año 2012 el porcentaje alcanzó el 63,54%; al cierre del año 2013 representó el 61,89% y al segundo trimestre del 2014 alcanzaron a constituir el 63,08% de la base activa del país. Cabe destacar que en los Informes Tributarios y de Gestión del SAT (2006), hasta el cuarto trimestre del ejercicio fiscal 2003 no se detallaba en específico el número de contribuyentes asalariados, agrupándose todas las personas físicas por igual. No obstante, a partir del año 2004 en que sí fue considerada la categoría de asalariados, en el informe correspondiente al primer trimestre 2014 significaron el 22,17% y para el cuarto trimestre del 2005 el porcentaje de esta categoría se contabilizó en 52,20%.

3. Evaluación de la significancia para cambios en la media del ISR e IVA

3.1 Método de valoración¹¹

El método aplicado es la prueba T pareada (Zimmerman, 1997; Blair & Higgins, 1980), el cual permite realizar pruebas de significancia para la diferencia media entre observaciones que están relacionadas o son dependientes. Tal como lo mencionado por Box *et al.* (2008), en un análisis de significación o prueba de hipótesis (Pascual *et al.*, 2000; Dillon, 1968), se busca encontrar variaciones excepcionales, de una primera observación con respecto a otra u otras (López & Ortiz, 2009), para conocer si se presenta efectividad en la modificación del promedio en las muestras o grupos comparados, en este caso particular, períodos distintos de recaudación fiscal¹². Debido al interés para conocer cambios significativos, positivos o negativos, y no únicamente incrementos, para todos los casos se plantean las siguientes hipótesis $\mu_1 \neq \mu_2$ con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ en donde μ_1 representa la recaudación del trimestre inicial de un período presidencial y μ_2 la recaudación del trimestre final de ese mismo período presidencial.

El método genérico para evaluar pruebas de hipótesis mediante T pareada (Levine *et al.*, 2014) está conformado de los siguientes pasos:

1. Definir la hipótesis (en el caso del trabajo que las medias no son iguales).
2. Seleccionar el nivel de significancia. Calcular:

$$t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \quad (1)$$

donde

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} \quad (2)$$

y

¹¹ Debido a que el interés es medir la significancia estadística conforme a la recaudación oficial nacional, para este apartado las cifras respetaron la expresión en pesos mexicanos.

¹² Se analiza la recaudación oficial del ISR e IVA, las columnas de datos corresponden a cada trimestre analizado y los renglones expresan la recaudación en cada una de las entidades federativas. Las comparativas se realizaron a valores corrientes, conforme a la información oficial obtenida (SAT, 2015b).

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n-1}} \quad (3)$$

3. Finalmente se prueba la hipótesis y se toma la decisión dependiendo del valor calculado de probabilidad (P) dependiendo el valor obtenido para (T).

Con respecto al intervalo de confianza para la diferencia en las medias¹³ (Levine *et al.*, 2014), se estará a la estimación mediante la forma siguiente:

$$\bar{D} \pm T_{\alpha/2} \frac{S_D}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

también pudiéndose considerar como

$$\bar{D} - T_{\alpha/2} \frac{S_D}{\sqrt{n}} \leq \bar{D} + T_{\alpha/2} \frac{S_D}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

donde $T_{\alpha/2}$ es el valor crítico para la distribución t con $n-1$ grados de libertad para un área de $\alpha/2$ en la cola superior.

Para conocer si los cambios en las medias trimestrales pueden no sólo considerarse significativos sino también establecer la magnitud del cambio encontrado, se agrupan en tres categorías a saber: poca significancia, mediana significancia y gran significancia; para estimar lo anterior se determinará el estadístico delta δ que representa el resultado para la diferencia de medias, asumiendo criterios aceptados en otros estudios precedentes (Rice & Harris, 2005; Ruscio, 2008; Morris & DeShon, 2002), criterios que se detallan a continuación para aplicación en este trabajo:

$$\delta_{\phi\omega} = \frac{2T}{\sqrt{gl}} \quad (6)$$

$\delta \leq 0.200$, *diferencia muy poco significativa*

$0.201 < \delta \leq 0.799$, *diferencia medianamente significativa*

$0.800 \leq \delta$, *diferencia con gran significancia*

3.2 Estimado de cambios significativos con base a los primeros y últimos trimestres de las gestiones presidenciales

Considerando que del año 2000 al segundo trimestre 2015 fueron aplicadas adecuaciones fiscales diversas, de las cuales se esperaría afectación en las personas físicas y morales obligadas al pago de impuestos, a continuación se presenta una primera evaluación, considerando el primer y último trimestres de cada gestión¹⁴ (SAT, 2015b).

¹³ Es posible la estimación por intervalo de confianza de la diferencia entre dos medias utilizando el procedimiento de la diferencia mínima significativa (LSD por sus siglas en inglés) de Fischer.

¹⁴ Para evaluar el período del Presidente Enrique Peña Nieto se considera como último trimestre el que corresponde al segundo trimestre 2015 (SAT, 2015b).

3.2.1 Vicente Fox Quesada: Trimestre 4 2000 vs. Trimestre 4 2006

A. Impuesto sobre la Renta: En este caso no se presenta significancia estadística en los cambios del promedio recaudado debido a que el valor T resultó en -1,85 que incide en el valor $p = 0,074$, el cual al no ser inferior a 0,05 no puede catalogarse como cambio significativo. El estadístico delta fue de 0,665 por lo que bajo este criterio se estaría ante una mediana significancia.

T pareada para Trimestre 4 2000 - Trimestre 4 2006

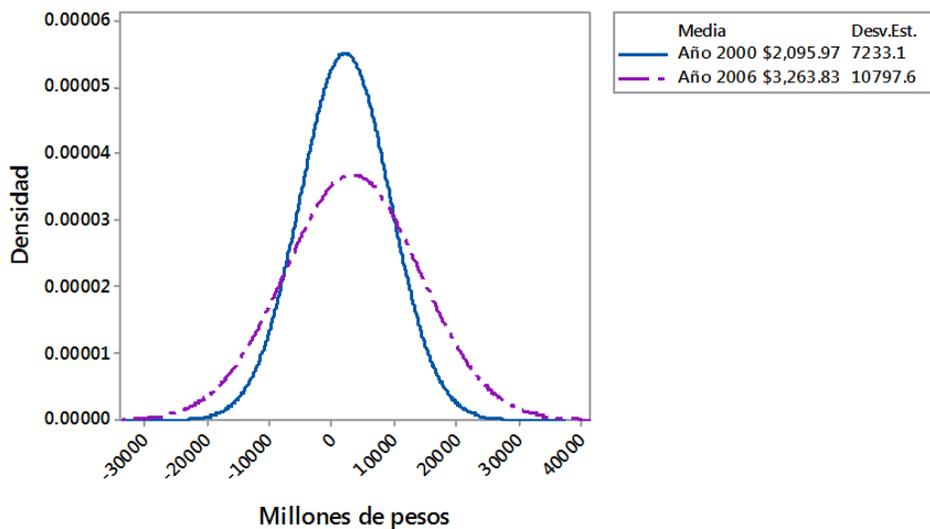
	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
Trimestre 4 2000	32	2096	7233	1279
Trimestre 4 2006	32	3264	10798	1909
Diferencia	32	-1168	3576	632

IC de 95% para la diferencia media: (-2457, 121)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. $\neq 0$): **Valor T = -1,85 Valor p = 0,074**

Gráfica 1

Variación en la media del ISR: Trimestre 4 2000 - Trimestre 4 2006



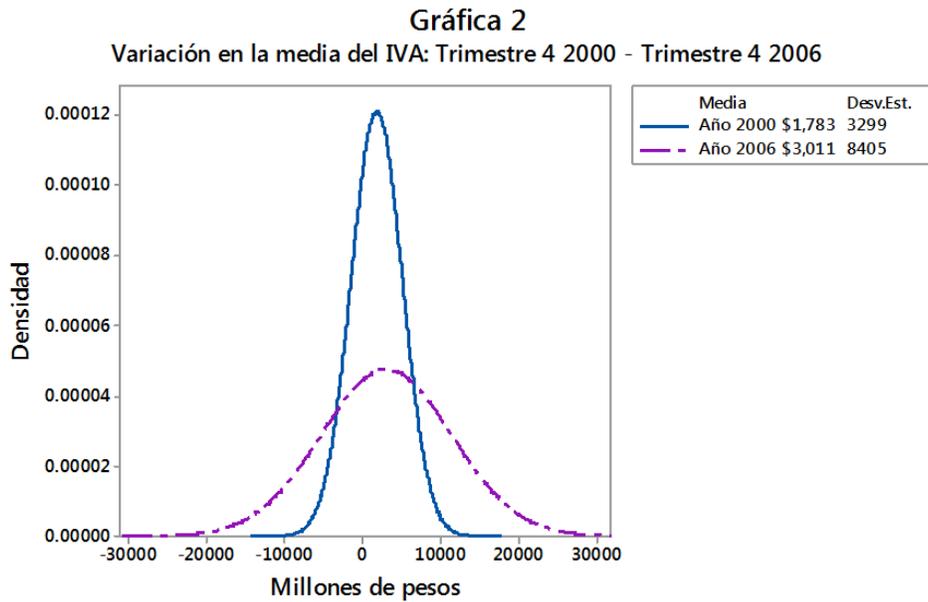
B. Impuesto al Valor Agregado: El valor p obtenido por 0,215 indica que, al igual que con el otro impuesto, en el IVA no se presenta cambio significativo en la media, a pesar de que el valor T es negativo. Sin embargo, no excede el intervalo para catalogarse como estadísticamente significativo. El resultado para el estadístico delta resultó en 0,456; por lo tanto, se puede considerar la comparativa con mediana significancia.

T pareada para IVA Trimestre 4 2000 - IVA Trimestre 4 2006

	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
IVA Trimestre 4 2000	32	1783	3299	583
IVA Trimestre 4 2006	32	3011	8405	1486
Diferencia	32	-1228	5483	969

IC de 95% para la diferencia media: (-3205, 749)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. ≠ 0): **Valor T = -1,27 Valor p = 0,215**



3.2.2 Felipe Calderón Hinojosa: Trimestre 4 2006 vs. Trimestre 4 2012

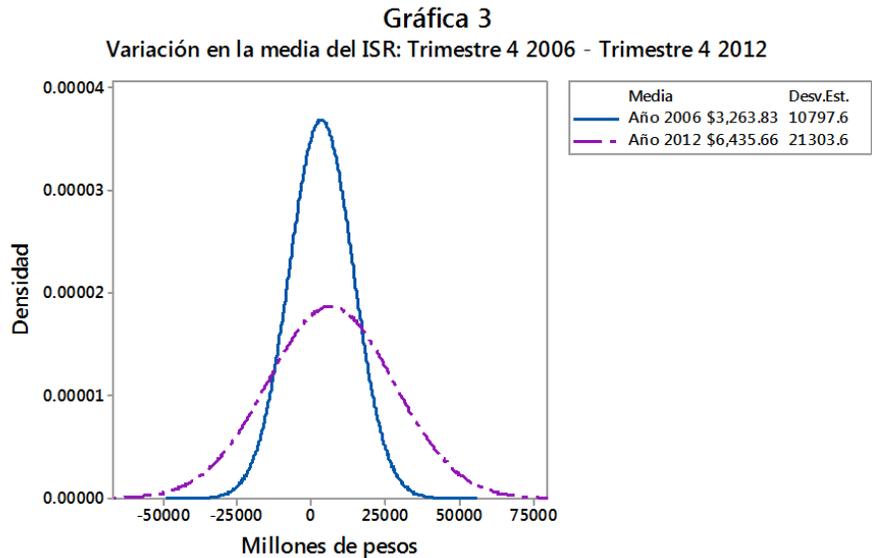
A. Impuesto sobre la Renta: También en este caso no se presenta significancia estadística en los cambios del promedio recaudado debido a que el valor T resultó en -1,71 que incide en el valor $p = 0,74$, el cual al no ser inferior a 0,05 no puede catalogarse como cambio significativo. En lo que corresponde al nivel de significancia, el resultado fue de 0,614, considerado como de mediana significancia.

T pareada para Trimestre 4 2006 - Trimestre 4 2012

	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
Trimestre 4 2006	32	3264	10798	1909
Trimestre 4 2012	32	6436	21304	3766
Diferencia	32	-3172	10515	1859

IC de 95% para la diferencia media: (-6963, 619)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. ≠ 0): **Valor T = -1,71 Valor p = 0,098**



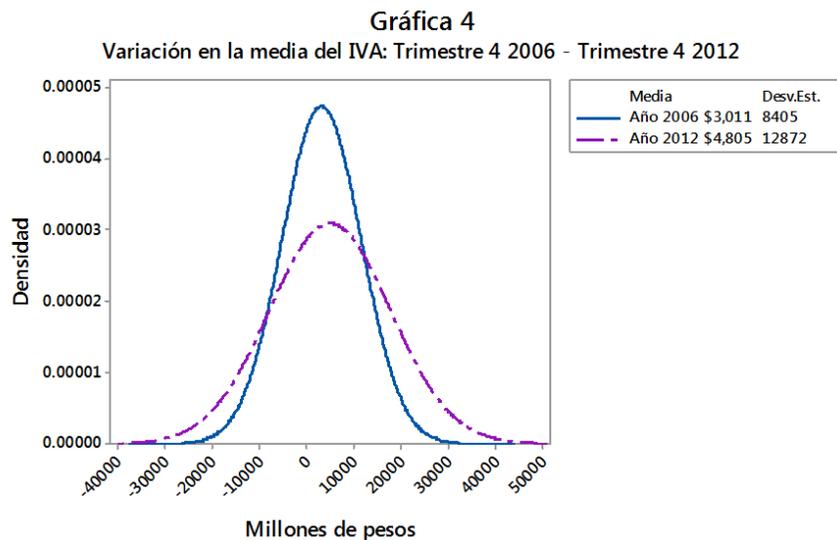
B. Impuesto al Valor Agregado: A diferencia de los estimados anteriores, en estas comparativas sí se puede afirmar la presencia de cambios estadísticamente significativos en la recaudación promedio del IVA toda vez que el valor p resultó en 0,032 inferior al valor crítico de 0,05. El estadístico delta estimado fue de -0,808 por lo que puede ser considerada la comparativa de gran significancia.

T pareada para IVA Trimestre 4 2006 - IVA Trimestre 4 2012

	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
IVA Trimestre 4 2006	32	3011	8405	1486
IVA Trimestre 4 2012	32	4805	12872	2275
Diferencia	32	-1794	4514	798

IC de 95% para la diferencia media: (-3421, -166)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. \neq 0): **Valor T = -2,25 Valor p = 0,032**



3.2.3 Enrique Peña Nieto: Trimestre 4 2012 vs. Trimestre 2 2015

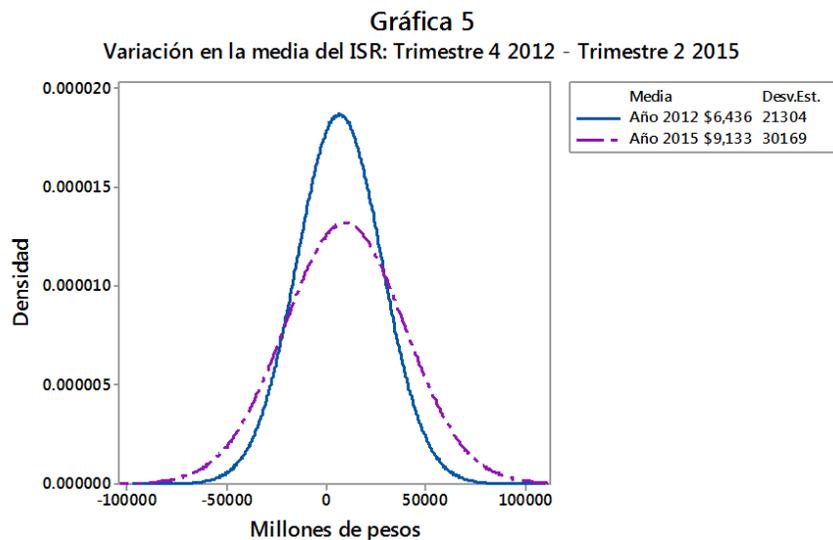
A. Impuesto sobre la Renta. El resultado obtenido en el estadístico T muestra que sí existió un incremento en la recaudación. Sin embargo, el valor obtenido para p indica que no constituye una variación significativa. La magnitud de significancia puede considerarse como mediana en virtud que el resultado para delta fue -0,614.

T pareada para ISR TRIM 4 2012 - ISR TRIM 2 2015

	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
ISR TRIM 4 2012	32	6436	21304	3766
ISR TRIM 2 2015	32	9133	30169	5333
Diferencia	32	-2698	8903	1574

IC de 95% para la diferencia media: (-5908, 512)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. \neq 0): **Valor T = -1,71 Valor p = 0,096**



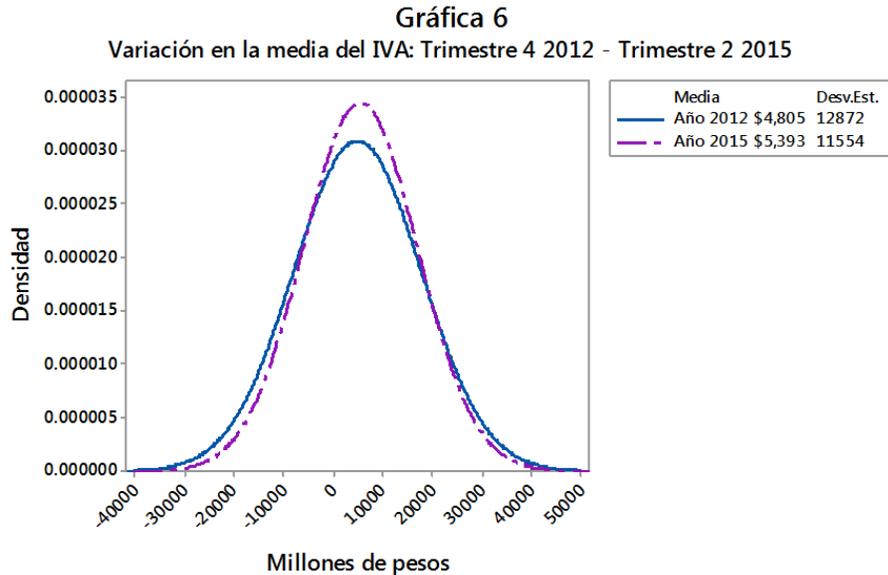
B. Impuesto al Valor Agregado. De acuerdo a los resultados obtenidos, el valor p de 0,414 representa la ausencia de cambio significativo en la recaudación de este concepto. En este caso, el resultado del estadístico delta fue -0,298, por lo que representa una mediana significancia.

T pareada para IVA TRIM 4 2012 - IVA TRIM 2 2015

	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
IVA TRIM 4 2012	32	4805	12872	2275
IVA TRIM 2 2015	32	5393	11554	2043
Diferencia	32	-588	4019	710

IC de 95% para la diferencia media: (-2037, 861)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. \neq 0): **Valor T = -0,83 Valor p = 0,414**



3.3 Estimado de cambios significativos de la recaudación trimestre a trimestre: 2000 a 2015

Con el fin de complementar la investigación, fueron realizados estimados de cambios trimestre a trimestre, a partir del primero del año 2000 y hasta el segundo trimestre del 2015, integrando tablas con los resúmenes de los resultados. Al igual que en la valoración del apartado anterior, para todos los casos el valor crítico o nivel de significancia es $\alpha = 0,05$ y las hipótesis para cada comparativa entre trimestres fue $\mu_1 \neq \mu_2$.

3.3.1 Vicente Fox Quesada: Trimestre 1 2000 a Trimestre 4 2006

A continuación se integra la Tabla 2 que corresponde a la valoración de los trimestres correspondientes a la recaudación del ISR e IVA que en su mayoría estuvieron comprendidos en la gestión de Vicente Fox Quesada. Es importante aclarar que a pesar de que la gestión del ejecutivo federal inició en el mes de diciembre del año 2000, para establecer el patrón de la recaudación fiscal previa al mandato del Presidente Fox, fueron calculados los estadísticos a partir del primer trimestre del año 2000, sin encontrar algún cambio significativo previo en los ingresos obtenidos, lo que evidencia que la administración presidencial anterior, a cargo de Ernesto Zedillo, no tuvo incidencia significativa.

Como se aprecia en la Tabla 2, de los 27 períodos sujetos a valoración únicamente en 6 comparativas se registraron variaciones estadísticamente significativas mediante significancia de $\alpha = 0,05$, destacando que en cuatro de los casos, la significancia fue respecto a una disminución de la recaudación promedio. En los otros 21 períodos, de acuerdo a los resultados, no se puede afirmar cambios importantes en la media de la recaudación de dicho impuesto. Sin embargo, con criterios del meta-análisis a través del estadístico δ , únicamente 4 comparativas serían consideradas como de gran cambio significativo, 20 corresponderían a un cambio medianamente significativo y, finalmente, 3 comparativas presentarían un mínimo cambio significativo.

Tabla 2 Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del ISR Primer Trimestre 2000 a Cuarto Trimestre 2006			
Muestras evaluadas	T	p	δ
Trimestre 1 2000 - Trimestre 2 2000	0,570	0,573	0,205**
Trimestre 2 2000 - Trimestre 3 2000	0,010	0,321	0,363 **
Trimestre 3 2000 - Trimestre 4 2000	- 0,530	0,597	- 0,190 *
Trimestre 4 2000 - Trimestre 1 2001	- 4,150	0,001	- 1,491 ***
Trimestre 1 2001 - Trimestre 2 2001	- 0,650	0,520	- 0,233 **
Trimestre 2 2001 - Trimestre 3 2001	0,360	0,723	0,129 *
Trimestre 3 2001 - Trimestre 4 2001	1,610	0,116	0,578 **
Trimestre 4 2001 - Trimestre 1 2002	- 1,680	0,103	- 0,603 **
Trimestre 1 2002 - Trimestre 2 2002	- 3,210	0,003	- 1,153 ***
Trimestre 2 2002 - Trimestre 3 2002	2,070	0,047	0,744 **
Trimestre 3 2002 - Trimestre 4 2002	2,850	0,008	1,024 ***
Trimestre 4 2002 - Trimestre 1 2003	- 1,640	0,112	- 0,589 **
Trimestre 1 2003 - Trimestre 2 2003	1,650	0,109	0,593 **
Trimestre 2 2003 - Trimestre 3 2003	2,090	0,045	0,751 ***
Trimestre 3 2003 - Trimestre 4 2003	1,090	0,025	0,392 **
Trimestre 4 2003 - Trimestre 1 2004	- 1,420	0,165	- 0,510 **
Trimestre 1 2004 - Trimestre 2 2004	1,500	0,144	0,539 **
Trimestre 2 2004 - Trimestre 3 2004	1,330	0,192	0,478 **
Trimestre 3 2004 - Trimestre 4 2004	- 0,010	0,990	- 0,004 *
Trimestre 4 2004 - Trimestre 1 2005	- 1,720	0,096	- 0,618 **
Trimestre 1 2005 - Trimestre 2 2005	0,930	0,358	0,334 **
Trimestre 2 2005 - Trimestre 3 2005	1,250	0,221	0,449 **
Trimestre 3 2005 - Trimestre 4 2005	- 1,090	0,285	- 0,392 **
Trimestre 4 2005 - Trimestre 1 2006	- 1,600	0,119	- 0,575 **
Trimestre 1 2006 - Trimestre 2 2006	- 1,330	0,195	- 0,478 **
Trimestre 2 2006 - Trimestre 3 2006	1,640	0,112	0,589 **
Trimestre 3 2006 - Trimestre 4 2006	1,330	0,192	0,478 **

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del ISR en los períodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.

2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia

La Tabla 3 presenta las valoraciones correspondientes a la recaudación del IVA.

Tabla 3			
Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del IVA			
Primer Trimestre 2000 a Cuarto Trimestre 2006			
Muestras evaluadas	T	P	δ
Trimestre 1 2000 - Trimestre 2 2000	- 1,150	0,259	- 0,413 **
Trimestre 2 2000 - Trimestre 3 2000	- 1,130	0,267	- 0,406 **
Trimestre 3 2000 - Trimestre 4 2000	- 2,620	0,014	- 0,941 ***
Trimestre 4 2000 - Trimestre 1 2001	- 0,220	0,827	- 0,079 *
Trimestre 1 2001 - Trimestre 2 2001	3,030	0,005	1,088 ***
Trimestre 2 2001 - Trimestre 3 2001	0,700	0,492	0,251 **
Trimestre 3 2001 - Trimestre 4 2001	- 1,520	0,140	- 0,546 **
Trimestre 4 2001 - Trimestre 1 2002	1,750	0,089	0,629 **
Trimestre 1 2002 - Trimestre 2 2002	- 1,650	0,109	- 0,593 **
Trimestre 2 2002 - Trimestre 3 2002	0,810	0,423	0,291 **
Trimestre 3 2002 - Trimestre 4 2002	- 1,240	0,223	- 0,445 **
Trimestre 4 2002 - Trimestre 1 2003	- 0,330	0,746	- 0,119 *
Trimestre 1 2003 - Trimestre 2 2003	- 1,220	0,230	- 0,438 **
Trimestre 2 2003 - Trimestre 3 2003	1,300	0,202	0,467 **
Trimestre 3 2003 - Trimestre 4 2003	- 1,600	0,120	- 0,575 **
Trimestre 4 2003 - Trimestre 1 2004	- 1,150	0,258	- 0,413 **
Trimestre 1 2004 - Trimestre 2 2004	- 1,630	0,113	- 0,586 **
Trimestre 2 2004 - Trimestre 3 2004	1,040	0,306	0,374 **
Trimestre 3 2004 - Trimestre 4 2004	- 1,500	0,143	- 0,539 **
Trimestre 4 2004 - Trimestre 1 2005	- 0,540	0,592	- 0,194 *
Trimestre 1 2005 - Trimestre 2 2005	- 0,630	0,531	- 0,226 **
Trimestre 2 2005 - Trimestre 3 2005	0,570	0,572	0,205 **
Trimestre 3 2005 - Trimestre 4 2005	- 1,170	0,252	- 0,420 **
Trimestre 4 2005 - Trimestre 1 2006	- 1,610	0,118	- 0,578 **
Trimestre 1 2006 - Trimestre 2 2006	0,300	0,769	0,108 *
Trimestre 2 2006 - Trimestre 3 2006	- 0,420	0,677	- 0,151 *
Trimestre 3 2006 - Trimestre 4 2006	0,660	0,514	0,237 **

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del IVA en los periodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.

2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia.

Se puede apreciar que en lo que correspondió a la recaudación de este impuesto y considerando la significancia $\alpha = 0,05$ únicamente en dos casos se consideraría presencia para un cambio significativo. Por otra parte, y con ese mismo método y criterio, se puede afirmar que en 25 de las comparativas no se presentó cambio significativo en la media.

Aplicando el criterio del estadístico δ , se conoció que en solamente 2 comparativas se presentaron casos de gran significancia; en 20 comparativas se estaría frente a medianos cambios significativos y en 5 ocasiones se consideran cambios menores en cuanto a significancia.

3.3.2 Felipe Calderón Hinojosa¹⁵: Trimestre 1 2007 a Trimestre 4 2012

La Tabla 4 presenta la valoración de cambios a partir del Primer Trimestre del 2007 y hasta el Cuarto del 2012, período que correspondió en la mayor parte de la temporalidad a la gestión del Presidente Calderón.

Tabla 4			
Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del ISR			
Primer Trimestre 2007 a Cuarto Trimestre 2012			
Muestras evaluadas	T	P	δ
Trimestre 1 2007 - Trimestre 2 2007	-1,150	0,258	-0,413**
Trimestre 2 2007 - Trimestre 3 2007	1,150	0,258	0,413**
Trimestre 3 2007 - Trimestre 4 2007	-0,510	0,610	-0,183*
Trimestre 4 2007 - Trimestre 1 2008	-2,090	0,045	-0,751**
Trimestre 1 2008 - Trimestre 2 2008	0,350	0,726	0,126*
Trimestre 2 2008 - Trimestre 3 2008	1,570	0,127	0,564**
Trimestre 3 2008 - Trimestre 4 2008	-0,820	0,419	-0,295**
Trimestre 4 2008 - Trimestre 1 2009	-2,100	0,044	-0,754**
Trimestre 1 2009 - Trimestre 2 2009	1,720	0,096	0,618**
Trimestre 2 2009 - Trimestre 3 2009	1,730	0,093	0,621**
Trimestre 3 2009 - Trimestre 4 2009	-0,900	0,377	-0,323**
Trimestre 4 2009 - Trimestre 1 2010	-1,900	0,067	-0,683**
Trimestre 1 2010 - Trimestre 2 2010	1,290	0,206	0,463**
Trimestre 2 2010 - Trimestre 3 2010	1,730	0,094	0,621**
Trimestre 3 2010 - Trimestre 4 2010	-0,920	0,365	-0,330**
Trimestre 4 2010 - Trimestre 1 2011	-1,850	0,073	-0,665**
Trimestre 1 2011 - Trimestre 2 2011	1,560	0,129	0,560**
Trimestre 2 2011 - Trimestre 3 2011	1,290	0,208	0,463**
Trimestre 3 2011 - Trimestre 4 2011	-1,350	0,187	-0,485**
Trimestre 4 2011 - Trimestre 1 2012	-1,610	0,118	-0,578**
Trimestre 1 2012 - Trimestre 2 2012	1,040	0,305	0,374**
Trimestre 2 2012 - Trimestre 3 2012	2,250	0,032	0,808**
Trimestre 3 2012 - Trimestre 4 2012	0,520	0,608	0,187*

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del IVA en los períodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.

2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia.

¹⁵ Debido a que en la Tabla 2 se valoró el cambio al cuarto trimestre del 2006, período en que inició a gobernar el Presidente Calderón, es la razón por la que no se incluyó nuevamente.

Como se puede apreciar, únicamente con el criterio de significancia 0,05 de las 23 comparaciones analizadas, únicamente en 3 de estas se presentaron cambios significativos en el ISR. Aplicando el criterio del estadístico δ , en ninguna comparativa se presentó gran significancia estadística, 20 se consideran como de mediana significancia y 3 de poca significancia.

La Tabla 5 muestra los resultados correspondientes al Impuesto al Valor Agregado durante la gestión de Felipe Calderón.

Tabla 5			
Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del IVA			
Primer Trimestre 2007 a Cuarto Trimestre 2012			
Muestras evaluadas	T	P	δ
Trimestre 1 2007 - Trimestre 2 2007	1,430	0,162	0,514 **
Trimestre 2 2007 - Trimestre 3 2007	0,570	0,571	0,205**
Trimestre 3 2007 - Trimestre 4 2007	-0,720	0,477	-0,259 **
Trimestre 4 2007 - Trimestre 1 2008	-1,760	0,089	-0,632**
Trimestre 1 2008 - Trimestre 2 2008	1,540	0,134	0,553**
Trimestre 2 2008 - Trimestre 3 2008	-1,180	0,248	-0,424 **
Trimestre 3 2008 - Trimestre 4 2008	1,300	0,203	0,467**
Trimestre 4 2008 - Trimestre 1 2009	-0,670	0,506	-0,241 **
Trimestre 1 2009 - Trimestre 2 2009	1,980	0,057	0,711 **
Trimestre 2 2009 - Trimestre 3 2009	-2,010	0,053	-0,722 **
Trimestre 3 2009 - Trimestre 4 2009	-0,420	0,680	-0,151 *
Trimestre 4 2009 - Trimestre 1 2010	-1,610	0,118	-0,578 **
Trimestre 1 2010 - Trimestre 2 2010	1,170	0,250	0,420 **
Trimestre 2 2010 - Trimestre 3 2010	-0,690	0,498	-0,248**
Trimestre 3 2010 - Trimestre 4 2010	-1,450	0,158	-0,521 **
Trimestre 4 2010 - Trimestre 1 2011	-0,160	0,876	-0,057 *
Trimestre 1 2011 - Trimestre 2 2011	0,950	0,351	0,341 **
Trimestre 2 2011 - Trimestre 3 2011	-0,001	1,000	-0,000 *
Trimestre 3 2011 - Trimestre 4 2011	-2,330	0,026	-0,837 **
Trimestre 4 2011 - Trimestre 1 2012	2,750	0,010	0,988 **
Trimestre 1 2012 - Trimestre 2 2012	-0,830	0,415	-0,298 **
Trimestre 2 2012 - Trimestre 3 2012	-1,520	0,138	-0,546 **
Trimestre 3 2012 - Trimestre 4 2012	0,970	0,341	0,348 **

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del IVA en los períodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.

2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia.

Considerando únicamente el criterio de $\alpha = 0,05$ conforme a la Tabla 5, solo en 2 de las valoraciones es posible afirmar un cambio, positivo, estadísticamente significativo y en un caso se determina cambio pero en disminución de la recaudación registrada. Sin embargo, bajo los criterios adoptados para δ , se obtuvo que en ningún caso se puede argumentar una gran significancia, en 20 de las comparativas se presentaría media significancia y en 3 casos se presentó poca significancia.

3.3.3 Enrique Peña Nieto: Trimestre 4 2012 a Trimestre 2 2015

En lo que respecta al período de gestión presidencial, aún en curso, del Presidente Enrique Peña Nieto, se obtuvieron los siguientes resultados.

Tabla 6			
Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del ISR			
Cuarto Trimestre 2012 a Segundo Trimestre 2015			
Muestras evaluadas	T	P	δ
Trimestre 4 2012 - Trimestre 1 2013	- 2,290	0,029	- 0.823**
Trimestre 1 2013 - Trimestre 2 2013	- 1,270	0,214	- 0.456**
Trimestre 2 2013 - Trimestre 3 2013	1,840	0,075	0.661**
Trimestre 3 2013 - Trimestre 4 2013	0,590	0,558	0.212**
Trimestre 4 2013 - Trimestre 1 2014	0,600	0,553	0.216**
Trimestre 1 2014 - Trimestre 2 2014	0,050	0,962	0.018*
Trimestre 2 2014 - Trimestre 3 2014	- 1,030	0,310	- 0.370**
Trimestre 3 2014 - Trimestre 4 2014	- 0,880	0,387	- 0.316**
Trimestre 4 2014 - Trimestre 1 2015	- 1,680	0,102	- 0.603**
Trimestre 1 2015 - Trimestre 2 2015	1,920	0,064	0.690**

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del IVA en los períodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

- 1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.
- 2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia.

Como se aprecia en la Tabla 6, de acuerdo al criterio de valor crítico de $\alpha = 0,05$, en solo una de las valoraciones se registró un cambio significativo y positivo en la media de la recaudación del ISR. Considerando los criterios adoptados para el estadístico δ , ninguna comparativa resultó de gran significancia, 9 fueron de mediana significancia y solamente 1 comparativa puede considerarse como de poca significancia.

En lo que corresponde al IVA, se realizaron valoraciones de cambios significativos en los mismos períodos que para el ISR, con la finalidad de poder fortalecer las conclusiones de la presente investigación, además de conocer la eficacia o no de las adecuaciones fiscales y en cuál de los dos impuestos analizados se hubiera logrado incidir con mayor medida.

Tabla 7			
Pruebas a los cambios en las medias de la recaudación del IVA			
Cuarto Trimestre 2012 a Segundo Trimestre 2015			
Muestras evaluadas	T	P	δ
Trimestre 4 2012 - Trimestre 1 2013	- 0,860	0,396	- 0.309**
Trimestre 1 2013 - Trimestre 2 2013	1,140	0,264	0.410**
Trimestre 2 2013 - Trimestre 3 2013	- 1,940	0,061	- 0.697**
Trimestre 3 2013 - Trimestre 4 2013	- 0,760	0,453	- 0.273**
Trimestre 4 2013 - Trimestre 1 2014	0,600	0,553	0.216**
Trimestre 1 2014 - Trimestre 2 2014	0,050	0,962	0.018*
Trimestre 2 2014 - Trimestre 3 2014	- 1,030	0,310	- 0.370**
Trimestre 3 2014 - Trimestre 4 2014	- 0,520	0,605	- 0.187*
Trimestre 4 2014 - Trimestre 1 2015	0,980	0,332	0.352**
Trimestre 1 2015 - Trimestre 2 2015	0,100	0,919	0.036*

Fuente: elaboración propia con base a la recaudación oficial del IVA en los períodos que se indican (SAT, 2015b).

Notas:

1) En los casos que el valor para la prueba T resultó con el signo negativo, significa que la media de la recaudación, a cifras corrientes, fue más grande en el período último conocido que el más antiguo, sin embargo es independiente a cambios significativos en la media que sobrepasan el intervalo de la prueba.

2) De acuerdo al criterio adoptado para este estudio con base al estadístico δ los asteriscos significan lo siguiente:

* = poca significancia; ** = mediana significancia; *** = gran significancia.

Como se aprecia en la Tabla 7, a pesar de haberse homologado el IVA para todo el país, bajo el criterio de $\alpha = 0,05$, las 10 pruebas realizadas establecen que no existe variación significativa en la recaudación promedio, inclusive en 5 de las pruebas realizadas se obtuvo una disminución de la media de dicho impuesto. Mediante los criterios adoptados para el estadístico δ , ninguna comparativa presentó gran significancia; 6 resultaron con mediana significancia y 2 comparativas con poca significancia.

4. Conclusiones

Mediante pruebas aplicadas a los primeros y últimos trimestres de los períodos presidenciales de Vicente Fox Quesada, Felipe Calderón Hinojosa y cuarto trimestre del 2012 – segundo trimestre del 2015 en la gestión de Enrique Peña Nieto, bajo el criterio de valor crítico $\alpha = 0,05$, se concluye que los cambios en materia fiscal en la gestión de Vicente Fox no lograron eficiencia alguna debido a que las pruebas de significancia aplicadas para el ISR como para el IVA no mostraron cambios en la media.

Considerando el criterio del estadístico δ para obtener resultados con alguna categoría de cambios, se concluye que en todas las administraciones mencionadas anteriormente, existió mediana significancia, pudiendo establecer que la última reforma fiscal implementada con afectación al ISR no resultó distinta a las comparativas de períodos que le antecedieron.

En las valoraciones para la recaudación, competencia de Felipe Calderón Hinojosa, bajo el criterio de valor crítico $\alpha = 0,05$, únicamente se presentó eficiencia, positiva en la recaudación del IVA. Sin embargo, en cuanto al ISR se concluye que las medidas

implementadas en su administración no lograron ningún cambio significativo. Durante esta misma administración, los resultados para δ permiten concluir que fue la única comparativa con resultado de gran significancia.

Para la comparativa, parcial, del cuarto trimestre del 2012 al segundo trimestre del 2015, correspondientes a la titularidad de Enrique Peña Nieto, existen elementos estadísticos para afirmar que no se presentó cambio significativo en la recaudación del ISR y tampoco para el IVA, inclusive, en este último caso se presentó el más incipiente desempeño positivo, a pesar de haberse aplicado un incremento en la tasa general del 16% a partir del año 2014, por lo que se concluye que la reforma no mostró haber dado resultados.

Las pruebas de significancia entre trimestre y trimestre bajo el parámetro δ , iniciando en el primero del año 2000 y concluyendo en el segundo del 2015; en lo que correspondió al Impuesto Sobre la Renta recaudado en tiempos de Vicente Fox Quesada, se concluye que su período puede ser considerado como de mediana significancia ya que de las 27 comparativas en 20 de éstas el resultado fue de mediana significancia. En lo que correspondió al IVA durante la misma administración presidencial, también se concluye un resultado de mediana significancia ya que en 20 comparativas se determinó mediana significancia.

Durante el período presidencial de Felipe Calderón Hinojosa, en cuanto al ISR se concluye que la gestión fue medianamente significativa ya que de 23 comparativas realizadas, en 20 de los casos el resultado fue bajo esta categoría. En este mismo período de gestión, en cuanto al IVA se concluye un resultado medianamente significativo pues así lo demuestran 20 de las comparativas realizadas.

Mediante las mismas valoraciones trimestre a trimestre con criterios adoptados para los valores en δ , a partir del cuarto trimestre del 2012 y hasta el segundo del 2015, durante el mandato de Enrique Peña Nieto, tanto para el ISR como para el IVA se concluye una gestión de mediana significancia, destacando además que ha sido el peor desempeño en cuanto a la recaudación si se consideran las modificaciones fiscales implementadas, entre ellas la homologación de tasa en IVA al 16%.

De acuerdo a todas las pruebas T pareada y valor P utilizadas para detectar cambios significativos en el promedio de la recaudación de interés, se afirma que las reformas fiscales no han incidido contundentemente en la recaudación. En general no existe eficiencia en ninguna de las tres últimas gestiones presidenciales; por lo tanto se exhorta al ejecutivo y al Congreso de la Unión a una mayor reflexión en el momento de proponer cambios en esta materia.

El incremento en la base de contribuyentes activos registrados por el SAT no ha sido elemento fundamental para aumentar significativamente la recaudación. A pesar de que se amplió el número de obligados, en su gran mayoría han sido personas físicas y las pruebas realizadas, casi en su totalidad, no aportan evidencia para considerar cambios significativos en la recaudación; esta situación deberá ser profundamente analizada para tratar de cambiar el perfil de los contribuyentes ya que desde el año 2000 y hasta el Informe Tributario y de Gestión al segundo trimestre del 2015, las personas físicas representan más del 90% del total general y, en específico, los asalariados constituyen el 58,26%.

La propuesta final es que el ejecutivo, a través de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, instruya al Servicio de Administración Tributaria a implementar análisis de significancia estadística en un máximo de tres trimestres posteriores a la aplicación de cualquier nueva medida impositiva. De esta forma se podrán realizar valoraciones concretas que identifiquen cambios o adiciones que sí lograron una mayor recaudación o, en su caso, detectar aquellos que únicamente causan mayor carga tributaria a los contribuyentes pero que no necesariamente logran hacer eficiente la recaudación.

Referencias

- Anguiano, A. (2012). La guerra que no dice su nombre. *Cotidiano - Revista de la Realidad Mexicana*, (173), 15-20.
- Banco de México. (2007). *Informe Anual 2006*. México: Banco de México.
- Banco de México. (2015a). *Página Oficial del Banco de México*. Obtenido de Gráficas de Coyuntura: <http://www.bancomexico.gob.mx/politica-monetaria-e-inflacion/estadisticas/graficas-de-coyuntura/mercado-cambiario/tipos-cambio.html> [21 de agosto de 2015].
- Banco de México. (2015b). *Tipos de cambio y resultados históricos de las subastas*. Obtenido de <http://www.bancomexico.gob.mx/politica-monetaria-e-inflacion/estadisticas/graficas-de-coyuntura/mercado-cambiario/tipos-cambio.html> [25 de agosto de 2015].
- Bennet, J.; Briggs, W. & Triola, M. (2011). *Razonamiento estadístico*. México: Pearson.
- Blair, R.C. & Higgins, J. (1980). A comparison of the power of Wilcoxon's rank-sum statistic to that of Student's t statistic under various nonnormal distributions. *Journal of Educational Statistics*, 5 (4), 309-334.
- Borenstein, M.; Hedges, L.V.; Higgins, J. & Rothstein, H. R. (2009). *Introduction to Meta-Analysis*. United Kingdom: Wiley.
- Borjas, A. (2003). La campaña presidencial de Vicente Fox y el modelo propagandista de comunicación política. *América Latina Hoy*, abril, 101-122.
- Box, G.; Hunter, J. & Hunter, W. (2008). *Estadística para Investigadores, Diseño, innovación y descubrimiento*. España: Reverté.
- Briggs, D. (2005). META-ANALYSIS. A case of study. *Evaluation Review*, Vol. 29, No. 2, 87-127.
- Cámara de Diputados (2015). *Página oficial de la Cámara de Diputados*. Obtenido de <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/abro/lia.htm> [2 septiembre 2015].
- Card, N. (2012). *Applied Meta-Analysis for Social Science Research*. New York: The Guilford Press.
- Centro de Estudios de las Finanzas Públicas (2014). Evaluación de los Ingresos Tributarios en México 2000 - 2012. *Revista Finanzas Públicas*, Vol. 5, No. 12, 13-110.
- Charnock, G. (2005). The crisis of Foxism; The political economy of fiscal reform in Mexico. *Capital & Class*, 29 (86), 1-8.

- Congreso de la Unión (2007). *Ley del Impuesto Empresarial a Tasa Única*. México: Congreso de la Unión.
- Congreso de la Unión (2015). *Secretaría de Hacienda y Crédito Público*. Obtenido de http://www.shcp.gob.mx/INGRESOS/Ingresos_ley/2014/lif_2014.pdf [08 de noviembre de 2015].
- Dillon, J. (1968). Significancia Estadística versus Significancia Económica en la Extensión e Investigación Agrícola: Una Reseña Pro-Bayesiana. *Cuadernos de Economía*, 5 (16), 15-29.
- Fidler, S. (1996). Mexico: What kind of transition? *International Affairs*, 72 (4), 713-725.
- Flannery, N.P. (2013). Calderón's War. *Journal of International Affairs*, 66 (2), 181-196.
- Fox, V. (2000). *Iniciativa para la Ley de Ingresos de la Federación 2001*. México: Presidencia de la República.
- García-Alba Iduñate, P. (2006). La estructura del IVA en México. *Análisis Económico*, Vol. XXI, No. 48, 121-138.
- Glass, G. (1976). *Primary, secondary, and Meta-Analysis of Research*. USA: University of Colorado.
- Hedges, L.V. (1983). *Statistical methods for meta-analysis*. Princeton: Academic Press.
- Langston, J. & Pérez, B. (2009). México 2008: el año en que se vivió en peligro. *Revista de Ciencia Política*, 29 (2), 491-513.
- Levine, D.; Krehbiel, T. & Berenson, M. (2014). *Estadística para Administración*. México: Pearson.
- López, L.F. & Ortiz, E. (2009). Medición multidimensional de la pobreza en México: significancia estadística en la inclusión de dimensiones no monetarias. *Estudios Económicos* 2009, 3-33.
- Morris, B. & DeShon, R. (2002). Combining Effect Size Estimates in Meta-Analysis With Repeated Measures and Independent-Groups Designs. *Psychological Methods*, 7 (1), 105-125.
- Murphy, A. (2010). A Colossal Failure of Common Sense: The Inside Story of the Collapse of Lehman Brothers. *Journal of Applied Finance*, 20 (1), 145-147.
- Navarrete, J.P. (2012). Consenso y liderazgo político en el gobierno de Felipe Calderón: 2006-2011. *CONfines de Relaciones Internacionales y Ciencia Política*, Vol. 8, No. 5, 11-47.
- Ornelas, J. (2001). El Proyecto Económico de Vicente Fox. *Aportes*, Vol. VI, No. 17, 111-123.
- Pascual, J., Pérez, J. & Frías, M.D. (2000). Significación estadística, importancia del efecto y replicabilidad de los datos. *Psicothema*, 12, 408-412.
- Presidencia de la República (2013). *Iniciativa para la Ley de Ingresos de la Federación del Ejercicio Fiscal 2014*. México: Presidencia de la República.
- Presidencia de la República. (2015). *Plan Nacional de Desarrollo 2013 - 2018*. Obtenido de <http://pnd.gob.mx/> [26 de agosto de 2015].

- Rice, M. & Harris, G. (2005). Comparing Effect Sizes in Follow-Up Studies: ROC Area, Cohen's d, and r . *Law and Human Behavior*, Vol. 29, No. 5, 615-620.
- Romero, M. (2012). El sexenio de Ernesto Zedillo visto desde el presente. *Cotidiano - Revista de la Realidad Mexicana*, (172), 5-17.
- Rothman, J. (1995). The New Sexenio. *Marketing Management*, 3 (4), 41-48.
- Ruscio, J. (2008). A Probability-Based Measure of Effect Size: Robustness to Base Rates and Other Factors. *Psychological Methods*, Vol. 13, No. 1, 19-30.
- Salinas de Gortari, C. (2010). *Democracia Republicana. Ni Estado ni mercado: una alternativa ciudadana*. México: Debate.
- SAT (2006). *Informe Tributario y de Gestión 2005*. México: Servicio de Administración Tributaria.
- SAT (2007). *Principales reformas a las leyes fiscales 2007*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SAT (2011). *Informe Tributario y de Gestión, Primer Trimestre 2011*. México: Servicio de Administración Tributaria.
- SAT (2012). *Informe Tributario y de Gestión, Cuarto Trimestre del 2011*. México: Servicio de Administración Tributaria.
- SAT (2015a). *Informe Tributario y de Gestión Enero - Marzo 2015*. México: SHCP.
- SAT (2015b). *Respuesta a solicitudes de información, folios: 0610100190414; 0610100140615; 0610100140815*. México: Servicio de Administración Tributaria.
- SAT (2015c). *Servicio de Administración Tributaria*. Obtenido de Transparencia Focalizada: http://www.sat.gob.mx/transparencia/transparencia_focalizada/Paginas/transparencia_focalizada.aspx [12 de noviembre de 2015].
- SHCP (2000a). *Presupuesto de Egresos de la Federación. Exposición de Motivos*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2000b). *Proyecto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal 2001*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2005). *Ley de Ingresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal 2006*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2006). *Iniciativa de la Ley de Ingresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2007*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2007). *Iniciativa de la Ley de Ingresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal 2008*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2011). *Iniciativa para la Ley de Ingresos de la Federación del Ejercicio Fiscal 2012*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

- SHCP (2013a). *Iniciativa para la Ley de Ingresos del Ejercicio Fiscal 2013*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- SHCP (2013b). *Informe Semanal del Vocero 28 de octubre - 1o. de noviembre 2013*. México: Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- Smith, G. (2000). Tax Reform: Mexico's Fox is Pushing the Case. *Businessweek*, (3691), 52-54.
- Smith, B. (2011). September 2008 Where I was when... Collapse of Lehman Brothers. *Benefits Canada*, 35(5), 70.
- Steele, S. (2014). The Collapse of Lehman Brothers and Derivative Disputes: The Relevance of Bankruptcy Cultures to Roles for Courts and Attitudes of Judges. . *Law In Context*, 30 (1), 51-84.
- Wackerly, D., Mendenhall, W. & Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con aplicaciones*. México: Cengage Learning.
- Zedillo, E. (2000). Palabras del presidente Ernesto Zedillo durante la ceremonia de inauguración de las reuniones de gobernadores de bancos centrales. *Boletín del Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos*, 46 (4), 153-155.
- Zedillo Ponce de León, E. (1999). *Iniciativa de la Ley de Ingresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal del año 2000*. México: Presidencia de la República.
- Zimmerman, D. (1997). A Note on Interpretation of the Paired-Samples t Test. *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 22 (3), 349-360.



Aplicación de dos técnicas del análisis multivariado en el mercado de valores mexicano

QUIROGA JUÁREZ, CHRISTIAN ARTURO

Universidad Politécnica del Bicentenario, Guanajuato (México)
Correo electrónico: cquirogaj@upbicentenario.edu.mx

VILLALOBOS ESCOBEDO, AGLAÉ

Universidad Autónoma de Nuevo León (México)
Correo electrónico: robotica01.gt01@pmc.gob.mx

RESUMEN

Esta investigación complementa al análisis técnico bursátil y tiene por objetivo clasificar 88 emisoras de la Bolsa Mexicana de Valores, utilizando el análisis de componentes principales y el análisis discriminante lineal (PCA y LDA, respectivamente, por sus siglas en inglés), con la hipótesis de agrupar emisoras en función de su comportamiento bursátil y del sector económico al que pertenecen.

La metodología consistió en recabar el volumen de acciones negociadas (variables de entrada) del *software* Infosel Financiero correspondiente a 88 emisoras durante el periodo de enero 2015 a marzo 2016. Posteriormente, los datos (variables de entrada) se normalizaron para eliminar su variación natural y se aplicó el PCA y LDA obteniendo tres grupos que no atienden un criterio de importancia, es decir el grupo uno no representa mayor importancia que los grupos subsecuentes.

Cada grupo mantiene correlación con cada elemento que lo conforma, pero no mantiene correlación con los elementos de otros grupos, es decir si alguna empresa perteneciente a alguno de los grupos presenta movimientos al alza o baja, las demás acciones del mismo grupo también mostrarán esa tendencia, pero las empresas de los otros grupos no necesariamente se comportarán así.

Los resultados obtenidos representan un aporte significativo para la creación de un portafolio de inversión ya que se tiene un panorama esclarecedor de las empresas analizadas. Sin embargo, se sugiere complementar con el enfoque de análisis fundamental para analizar la parte intrínseca de las emisoras a mayor profundidad, siempre con el objetivo de buscar minimizar los riesgos de inversión.

Palabras claves: finanzas; métodos cuantitativos; negocios y administración.

Clasificación JEL: G11; G23; C38; C44; M21.

MSC2010: 62H25; 62H30; 91G10; 91B26.

Artículo recibido el 20 de mayo de 2016 y aceptado el 19 de septiembre de 2016.

Application of Two Techniques of Multivariate Analysis in the Mexican Stock Market

ABSTRACT

This article is a supplement to the stock technical analysis and its main objective is to classify 88 companies belonging to the Mexican Stock Exchange. Using principal component analysis (PCA) and linear discriminant analysis (LDA), the input hypothesis is to group companies according to their market performance and the economic sector to they belong.

The methodology consisted in collecting the volume of shares traded indicator (input variables) corresponding to 88 companies for the period January 2015 to March 2016, the input data come from Infotel financial software. After that the input data were normalized and subsequently the PCA and LDA methods were applied to obtain three groups that do not meet an importance criterion.

Each group has correlation with each element that makes up, but does not maintain correlation with the elements of other groups; so that if any company belonging to one of the groups presents some tendency, the other actions of the same group also showed that same trend, but companies from other groups will not tend necessarily in the same way.

The results represent a significant contribution to the creation of investment portfolios. However, the authors suggest complement this analysis with the fundamental analysis approach to study issuers and reduce investment risks.

Keywords: finance; quantitative methods; business administration.

JEL classification: G11; G23; C38; C44; M21.

MSC2010: 62H25; 62H30; 91G10; 91B26.



1.- Introducción

Quiroga y Villalobos (2015), con base en Madura (2001), mencionan que los mercados de valores son las organizaciones donde se proveen las facilidades para negociar valores o títulos entre personas que cuentan con excedente de capital y personas quienes demandan capital. Dicho mercado se divide en mercado primario, donde se negocian valores nuevos, y mercado secundario, donde se negocian valores ya existentes. En México la instancia encargada de esta labor es la Bolsa Mexicana de Valores (BMV).

Para analizar la evolución del mercado de valores existen dos enfoques: el enfoque fundamental y el enfoque técnico. Ambos tienen un objetivo en común, el cual consiste en pronosticar atinadamente el comportamiento del mercado (Murphy, 2000).

Según Rueda (2005), la manera en que se analiza un mercado desde el punto de vista del análisis técnico es considerando los indicadores de volumen, precio máximo, precio mínimo, precios de apertura o precios de cierre, los cuales reflejan el comportamiento de todas y cada una de las acciones en un día en específico.

Quiroga *et al.* (2016) mencionan que al analizar el mercado se tienen que analizar indicadores para cada una de las acciones durante cada uno de los días lo cual implica desgaste y tiempo para el analista.

La dificultad aumenta cuando se pretende analizar varias acciones interactuando en conjunto a través del tiempo con la intencionalidad de obtener tendencias y pronosticar.

Planteada la problemática de esta investigación, se propone la utilización de dos herramientas del análisis multivariado para aplicarlas al mercado de valores; en específico al análisis de la correlación entre diferentes emisoras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

Las herramientas propuestas son: el análisis de componentes principales (PCA por sus siglas en inglés) y el análisis discriminante lineal (LDA por sus siglas en inglés).

El PCA pertenece al análisis multivariado, el cual permite analizar diversos conjuntos de datos históricos y proyectar su comportamiento a través del tiempo (Tatham *et al.*, 2006).

Según Balakrishnama y Ganapathiraju (1998), el LDA es un algoritmo para clasificar elementos en grupos, mediante el cálculo de la varianza y la covarianza, es decir, se calcula la varianza entre cada conjunto y la covarianza entre conjuntos,

obteniendo la máxima separabilidad entre grupos

Se sugiere aplicar LDA con base en un marco teórico o conceptual de referencia (en este caso el PCA) y con la finalidad de corroborar resultados obtenidos con el PCA.

Con la aplicación de estos métodos se facilita el análisis del comportamiento conjunto de 88 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) a través de un periodo de tiempo determinado.

Quiroga y Villalobos (2015) mencionan que la principal limitante al aplicar métodos de análisis multivariado al mercado de valores radica en que los resultados pueden ser malinterpretados si se desconoce el comportamiento de otras variables macroeconómicas.

2. Marco teórico

2.1 Los mercados de valores y la Bolsa Mexicana de Valores

Según Rueda (2005), la importancia de los mercados de valores recae en que son las instituciones que le dan fortaleza a la economía ya que se realizan transacciones tan importantes para los países como para las empresas que en él tienen lugar.

Según Elton *et al.* (2009) existen dos tipos de mercados:

El mercado de capitales es aquel donde se negocian acciones que son parte de un capital social, las cuales se emiten para ofertarse en la Bolsa Mexicana de Valores con la intención de obtener financiamiento.

Según Smith (1997), el mercado de dinero es aquel donde se concentran los ahorros de una economía lo que implica las negociaciones entre demandantes y ofertantes de capital.

Bouchand y Potters, (2003) advierten sobre el riesgo que implica invertir en el mercado de valores, ya que no solo es el riesgo de impago, sino que existen variaciones macroeconómicas que pueden poner en riesgo el capital invertido.

En México las negociaciones en el mercado de capital se llevan a cabo en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), la cual es una sociedad anónima de capital variable y se rige bajo la ley del mercado de valores y es concesionaria de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

La BMV proporciona la infraestructura necesaria para realizar emisiones, colocaciones e intercambio de valores, títulos y demás instrumentos financieros, al igual

que publica la información bursátil y fomenta la competitividad del mercado de valores.

También se encarga de supervisar que toda negociación se apegue a las disposiciones que marca la ley (García, 2007).

2.2 Análisis técnico del mercado de valores

El enfoque técnico es el estudio de un indicador en particular y que, mediante técnicas estadísticas y matemáticas, intenta predecir su comportamiento futuro en el tiempo (Rueda, 2005).

Por su parte, Murphy (2000) menciona que el análisis técnico es el estudio de los movimientos del mercado, principalmente con el uso de gráficos con el propósito de pronosticar tendencias en los precios.

Murphy (2000) menciona que, aunque el análisis técnico es un enfoque muy usado, en la actualidad cabe la pregunta de si es adecuado usar datos históricos para intentar predecir la dirección de los mismos.

Por su parte, Rueda y Estrada (2009) mencionan que aunque para el caso de una muestra de 19 emisoras del sector Colombiano, el uso del análisis técnico sigue siendo más sofisma que realidad, los resultados de su estudio no son contundentes en su totalidad.

2.3 Análisis de Componentes Principales (PCA)

Según Tatham *et al.* (2006), el PCA pertenece a las técnicas descriptivas (análisis de métodos categóricos, análisis de correlación canónica, análisis de cluster y el análisis de componentes principales) usadas comúnmente en contextos no experimentales para resumir la información de un conjunto de datos.

Pla (1986) menciona que el PCA es un método en donde dado un conjunto de datos de alta dimensionalidad se construye un nuevo sistema coordinado basado en componentes principales.

Con base en Tatham *et al.* (2006), la primera componente principal será aquella que tenga mayor varianza, la segunda componente principal será aquella que mantenga la mayor varianza solo por debajo de la primer componente, de tal forma que la primera componente es la que mayor información arroja por encima de las subsecuentes componentes y finalmente, según Restrepo *et al.* (2012), el método agrupa variables correlacionadas entre sí.

Según Cuadras (2014), el PCA no interpreta cada uno de los factores individualmente sino que interpreta el agrupamiento de todas las variables interactuando en conjunto.

Según Mantegna y Stanley (2000), con el PCA se obtiene un nuevo espacio reducido el cual es una combinación lineal de las variables originales y es más fácil interpretar los datos.

2.4 Análisis Discriminante Lineal

El análisis discriminante lineal (LDA) pertenece al conjunto de técnicas explicativas (regresión lineal múltiple, análisis discriminante lineal, análisis multivariado de varianza y covarianza, ecuaciones estructurales y regresión logística). También pertenece al análisis multivariado y se usa en la investigación experimental para analizar simultáneamente diferentes variables (Tatham *et al.*, 2006).

Según Balakrishnama y Ganapathiraju (1998), existen diversas técnicas para la clasificación de datos, entre ellas se encuentran el análisis discriminante lineal y el análisis de componentes principales; ambas técnicas se utilizan para clasificar y reducir la dimensionalidad de grandes conjuntos de datos y variables.

El LDA provee una mejor clasificación después de haber aplicado el PCA, ya que trabaja en los conjuntos y entre los conjuntos formados; es decir, calcula la dispersión que hay de los elementos de un conjunto con respecto a su media. Es ahí cuando se dice que LDA trabaja en los conjuntos. Cuando se dice que trabaja entre conjuntos es porque calcula la máxima separabilidad entre cada uno de los conjuntos.

Una diferencia importante entre PCA y LDA radica en que en el primer método de la posición del conjunto de datos original cambia cuando se obtiene el nuevo espacio llamado base ortogonal, mientras que en el segundo método la posición no cambia ya que se intenta obtener la máxima separabilidad entre conjuntos creando una región de decisión entre los conjuntos o clases dadas.

3.- Metodología

Se parte de la hipótesis planteada de encontrar los grupos correlacionados en función de su comportamiento bursátil y del sector económico al cual pertenecen.

Como primer paso se obtuvieron los datos diarios del volumen de negociación por un año de 88 acciones que cotizan en la BMV. Estos datos se toman como las variables

de entrada que permiten realizar el análisis de componentes principales, obteniendo así una matriz de 249 x 88, donde el número de filas representa los días de observación y las columnas representan a cada una de las emisoras consideradas.

La selección de estas variables tiene su fundamento en la investigación de Parisi (2004), quien menciona que los indicadores de precios históricos y de volumen contienen implícitamente información útil del movimiento futuro de los precios y analizándolos se puede detectar patrones que permiten hacer pronósticos.

Con las variables de entrada se construyó en Excel una matriz de datos en donde fue necesario aplicar el proceso de normalización estadística adecuado para eliminar la variación natural al conjunto. Dicho proceso consistió en dividir cada uno de los datos observados de cada empresa con respecto al dato mayor de tal forma que cada elemento queda entre cero y uno.

Posterior a la creación de la matriz de datos se procedió a calcular la matriz de correlación, la cual es una matriz de 88x88, y se procedió a aplicar la técnica de PCA dado que, al ser una técnica de clasificación de datos (Wooldridge, 2010), permite reducir la dimensionalidad y con esto es más sencillo analizar el comportamiento de las variables.

Para obtener las componentes principales es necesario calcular tanto el coeficiente de correlación como la matriz de correlación.

3.1 Cálculo del coeficiente de correlación para PCA

Coeficiente de correlación:

$$(1) r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

en donde r representa el grado de asociación lineal entre las variables “x” e “y”, s_x y s_y son las desviaciones típicas de las variables “x” e “y” y s_{xy} es la covarianza muestral de “x” e “y”, la cual se obtiene de la siguiente forma:

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})$$

3.2 Obtención de la Matriz de correlación:

Según Quiroga y Villalobos (2015), la matriz de correlación se puede obtener hallando la matriz de varianza-covarianza en un conjunto de datos normalizado.

$$(2) s_{xy} = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})$$

$$(3) s_{xx} = s_x^2 \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$(4) s_{yy} = s_y^2 \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Después se procede a calcular los *valores propios* y *vectores propios*, correspondientes a la matriz de correlación mediante el uso de la siguiente igualdad:

$$(5) MV = \lambda V$$

donde $V = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ son los vectores propios y $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ son los valores propios.

Los valores propios son las raíces de la ecuación:

$$(6) \det(M - \lambda I) = 0,$$

donde I es la identidad de M.

Las coordenadas de los vectores propios hallados son los coeficientes de la transformación, que hay que realizar para pasar al nuevo espacio de componentes principales (Hernández, 1998).

Habiendo obtenido los resultados de PCA, se procede a aplicar el LDA, el cual según Quiroga y Limón (2011) se puede considerar un método de regresión de la variable dependiente la cual tiene como categoría las etiquetas de cada uno de los grupos. Uno de los objetivos del LDA es encontrar relaciones lineales entre las variables continuas que discriminan a los elementos de los grupos dados, es decir se busca evidenciar la máxima separabilidad entre elementos.

Suponga los conjuntos de datos expresados en la forma matricial siguiente:

$$\text{Conjunto 1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \end{bmatrix} \quad \text{Conjunto 2} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} \end{bmatrix}$$

Ahora se procede a calcular la media de cada uno de los conjuntos y se representa por μ_1 (Conjunto 1) y μ_2 (Conjunto 2) respectivamente; además se calcula la media entre medias y se representa por μ_3 . La forma para calcular μ_3 es asignar la misma probabilidad de ocurrencia p , en este caso 1/2, a cada conjunto como se muestra en la siguiente ecuación:

$$(7) \mu_3 = \rho_1\mu_1 + \rho_2\mu_2$$

El LDA trabaja en el interior de las clases de conjuntos como entre los conjuntos; trabaja en el interior porque calcula la dispersión en cada conjunto mediante la covarianza de la siguiente forma:

$$(8) s_w = 1/2(cov_1) + 1/2(cov_2)$$

en donde las matrices de covarianza cov_1 y cov_2 son simétricas. Para calcular la matriz de covarianza se usa la siguiente ecuación:

$$(9) cov_j = (x_j - \mu_j) (x_j - \mu_j)^T$$

donde $x_j = (x_1 \dots x_n)$, es decir x_j representa a todo el conjunto de datos, μ_j representa la media del conjunto y T está representando a la matriz transpuesta.

Se dice que LDA trabaja entre las clases porque calcula la máxima dispersión entre clases con la siguiente ecuación:

$$(10) s_b = (\mu_j - \mu_3) (\mu_j - \mu_3)^T$$

donde s_b está representando a la covarianza del conjunto de datos y sus elementos son los vectores de la media de cada uno de los conjuntos.

El LDA obtiene la relación de la dispersión entre conjuntos con la dispersión en el conjunto, de tal forma que el criterio de LDA aplicado en este estudio permite obtener una región de decisión para caracterizar a cada uno de los elementos en función de su comportamiento bursátil; es decir, calcula la máxima separabilidad de los conjuntos en función de que los elementos pertenecientes a un conjunto mantengan relación entre sí y se alejen de aquellos elementos que pertenecen a los otros conjuntos.

4.- Resultados

Este estudio presenta los resultados de un análisis con base en el comportamiento bursátil de 88 empresas emisoras que cotizan en la BMV, utilizando el PCA) y el LDA.

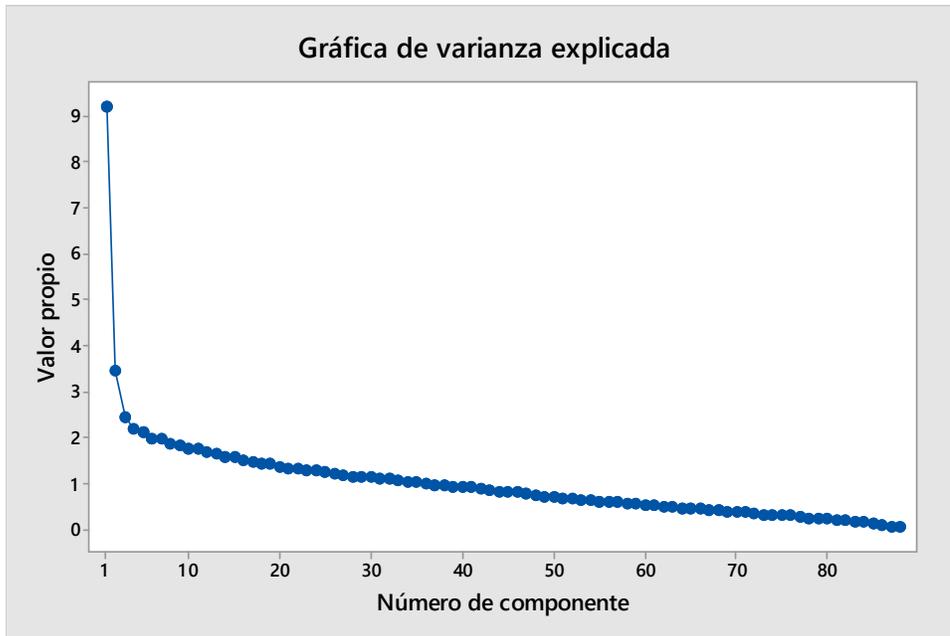
En la Tabla 1 se muestran las emisoras consideradas en este estudio, las cuales pertenecen al índice de precios y cotizaciones de la BMV y cabe destacar que el orden no depende de algún criterio de agrupación, ya que es arbitrario. Sin embargo, es importante el tener presente cuáles son las empresas que se tomaron en consideración para un posible análisis en un futuro para quien emplee este trabajo de investigación.

Tabla 1. Emisoras consideradas que cotizan en la BMV.

No.	Empresa	No.	Empresa	No.	Empresa	No.	Empresa
1	BIO PAPPEN, S.A.B. DE C.V.	23	GRUPO ROTOPLAS, S.A.B DE C.V.	45	INDUSTRIAS BACHOCO, S.A.B DE C.V.	67	INTERNACIONAL DE CERAMICA, S.A.B. DE C.V.
2	PROMOTORA AMBIENTAL, S.A.B. DE C.V.	24	ALFA, S.A.B DE C.V.	46	GRUPO COMERCIAL CHEDRAUI, S.A.B DE C.V.	68	GRUPE, S.A.B. DE C.V.
3	INDUSTRIAS PE- OLES, S.A. DE C.V.	25	ALPEK, S.A.B- DE C.V.	47	GRUPO ELEKTRA, S.A.B DE C.V.	69	CORPORACIÓN MOCTEZUMA, S.A.B. DE C.V.
4	PROMOTORA Y OPERADORA DE INFRAESTRUCTURA, S.A.B. DE C.V.	26	CONSORCIO ARA, S.A.B DE C.V.	48	GRUPO AEROPORTUARIO DEL PACIFICO, S.A.B DE C.V.	70	CMR, S.A.B. DE C.V.
5	GRUPO POCHTECA, S.A.B DE C.V.	27	GRUPO AEROPORTUARIO DEL SURESTE, S.A.B DE C.V.	49	GRUPO CARSO, S.A.B. DE C.V.	71	MEDICA SUR, S.A.B. DE C.V.
6	GRUPO POSADAS, S.A.B. DE C-V-	28	COMPAÑÍA MINERA AUTLAN, S.A.B DE C.V.	50	GENTERA, S.A.B DE C.V.	72	CYDSA, S.A.B. DE C.V.
7	Peña Verde S.A.B. de C.V.	29	AXTEL, S.A.B. DE C.V.	51	GRUPO MEXICO, S.A.B DE C.V.	73	FOMENTO ECONÓMICO MEXICANO, S.A.B. DE C.V.
8	RASSINI, S.A.B. DE C.V.	30	FRUPO FAMSA, S.A.B. DE C.V.	52	GBM FONDO DE INVERSIÓN MODELO, S.A.B. DE C.V.	74	FINANCIERA INDEPENDENCIA, S.A.B. DE C.V.
9	GRUPO RADIO CENTRO, S.A.B. DE C.V.	31	GRUPO FINANCIERO INBURSA, S.A.B. DE C.V.	53	GENOMMA LAB INTERNACIONAL, S.A.B. DE C.V.	75	CORPORATIVO FRAGUA, S.A.B. DE C.V.
10	GRUPO FINANCIERO SANTANDER, S.A.B. DE C.V.	32	GRUPO FINANCIERO INTERACCIONES, S.A.B. DE C.V.	54	GRUPO LALA, S.A.B. DE C.V.	76	FRESNILLO PLC
11	SARE HOLDING, S.A.B. DE C.V.	33	GRUPO FINANCIERO BANORTE, S.A.B. DE C.V.	55	GRUPO VASCONIA, S.A.B DE C.V.	77	CRORPORATIVO GBM, S.A.B. DE C.V.
12	GRUPO SIMEC, S.A.B. DE C.V.	34	BANREGIO GRUPO FINANCIERO, S.A.B DE C.V.	56	VITRO, S.A.B. DE C.V.	78	GRUPO CEMENTOS CHIHUAHUA, S.A.B. DE C.V.
13	ORGANIZACIÓN SORIANA, S.A.B. DE C.V.	35	ALSEA, S.A.B DE C.V.	57	CORPORACIÓN ACTINVER, S.A.B. DE C.V.	79	GRUPO GIGANTE, S.A.B DE C.V.
14	GRUPO SPORTS WORLD, S.A.B DE C.V.	36	OHL MÉXICO, S.A.B. DE C.V.	58	AMERICA MOVIL, S.A.B. DE C.V.	80	GRUPO INDUSTRIAL SALTILLO, S.A.B. DE C.V.
15	PROTEACK UNO, S.A.B. DE C.V.	37	GRUPO AEROPORTUARIO DEL CENTRO NORTE, S.A.B DE C.V.	59	MAXCOM TELECOMUNICACIONES, S.A.B DE C.V.	81	GRUPO MEXICANO DE DESARROLLO, S.A.B.
16	GRUPO TMM, S.A.B DE C.V.	38	GRUPO BIMBO, S.A.B DE C.V.	60	MEGA CABLE HOLDING, S.A.B. DE C.V.	82	GRUPO PALACIO DE HIERRO, S.A.B. DE C.V.
17	URBI DESARROLLOS URBANOS, S.A.B. DE C.V.	39	CITIGROUP INC.	61	MEXCHEM, S.A.B. DE C.V.	83	GRUPO PROFUTERO, S.A.B. DE C.V.
18	CORPORACIÓN INMOBILIARIA VESTA, S.A.B DE C.V-	40	CREDITO REAL, S.A.B. DE C.V.	62	MINERA FRISCO, S.A.B. DE C.V.	84	GRUPO KUO, S.A.B. DE C.V.
19	CONTROLADORA VUELA COMPAÑÍA DE AVIACIÓN, S.A.B DE C.V.	41	GRUPO EMBOTELLADORAS UNIDAS, S.A.B DE C.V.	63	HOLDING MONEX, S.A.B. DE C.V.	85	EL PUERTO DE LIVERPOOL, S.A.B. DE C.V.
20	WAL-MART DE MÉXICO, S.A.B. DE C.V.	42	GRUMA, S.A.B. DE C.V.	64	KIMBERLY-CLARCK DE MÉXICO, S.A.B. DE C.V.	86	IMPULSORA DEL DESARROLLO Y EL EMPLEO E AMÉRICA LATINA, S.A.B.
21	ARCA CONTINENTAL, S.A.B DE C.V.	43	GRUPO SANBORNS, S.A.B. DE C.V.	65	INFRAESTRUCTURA ENERGÉTICA NOVA, S.A.B. DE C.V.	87	INVEX CONTROLADORA, S.A.B. DE C.V.
22	GRUPO AEROMÉXICO, S.A.B DE C.V.	44	HOTELES CITY EXPRESS, S.A.B. DE C.V.	66	BBVA BANCOMER, S.A.	88	GRUPO LAMOSA, S.A.B. DE C.V.

Fuente: Elaboración propia con base en los datos de Infosel Financiero (2016).

Figura 1. Gráfica de varianza explicada por cada componente principal.



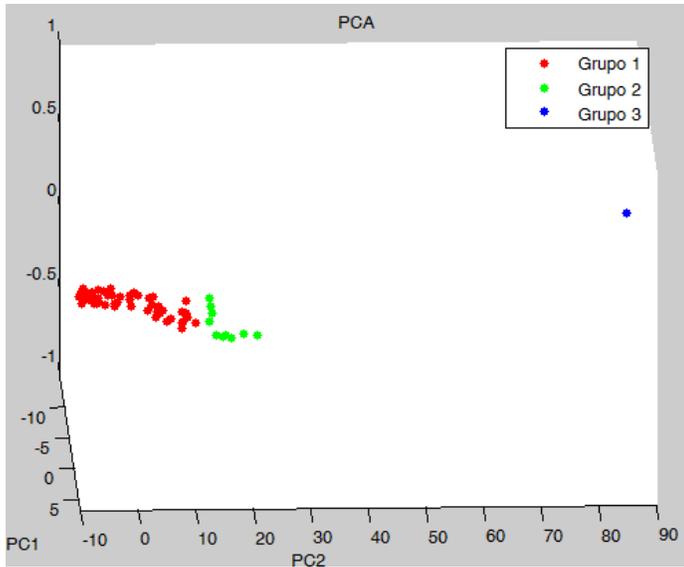
Fuente: Elaboración propia con base en datos de Infosel Financiero (2016).

Habiendo obtenido los datos de entrada, el siguiente paso fue aplicar el PCA. En la Figura 1, se muestran en el eje de las abscisas cada una de las 88 componentes principales con respecto de sus valores propios (eje de ordenadas) y, con base en Quiroga y Villalobos (2015), los primeros componentes son los que mayor información arrojan y son los adecuados para graficar y obtener la formación del nuevo sistema coordinado llamado también base ortogonal.

La aplicación del PCA produjo la reducción de la dimensionalidad del conjunto original de datos obteniendo un nuevo espacio coordinado en donde es más fácil la interpretación de los mismos. En la Figura 2 se observa la representación gráfica en dos dimensiones de las dos primeras componentes.

El algoritmo de PCA tiene la particularidad de permitir clasificar elementos de un conjunto de datos en función de su correlación. En la Figura 2 se muestran los grupos formados con base en su comportamiento bursátil a lo largo de 249 observaciones diarias y se observan tres grupos en donde el único elemento perteneciente al grupo 3 (color azul) mantiene un comportamiento diferente al de los elementos pertenecientes a los grupos 1 y 2 (rojo y verde, respectivamente).

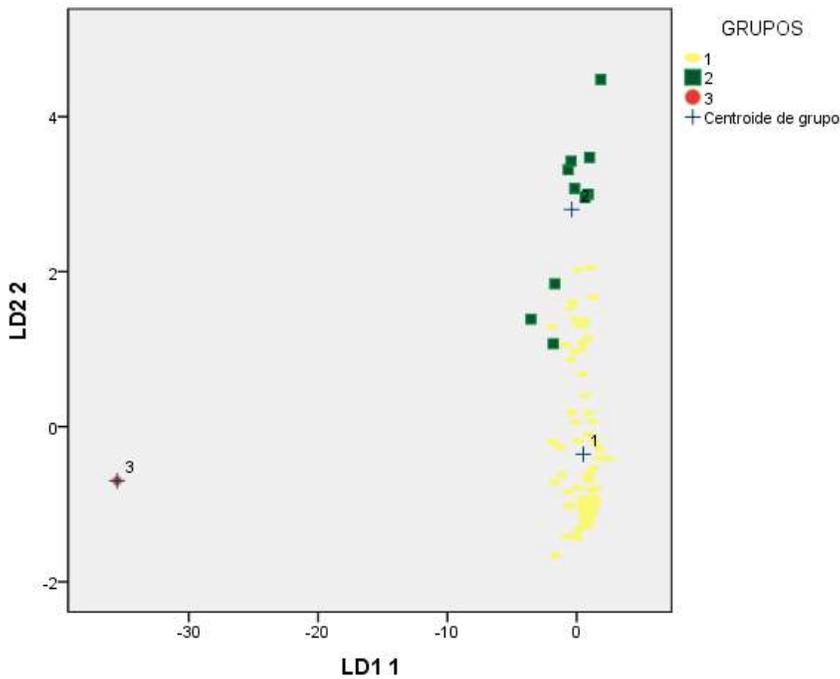
Figura 2. Formación de grupos con base en el algoritmo PCA.



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Infosel Financiero (2016).

Para corroborar la formación de grupos obtenidos a partir del PCA, se procedió a aplicar el LDA el cual calculó la máxima separabilidad de los elementos del espacio coordinado y asignó los elementos a grupos en función de sus similitudes en torno a alguna característica, en este caso su comportamiento bursátil.

Figura 3. Gráfica de los conjuntos formados con el algoritmo LDA.



Fuente: Elaboración propia con base en datos de Infosel Financiero (2016).

Destaca el hecho que el LDA logró asignar satisfactoriamente los 88 elementos a 3 grupos, los cuales corresponden a los grupos formados con el PCA, lo cual demuestra congruencia entre los resultados de ambos métodos para este estudio en particular.

Tabla 2. Clasificación del grupo 1 de las 88 emisoras con base en PCA y LDA.

EMPRESAS EMISORAS GRUPO I	EMPRESAS EMISORAS GRUPO I	EMPRESAS EMISORAS GRUPO I	EMPRESAS EMISORAS GRUPO I
GRUPO AEROPORTUARIO DEL PACIFICO, S.A.B DE C.V.	FRESNILLO PLC	BIO PAPPEL, S.A.B. DE C.V.	GRUPO FINANCIERO SANTANDER, S.A.B. DE C.V.
GRUPO CARSO, S.A.B. DE C.V.	CRORPORATIVO GBM, S.A.B. DE C.V.	PROMOTORA AMBIENTAL, S.A.B. DE C.V.	SARE HOLDING, S.A.B. DE C.V.
GENEREA, S.A.B DE C.V.	GRUPO CEMENTOS CHIHUAHUA, S.A.B. DE C.V.	INDUSTRIAS PE-OLES, S.A. DE C.V.	GRUPO SIMEC, S.A.B. DE C.V.
GRUPO MEXICO, S.A.B DE C.V.	GRUPO GIGANTE, S.A.B DE C.V.	PROMOTORA Y OPERADORA DE INFRAESTRUCUTURA, S.A.B. DE C.V.	ORGANIZACIÓN SORIANA, S.A.B. DE C.V.
GBM FONDO DE INVERSIÓN MODELO, S.A.B. DE C.V.	GRUPO INDUSTRIAL SALTILLO, S.A.B. DE C.V.	GRUPO POCHTECA, S.A.B DE C.V.	GRUPO SPORTS WORLD, S.A.B DE C.V.
GENOMMA LAB INTERNACIONAL, S.A.B. DE C.V.	GRUPO MEXICANO DE DESARROLLO, S.A.B.	GRUPO POSADAS, S.A.B. DE C-V-	PROTEACK UNO, S.A.B. DE C.V.
GRUPO LALA, S.A.B. DE C.V.	GRUPO PALACIO DE HIERRO, S.A.B. DE C.V.	Peña Verde S.A.B. de C.V.	GRUPO TMM, S.A.B DE C.V.
VITRO, S.A.B. DE C.V.	GRUPO PROFUTERO, S.A.B. DE C.V	RASSINI, S.A.B. DE C.V.	URBI DESARROLLOS URBANOS, S.A.B. DE C.V.
CORPORACIÓN ACTINVER, S.A.B. DE C.V.	GRUPO KUO, S.A.B. DE C.V.	GRUPO RADIO CENTRO, S.A.B. DE C.V.	CORPORACIÓN INMOBILIARIA VESTA, S.A.B DE C.V.
AMERICA MOVIL, S.A.B. DE C.V.	EL PUERTO DE LIVERPOOL, S.A.B. DE C.V.	GRUPO FINANCIERO INBURSA, S.A.B. DE C.V.	GRUPO FINANCIERO INTERACCIONES, S.A.B. DE C.V.
MAXCOM TELECOMUNICACIONES, S.A.B DE C.V.	IMPULSORA DEL DESARROLLO Y EL EMPLEO E AMÉRICA LATINA, S.A.B.	FRUPO FAMSA, S.A.B. DE C.V.	GRUPO FINANCIERO BANORTE, S.A.B. DE C.V.
MEXCHEM, S.A.B. DE C.V.	INVEX CONTROLADORA, S.A.B. DE C.V.	CONSORCIO ARA, S.A.B DE C.V.	BANREGIO GRUPO FINANCIERO, S.A.B DE C.V.
HOLDING MONEX, S.A.B. DE C.V.	GRUPO LAMOSA, S.A.B. DE C.V.	ALPEK, S.A.B- DE C.V.	OHL MÉXICO, S.A.B. DE C.V.
KIMBERLY-CLARCK DE MÉXICO, S.A.B. DE C.V.	FINANCIERA INDEPENDENCIA, S.A.B. DE C.V.	ALFA, S.A.B DE C.V.	GRUPO AEROPORTUARIO DEL CENTRO NORTE, S.A.B DE C.V.
INFRAESTRUCTURA ENERGÉTICA NOVA, S.A.B. DE C.V.	CORPORATIVO FRAGUA, S.A.B. DE C.V.	CONTROLADORA VUELA COMPAÑÍA DE AVIACIÓN, S.A.B DE C.V.	GRUPO BIMBO, S.A.B DE C.V.
BBVA BANCOMER, S.A.	CMR, S.A.B. DE C.V.	WAL-MART DE MÉXICO, S.A.B. DE C.V.	CITIGROUP INC.
INTERNACIONAL DE CERAMICA, S.A.B. DE C.V.	MEDICA SUR, S.A.B. DE C.V.	ARCA CONTINENTAL, S.A.B DE C.V.	CREDITO REAL, S.A.B. DE C.V.
GRUPE, S.A.B. DE C.V.	CYDSA, S.A.B. DE C.V.	GRUPO AEROMÉXICO, S.A.B DE C.V.	HOTELES CITY EXPRESS, S.A.B. DE C.V.
CORPORACIÓN MOCTEZUMA, S.A.B. DE C.V.	FOMENTO ECONÓMICO MEXICANO, S.A.B. DE C.V.	GRUPO ROTOPLAS, S.A.B DE C.V.	INDUSTRIAS BACHOCO, S.A.B DE C.V.
GRUPO ELEKTRA, S.A.B DE C.V.			

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 2, se muestran las empresas emisoras que conforman el grupo número uno identificado en la Figura 2 con el color amarillo. Este grupo es el contenedor del mayor número de empresas con similar comportamiento bursátil ya que contiene 77 de las 88 empresas emisoras consideradas.

Tabla 3. Clasificación de los grupos 2 y 3 con base en PCA y LDA.

EMPRESAS EMISORAS PERTENECIENTES AL GRUPO 2	EMPRESAS EMISORAS PERTENECIENTES AL GRUPO 3
GRUPO EMBOTELLADORAS UNIDAS, S.A.B DE C.V.	MEGA CABLE HOLDING, S.A.B. DE C.V.
ALSEA, S.A.B DE C.V.	
GRUPO COMERCIAL CHEDRAUI, S.A.B DE C.V.	
MINERA FRISCO, S.A.B. DE C.V.	
COMPAÑÍA MINERA AUTLAN, S.A.B DE C.V.	
AXTEL, S.A.B. DE C.V.	
GRUMA, S.A.B. DE C.V.	
GRUPO SANBORNS, S.A.B. DE C.V.	
GRUPO AEROPORTUARIO DEL SURESTE, S.A.B DE C.V.	
GRUPO VASCONIA, S.A.B DE C.V.	

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados de PCA.

En la Tabla 3 se muestran las diez empresas que pertenecen al grupo 2, las cuales mantienen correlación entre sí. También se observa la única emisora perteneciente al grupo 3, la cual corresponde a Mega Cable Holding, S.A.B. de C.V.

Los resultados de la aplicación de PCA arrojaron la formación de tres grupos contenedores, los cuales por hipótesis se esperaba pertenecieran a empresas de los sectores económicos primario, secundario y terciario respectivamente. Sin embargo, la evidencia desechó la hipótesis de entrada ya que los grupos no contienen únicamente emisoras de algún sector en particular.

5.- Conclusiones

La relevancia de este trabajo de investigación se encuentra en la escasa investigación empírica encontrada aplicando las técnicas del PCA y LDA, donde solo se encuentra la aplicación de algunos métodos ya probados en las áreas financieras y económicas, dejando de lado la posible utilización de estas técnicas, las cuales pueden ser una herramienta útil y complementaria para el análisis técnico, buscando tener mayores bases para la reducción de riesgos en las inversiones.

Con la intención de corroborar resultados obtenidos a partir de PCA, se aplicó el algoritmo de LDA, el cuál calculó la máxima separabilidad entre los elementos de los conjuntos ya formados y, en caso de ser posible, reasignaría elementos a los grupos. Sin

embargo, LDA confirmo la formación previamente obtenida.

La mayor aportación de este estudio radica en que se identificaron empresas emisoras pertenecientes a tres grupos que comparten similitudes en cuanto a su comportamiento bursátil; es decir las empresas del grupo 1 mantienen correlación entre sí, pero no mantienen correlación con las empresas del grupo 2 y del grupo 3; por su parte las empresas que pertenecen al grupo 2 mantienen correlación entre sí, pero no con las empresas del grupo 1 y grupo 3; y finalmente el grupo 3 no mantiene correlación con los grupos 1 y 2.

Lo anterior servirá de auxiliar en el análisis técnico para tomar decisiones de conformación de una cartera de inversiones ya que una de las condiciones de la teoría del portafolio para que el riesgo se diversifique es que sus elementos no mantengan correlación entre sí (Markowitz, 1952).

Al concluir este artículo de investigación, los autores cumplen el objetivo de analizar y clasificar en función del comportamiento bursátil 88 empresas emisoras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, utilizando el análisis de componentes principales y el análisis discriminante lineal, encontrando grupos de empresas correlacionadas en función de su comportamiento bursátil y del sector económico al que pertenecen, confirmando la utilidad de estos métodos como herramientas complementaria del análisis técnico, pudiendo sugerir el análisis fundamental para quien requiera de una mayor información para la toma de decisiones de inversión.

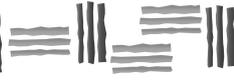
Referencias

- Balakrishnama, S. & Ganapathiraju, A. (1998). Linear discriminant analysis - a brief tutorial. *Institute for Signal and information Processing*, (18), pp. 1-8.
- Bouchaud, J.P. & Potters, M. (2003). *Theory of financial risk and derivate pricing: from statistical physics to risk management*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Cuadras, M. (2014). *Nuevos Métodos de Análisis Multivariante*. Barcelona: CMC Editions.
- Elton, E.; Gruber, M.; Brown, S. & Goetzmann, W. (2009). *Modern portfolio theory and investment analysis*, United States of America: Hamilton Printing Company.
- García, A. (2007). *Sistema Financiero Mexicano y el Mercado de Derivados*, Veracruz: Universidad Cristóbal Colón.
- Hernández, O. (1998). *Temas de análisis estadístico multivariado*. Costa Rica: Comisión Editorial de la Universidad de Costa Rica.

- Madura, J. (2001). *Mercados e Instituciones Financieras*. 5ta.Edición, México: Internacional Thomson Editores.
- Mantegna, R.N. & Stanley, H.E. (2000). *An introduction to econophysics Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Murphy, J.J. (2000). *Análisis técnico de los mercados financieros*. Barcelona: Gestión 2000.
- Parisi, F. (2004). Análisis Técnico: Un estudio de la eficiencia de diferentes técnicas aplicadas sobre acciones pertenecientes a los índices bursátiles. *Revista Estudios de Administración*, 10 (2), 59-93.
- Pla, L., (1986). *Análisis multivariado: método de componentes principales*. Washington DC: Secretaría General de la Organización de los Estados Americanos
- Quiroga, C.A. & Limón, M.U. (2011). *Estudio de la correlación entre las diferentes bolsas financieras en el mundo, usando el análisis multivariado (PCA y LDA)*. (Tesis de licenciatura, no publicada). Universidad de Guadalajara, Lagos de Moreno, Jalisco, México.
- Quiroga, C.A. & Villalobos, A. (2015). Análisis del comportamiento bursátil de las principales bolsas financieras en el mundo usando el análisis multivariado (Análisis de Componentes Principales PCA) para el periodo de 2011 a 2014. *Revista CEA*, 1(2), 25-36.
- Quiroga, C.A., Villalobos, A. & Santana, R. (2016), Aplicación del análisis de componentes principales al comportamiento bursátil de 26 empresas que conforman la muestra del índice de precios y cotizaciones de enero 2014 a octubre 2015. *Global Conference on Business & Finance Proceedings* 11(1), 836-846.
- Restrepo, M.L., Posada, S. & Noguera, R. (2012). Application of the principal-component analysis in the evaluation of three grass varieties. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, (25), pp. 258-266
- Rueda, A. (2005). *Para entender la bolsa: financiamiento e inversión en el mercado de valores*, México: Thomson.
- Rueda, D.A.A. & Estrada, J.H.U. (2009). ¿Realidad o sofisma? Poniendo a prueba el análisis técnico en las acciones colombianas. *Cuadernos de Administración*, 22(38), 189-217.
- Smith, L.F. (1997), *Un principiante en Wall Street: Manual para el inversionista no experimentado*, México: SICCO.
- Tatham, R.; Anderson, R. & Black, B. (2006). *Multivariate Data Analysis*, United States of America: Pearson Education.
- Wooldridge, J.M. (2010). *Introducción a la econometría un enfoque moderno*, México: Cengage Learning.



UNIVERSIDAD
PABLO DE
OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA
ECONOMÍA Y LA EMPRESA (22). Páginas 120–138.
Diciembre de 2016. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2342

Emancipación familiar en España. Análisis del comportamiento de los jóvenes en 1990, 2000 y 2010

COLOM ANDRÉS, M^a CONSUELO

Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Valencia (España)

Correo electrónico: consuelo.colom@uv.es

MOLÉS MACHÍ, M^a CRUZ

Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Valencia (España)

Correo electrónico: cruz.moles@uv.es

RESUMEN

A lo largo de las últimas décadas se han producido cambios estructurales en las sociedades desarrolladas, tanto cambios demográficos como económicos. En este trabajo nos planteamos estudiar cuál ha sido la influencia de estos cambios en el camino hacia la adultez de los jóvenes. Analizamos la emancipación de los jóvenes españoles en tres momentos de tiempo y proporcionamos predicciones para dicha decisión según el género, la formación académica y la ocupación laboral. Nuestros resultados indican que el comportamiento de los jóvenes ante la independencia familiar varía entre hombres y mujeres. Hemos encontrado que los hombres son más sensibles a los cambios económicos y las mujeres acusan más los cambios del sistema educativo. Con las predicciones observamos que el patrón de comportamiento del proceso de emancipación no ha variado en la última década del siglo pasado; sin embargo, hay algunos cambios en la primera década de este siglo.

Palabras claves: emancipación familiar; formación académica; actividad laboral; modelo *Logit*.

Clasificación JEL: J13; D12; C35.

MSC2010: 62P25; 91C99.

Leaving Parental Home in Spain. Behavior of Youth Analysis in 1990, 2000 and 2010

ABSTRACT

Over the past decades there have been structural changes in the developed societies, both demographic and economic changes. In this paper we aim to study which has been the influence of these changes on the path towards adulthood of youth. We analyzed the emancipation of young at three points in time, and we provide predictions for such decision by gender, academic attainment and labor occupation. Our results indicate that the behavior of young people towards family independence varies between men and women. We have found that men are more sensitive to economic changes and women accuse more the changes in the education system. With predictions, we observe that the pattern of behavior of the emancipation process has not varied in the last decade of the last century; however there are some changes in the first decade of the 21st century.

Keywords: family emancipation; academic level; labor activity; Logit model.

JEL classification: J13; D12; C35.

MSC2010: 62P25; 91C99.



1. INTRODUCCIÓN

Uno de los temas más discutidos en estudios sobre la juventud es la transición a la vida adulta. La salida del hogar familiar de los jóvenes es una de las múltiples transiciones que, junto con la laboral, relacional o económica, marcan el paso a la autosuficiencia. La decisión de dejar la casa de los padres está asociada a la percepción de los costes y beneficios de realizar esa decisión. Las relaciones familiares, los factores culturales, las políticas públicas, la actitud o valores ante la vida, la percepción de la situación del mercado laboral y del mercado de la vivienda son factores que influyen de manera decisiva en los procesos de emancipación.

En las sociedades se están experimentando cambios en las relaciones familiares y culturales y transformaciones debidas a las nuevas tecnologías y la globalización de la economía. En la actualidad se ha incrementado la autonomía de los jóvenes a actuar de acuerdo con sus propias ideas, aunque no hay que perder de vista la importancia de las influencias sociales en los procesos de toma de decisiones.

La emancipación familiar de los jóvenes es una cuestión que ha sido estudiada desde diferentes perspectivas y en diversos países. Billari y Liefbroer (2007), usando datos de Países Bajos, realizan un planteamiento sociológico y demográfico, encontrando que las opiniones de los padres tienen un peso importante en la decisión de salir de la casa paterna. Desde un punto de vista sociológico, Mitchell *et al.* (2000) estudian las causas que hacen que los jóvenes canadienses retornen a casa de los padres, y un resultado destacable es que la lengua materna es un factor importante en esta decisión. Manacorda y Moretti (2006) presentan una visión más económica y centran su análisis en el efecto de la renta de los padres en la independencia de los jóvenes italianos, obteniendo que una mayor renta familiar desincentiva la formación de un nuevo hogar.

Stone *et al.* (2011) consideran un amplio abanico de posibles trayectorias y, con datos de Reino Unido, concluyen que los jóvenes con mayor nivel educativo se independizan, principalmente, a una vivienda compartida, mientras que los jóvenes con menor formación académica co-residen con los padres. Garasky *et al.* (2001) analizan la emancipación familiar de los jóvenes de EE.UU. teniendo en cuenta diferentes opciones de co-habitación y encuentran que el peso de las variables económicas en esta decisión aumenta con la edad del joven.

Martins y Villanueva (2009) comparan el proceso de emancipación de los jóvenes adultos de los países del Norte y del Sur de Europa y obtienen que la disparidad en el ratio de formación de hogar está asociada, fundamentalmente, a desigualdades en el acceso al mercado hipotecario.

A pesar de las diferencias que existen entre países en el proceso de emancipación de los jóvenes, una característica común en todos ellos es que las mujeres se independizan antes que los hombres. Autores como Mulder y Hooimeijer (2002) o Blaauboer y Mulder (2010) para los Países Bajos, Lauster (2006) para Suecia, y Stone *et al.* (2011) para Reino Unido centran su estudio en analizar separadamente para hombres y mujeres la decisión de independizarse de los padres. En otros estudios se compara la decisión de dejar la casa de los padres por género entre países y se obtienen notables diferencias en la edad en que los jóvenes se independizan (Mulder *et al.*, 2002; Chiuri y Del Boca, 2010; Billari y Liefbroer, 2010).

En el contexto español se ha analizado la emancipación familiar desde diversos puntos de vista. Vitali (2010) estudia la elección de los jóvenes adultos sobre dónde y con quién vivir, encontrando claras diferencias entre los hombres y las mujeres, así como variaciones regionales. Holdsworth *et al.* (2002) determinan los aspectos económicos y culturales que intervienen en el

proceso de dejar la casa de los padres a nivel regional. Sus resultados muestran que adquirir independencia económica o tener pareja son aspectos clave y que las mujeres se independizan a edades más tempranas que los hombres. Aparicio-Fenoll y Oppedisano (2015) obtienen que un subsidio al alquiler hace que los jóvenes dejen antes la casa de los padres. Bernardi (2007) realiza el estudio desde un punto de vista sociológico y concluye que los jóvenes españoles se independizan cuando alcanzan una posición socio-económica semejante a la de sus padres.

Moreno (2012) encuentra que los jóvenes españoles y, en general, los jóvenes de países del sur de Europa han creado toda una cultura de la dependencia de los padres como una estrategia para la acumulación de capital. Además pone de relieve que existen diferencias por género en el proceso de transición a la edad adulta. Otros estudios sobre el comportamiento de los jóvenes españoles en su paso a la adultez han mostrado una relación directa de la independencia familiar con que el joven trabaje, e inversa con que éste estudie (Martínez-Granado y Ruiz-Castillo, 2002; Colom *et al.*, 2003).

En todos los países occidentales, la transición a la adultez está cambiando considerablemente en las últimas décadas, observándose un alargamiento del tiempo de permanencia en el hogar familiar. En España, desde mediados de los años 70, se está prolongando la edad de emancipación de los jóvenes (Requena, 2006). Este retraso en la edad de emancipación varía dependiendo de la cultura o la clase social y del país de residencia.

Los factores primordiales que han modificado el proceso de abandono del hogar familiar, desde un punto de vista demográfico (Billari y Liefbroer, 2010), son los cambios en el tipo de familia y pareja (aumento de los divorcios, de las parejas de hecho, de los nacimientos fuera del matrimonio, etcétera). Desde la perspectiva económica, cambios en factores tales como la educación, la situación ocupacional, la vivienda, las políticas públicas o los recursos disponibles son los principales responsables de los cambios en el camino hacia la adultez (Becker *et al.*, 2010).

En este trabajo estudiamos el comportamiento de los jóvenes españoles en la transición a la vida adulta en las últimas dos décadas. Con datos de 1990, 2000 y 2010, pretendemos determinar si los cambios sociales de finales del siglo XX y principios del siglo XXI han modificado el peso de los factores socio-demográficos, de los factores económicos o de los factores que recogen la situación del mercado inmobiliario, en la decisión de los jóvenes adultos de independizarse de los padres. Un punto de especial interés es la influencia que la formación académica y la ocupación laboral de los jóvenes tiene en el proceso de emancipación familiar, puesto que esos son dos factores que han presentado notables cambios a lo largo del periodo analizado, y que no han afectado por igual a hombres y mujeres.

En España, en las últimas décadas, la formación académica ha experimentado un fuerte crecimiento, en especial la de las mujeres. Según los datos de los Censos de Población¹: en 1991 el porcentaje de mujeres entre 24 y 29 años con estudios universitarios era 17,95; en el año 2001 alcanzó el 31,59%; mientras que en 2011 este porcentaje ha crecido hasta el 35,83%. Para los hombres jóvenes entre 24 y 29 años, también vemos un crecimiento en el nivel de estudios, pero menos elevado que en el caso de las mujeres, pasando del 13,35%, en 1991, al 21,07% en 2001 y llegando al 22,22% en 2011.

¹ Los datos están calculados a partir de la información de los Censos de Población y Viviendas de 1991, 2001 y 2011 que proporciona el INE, accesibles desde http://www.ine.es/inebmenu/mnu_cifraspob.htm.

También la ocupación juvenil en el periodo 1990-2010 ha sufrido cambios considerables, con diferencias destacables por género. En 1991 sólo el 38,18% de las mujeres españolas entre 18 y 35 años tenía un trabajo remunerado, frente al 65,47% de los hombres en el mismo grupo de edad. En 2001, este porcentaje creció al 52,81% para las mujeres y alcanzó el 71,46% para los hombres. Sin embargo, en 2011 el porcentaje de jóvenes ocupados sufrió una caída importante, en especial en el caso de los hombres, ya que ha pasado a ser poco más del 50% tanto para hombres como para mujeres.²

La educación es un factor que, según estudios precedentes, no tiene un efecto claro sobre la emancipación de los jóvenes. En países del norte de Europa, como Reino Unido, los jóvenes con educación superior presentan mayores tasas de formación de hogar (Stone *et al.*, 2011), mientras que en los países del sur de Europa encontramos que la prolongación de los estudios lleva a un retraso en la independencia familiar de los jóvenes (Vitali, 2010; Moreno, 2012). A diferencia de los estudios realizados para otros países, en los que el efecto de la educación se analiza de manera tangencial, nosotros estudiamos detalladamente el efecto de esta característica en la independencia familiar. Analizamos cuál es el efecto que los cambios en el nivel académico del joven han tenido en el proceso de emancipación juvenil y también si este efecto difiere entre los hombres y las mujeres.

Dada la gran relevancia que tiene la situación laboral del joven en el camino hacia la adultez y teniendo en cuenta la situación económica que ha vivido España en las dos últimas décadas, en las que se ha pasado de una gran expansión económica a una profunda crisis económica, especialmente acusada en los últimos años de la primera década del siglo XXI, otro punto de especial interés en el trabajo es conocer hasta qué punto las diferencias en la ocupación laboral de los jóvenes marcan diferencias en su comportamiento ante la independencia familiar.

En la siguiente sección se presentan los datos y las variables utilizadas en el análisis, así como la especificación econométrica del modelo. En la sección 3 se comentan los resultados de la estimación del modelo en los tres periodos de interés. En la sección 4 están las probabilidades predichas según el nivel académico del joven y según su ocupación laboral. Finalmente, la sección 5 recoge las principales conclusiones.

2. DATOS, VARIABLES Y ESPECIFICACIÓN ECONOMÉTRICA

2.1. Datos

Los datos utilizados en el estudio se han obtenido de tres encuestas realizadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE): la Encuesta de Presupuestos Familiares del año 1990/91 (EPF-1990/91),³ la muestra ampliada del Panel de Hogares del año 2000 (PHOGUE-2000)⁴ y la Encuesta de Presupuestos Familiares del año 2010 (EPF-2010)⁵. Se han utilizado dos fuentes de datos distintas, puesto que el INE no dispone de una única encuesta con información para los tres años que se quieren analizar (1990, 2000 y 2010). La EPF es una encuesta que hasta el periodo 1990/91 se realizaba cada diez años, siendo la EPF-1990/91 la última con esta periodicidad. A partir del año 2006 y hasta la fecha, la EPF es una encuesta de periodicidad

² Los datos están calculados a partir de la información de los Censos de Población y Viviendas de 1991, 2001 y 2011 que proporciona el INE, accesibles desde http://www.ine.es/inebmenu/mnu_cifraspob.htm.

³ El conjunto de datos está disponible bajo el título Encuesta de Presupuestos Familiares, 1990-91 en http://www.ine.es/prodyser/micro_ebpf8191.htm.

⁴ El conjunto de datos está disponible bajo el título Panel de Hogares de la UE. Datos de España. Muestra ampliada año 2000 en http://www.ine.es/prodyser/micro_phogue.htm.

⁵ El conjunto de datos está disponible bajo el título Encuesta de Presupuestos Familiares, 2010 (base 2006) en <http://www.ine.es/inebmenu/indice.htm#142ipc>.

anual. Para el año 2000 el INE no realizó la EPF, puesto que se disponía del PHOGUE, un panel de hogares llevado a cabo en los países de la Unión Europea entre los años 1994 y 2001, y que proporcionaba información equivalente a la EPF.

Las tres encuestas mencionadas proporcionan información sobre los hogares españoles y las características personales, demográficas y económicas de sus miembros. De todos los individuos disponibles en las encuestas se han seleccionado los jóvenes cuya edad está comprendida entre 18 y 35 años. Nos centramos en este intervalo de edad ya que las transiciones a la vida adulta se han prolongado hasta una edad cada vez más tardía⁶. Tras eliminar las observaciones sin información, disponemos de una muestra de 18801 jóvenes para el año 1990, 11 145 jóvenes para el año 2000 y 13228 para el año 2010.

2.2. Variables y especificación econométrica

Para analizar la decisión de emancipación de los jóvenes españoles consideramos una variable binaria que toma el valor 1 cuando el joven se ha emancipado de los padres y 0 en otro caso. Como variables explicativas tenemos características socio-demográficas y económicas del individuo y características del entorno en el que éste vive.

Usamos un modelo *logit* binomial y a partir de éste obtenemos que la probabilidad de emancipación viene dada por:

$$P_i(\text{emancipación} / x_i, \beta) = \frac{e^{x_i \beta}}{1 + e^{x_i \beta}}$$

donde $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ son los jóvenes o decisores, x_i es el vector de características observables sobre el individuo i y su entorno y β es un vector de parámetros desconocidos.

Algunas de las características del joven se recogen con variables ficticias que se introducen en el modelo directamente e interaccionando entre ellas, dando lugar a una especificación mixta del modelo (aditiva y multiplicativa). Esta especificación nos permite considerar que el efecto de una característica del joven pueda ser distinto según las categorías de otra variable explicativa (por ejemplo, ser un hombre inactivo puede afectar de manera distinta que ser una mujer inactiva).

En la Tabla 1 se presenta la definición de las variables explicativas que hemos utilizado en el modelo y en la Tabla A1 del apéndice los principales estadísticos descriptivos de las mismas.

Las características demográficas “edad”, definida en tres tramos, y “género” del joven son determinantes claves en la emancipación familiar. Parece razonable esperar que los jóvenes de mayor edad tiendan a crear su propio hogar.

Para reflejar la capacidad económica del joven se ha considerado su nivel de estudios, medido con tres variables ficticias, su situación en la actividad laboral y su renta individual. La formación académica es una medida de capital humano y sirve de aproximación a las ganancias futuras del individuo. Hay ambigüedad en el efecto que podemos esperar para el nivel de estudios, ya que una mayor educación parece implicar mayor propensión a independizarse de

⁶ Observatorio de Emancipación del Consejo de la Juventud de España (Primer trimestre de 2013) <http://www.cje.org/es/publicaciones/novedades/observatorio-de-emancipacion/>.

los padres por representar mayor capital humano. Pero en los países del sur de Europa se ha encontrado que la prolongación de la formación académica lleva a un retraso en la independencia familiar (Moreno, 2012).

Tabla 1. Descripción de las variables independientes.

VARIABLES	DEFINICIÓN
Características demográficas	
<i>Edad18</i>	Si el joven tiene entre 18 y 23 años de edad = 1; en otro caso = 0 (variable de referencia)
<i>Edad24</i>	Si el joven tiene entre 24 y 29 años de edad = 1; en otro caso = 0
<i>Edad30</i>	Si el joven tiene entre 30 y 35 años de edad = 1; en otro caso = 0
<i>Género</i>	Si el joven es hombre = 1; en otro caso = 0
Nivel de estudios completado	
<i>Primarios</i>	Joven con estudios como máximo primarios = 1; en otro caso = 0 (variable de referencia)
<i>Secundarios</i>	Joven con estudios como máximo secundarios o FP2 = 1; en otro caso = 0
<i>Universitarios</i>	Joven con estudios como máximo universitarios = 1; en otro caso = 0
Situación laboral	
<i>Ocupado</i>	Si el joven tiene trabajo = 1; en otro caso = 0 (variable de referencia)
<i>Hombre Inactivo</i>	Si el joven es hombre inactivo = 1; en otro caso = 0
<i>Mujer Inactiva</i>	Si el joven es mujer inactiva = 1; en otro caso = 0
<i>Hombre Parado</i>	Si el joven es hombre en paro = 1; en otro caso = 0
<i>Mujer Parada</i>	Si el joven es mujer en paro = 1; en otro caso = 0
<i>Hombre Estudiante</i>	Si el joven es hombre y está estudiando = 1; en otro caso = 0
<i>Mujer Estudiante</i>	Si el joven es mujer y está estudiando = 1; en otro caso = 0
Ingresos	
<i>Renta Individual</i>	Ingresos monetarios mensuales del joven (en logaritmos)
Mercado inmobiliario	
<i>Precio Compra</i>	Precio por metro cuadrado de compra de la vivienda (en logaritmos)
<i>Urbano</i>	Si el joven reside en un ámbito urbano (municipio con más de 10000 habitantes) = 1; en otro caso = 0
Situación económica de la Comunidad Autónoma	
<i>Tasa Paro</i>	Tasa de paro
<i>PIB</i>	PIB per cápita (en logaritmos)

Presumiblemente la independencia residencial de los jóvenes está supeditada a la estabilidad laboral, una precariedad laboral parece retrasar la emancipación. El efecto de la actividad laboral posiblemente presente matices diferentes entre los hombres y las mujeres en la salida del hogar paterno. Para tener en cuenta estos matices, en el modelo se ha incluido la situación laboral interaccionando con el género.⁷

La renta proporcionará al joven una certidumbre sobre la futura estabilidad en la independencia residencial. Los jóvenes con mayores recursos serán más propensos a independizarse. Todos los elementos mencionados permitirán al joven emprender la ruptura que supone la emancipación, la cual está amenazada por el riesgo, la incertidumbre y la volatilidad que caracterizan nuestra época.

Como indicador del mercado inmobiliario se ha utilizado el precio medio de compra de las viviendas por Comunidad Autónoma que ofrece el Ministerio de Fomento.⁸ Las posibles diferencias existentes en el mercado inmobiliario según el municipio de residencia, se matizarán

⁷ La categoría ocupado es la que se ha tomado como referencia en el análisis, por lo que no se ha interaccionado. De esta forma, podemos comparar a todos los jóvenes ocupados con las restantes categorías laborales según género.

⁸ La información está disponible en <http://www.fomento.es/>.

con una variable que indica si el joven reside en un ámbito rural o urbano. Esta variable además puede recoger diferencias socio-culturales entre municipios de distinto tamaño, ya que residir en una gran ciudad o en un municipio más pequeño puede hacer variar el comportamiento del joven.

Junto con las variables anteriores, en el modelo se han incluido dos variables para recoger la situación económica de la Comunidad Autónoma en la que reside el joven, la tasa de paro (según edad y género) y el PIB per cápita, ambas proporcionadas por el INE. La permanencia de los jóvenes en el hogar familiar puede estar relacionada con el panorama económico y social del entorno en el que viven. Una situación de inestabilidad económica puede llevar al joven a postergar la salida del hogar paterno y retrasar la formación de una familia.

3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL MODELO

La sociedad española ha experimentado notables cambios en las dos últimas décadas, que pueden influir de manera decisiva en las expectativas y las condiciones de la transición a la vida adulta. Los jóvenes de finales de los años 80 y principios de los 90 vivían en un contexto institucional, social y cultural diferente del que viven los jóvenes de la primera década del siglo XXI. Para valorar si el comportamiento de los jóvenes españoles ante la decisión de dejar la casa de los padres ha cambiado en estas décadas, analizamos esta decisión en tres momentos de tiempo, los años 1990, 2000 y 2010. Los resultados obtenidos nos permitirán realizar un análisis comparativo y establecer si la influencia de los factores, tanto socio-demográficos y económicos del individuo como de su entorno, han variado o no a lo largo del periodo analizado.

La estimación del modelo de emancipación familiar con los datos de los años 1990, 2000 y 2010 nos proporciona los resultados que se muestran en la Tabla 2. En dicha tabla observamos que, en general, las variables explicativas han resultado determinantes en la decisión. Únicamente la variable que recoge el PIB de la Comunidad Autónoma en la que reside el joven no es influyente en ninguno de los periodos analizados.

Las variables demográficas, edad y género del joven, muestran el comportamiento esperado y éste se mantiene en los tres años analizados. Los resultados obtenidos para estas variables son semejantes a los de otros estudios de emancipación juvenil, tanto con datos españoles como de otros países (Vitali, 2010; Holdsworth *et al.*, 2002; Stone *et al.*, 2011).

La edad es una característica muy influyente con un efecto positivo. A medida que crece la edad se incrementa la tendencia a dejar la casa paterna. Los jóvenes de mayor edad, más de 30 años, son los que tienen mayor probabilidad de formar un nuevo hogar. El género presenta un coeficiente estimado negativo. Las mujeres tienen mayor propensión a independizarse que los hombres, posiblemente debido a que las mujeres generalmente suelen soportar una carga mayor que los hombres en lo que se refiere a la realización de tareas domésticas en el hogar paterno, por lo que tienen más incentivos que éstos para abandonarlo (Ballesteros *et al.*, 2012).

Los resultados obtenidos para la formación académica indican que los jóvenes con mayor nivel de estudios tienen mayor probabilidad de permanecer en casa de los padres. Este mismo resultado fue obtenido por Colom *et al.* (2003) y Bernardi (2007), con datos españoles. Sin embargo, en otros países se ha encontrado que los jóvenes universitarios son los que tienen mayor probabilidad de independizarse (Stone *et al.*, 2011; Moreno, 2012).

Tabla 2. Estimaciones del modelo *Logit* binomial.

Variables	Año 1990			Año 2000			Año 2010		
	Coefficiente	Estadístico t	p-valor	Coefficiente	Estadístico t	p-valor	Coefficiente	Estadístico t	p-valor
Constante	5,459	2,714	0,007	1,549	0,775	0,438	-4,428	-2,690	0,007
Edad24	1,564	21,751	0,000	1,327	13,173	0,000	1,159	11,219	0,000
Edad30	3,247	40,335	0,000	2,915	27,601	0,000	2,717	24,709	0,000
Género	-0,501	-7,288	0,000	-0,703	-8,163	0,000	-0,567	-9,707	0,000
Secundarios	-0,210	-4,240	0,000	-0,292	-2,982	0,004	-0,366	-4,299	0,000
Universitarios	-0,402	-6,192	0,000	-0,711	-6,176	0,000	-0,912	-9,378	0,000
Hombre Inactivo	-1,730	-8,998	0,000	-0,916	-2,982	0,003	-1,405	-5,205	0,000
Mujer Inactiva	2,876	24,835	0,000	3,081	19,369	0,000	2,089	14,669	0,000
Hombre Parado	-0,683	-7,262	0,000	-0,466	-3,315	0,001	0,173	1,935	0,053
Mujer Parada	0,316	3,399	0,001	0,342	2,791	0,005	0,741	7,859	0,000
Hombre Estudiante	-1,763	-6,105	0,000	-1,993	-6,174	0,000	-1,862	-7,526	0,000
Mujer Estudiante	-0,240	-1,510	0,131	-0,835	-4,343	0,000	-1,737	-8,882	0,000
Renta Individual	0,095	13,621	0,000	0,213	11,331	0,000	0,222	20,886	0,000
Precio Compra	-0,517	-4,721	0,000	-0,180	-1,185	0,236	0,656	4,043	0,000
Urbano	0,458	9,122	0,000	0,207	3,294	0,001	0,113	1,937	0,053
Tasa Paro	-3,293	-9,798	0,000	-3,255	-6,268	0,000	-1,427	-3,927	0,000
PIB	-0,145	-0,860	0,390	-0,273	-1,013	0,311	-0,224	-0,969	0,332
Nº observaciones	18801			11145			13228		
Log-verosimilitud	-7158,83			-4484,29			-5417,96		
Razón verosimilitud	11119,37			5738,95			7297,63		

Con respecto a la influencia de la situación económica y laboral del joven en la decisión de emanciparse de los padres, encontramos que tanto la renta individual como las variables de la actividad laboral son muy determinantes en los tres años analizados, y mantienen el comportamiento, salvo un cambio de signo y una pérdida de significatividad en el año 2010 respecto a los años precedentes en el coeficiente de la variable que indica si el joven es un hombre parado.

La renta presenta un efecto positivo que nos indica que un incremento en la misma favorece la formación de un hogar independiente. Becker *et al.* (2010) indican que la salida del hogar familiar, en la mayoría de los casos, se realiza cuando el joven ya ha logrado la independencia económica.

Para la situación laboral, vemos que los jóvenes estudiantes, respecto a los que están ocupados, tienen menor probabilidad de independizarse de sus padres, tanto los hombres como las mujeres. En España, la mayoría de los jóvenes que siguen con su formación académica prefieren permanecer en el hogar paterno donde tienen seguridad y estabilidad económica.

En cuanto a los jóvenes inactivos observamos diferencias por género. Los hombres inactivos tienden a permanecer en casa de sus padres, mientras que las mujeres, aunque sean inactivas, son propensas a la independencia familiar. Esta diferencia en el comportamiento es posiblemente debida a motivos socio-culturales, ya que en los países del sur de Europa, la mujer sigue teniendo un rol de ama de casa.

Tanto en el año 1990 como en 2000, se observa un comportamiento de los jóvenes en paro diferente para hombres y mujeres. Los hombres parados tienen un coeficiente estimado negativo, que disminuye la probabilidad de emancipación. Este resultado nos indica que a finales del siglo XX los hombres jóvenes no tomaban la decisión de dejar el hogar paterno hasta encontrar trabajo y tener recursos económicos que les permitieran sustentar su propio hogar.

Para el año 2010 los resultados obtenidos difieren de los años precedentes, y no se aprecian diferencias por género. En este momento de tiempo, estar desempleado no es un impedimento para que un joven viva independiente de sus padres. Esto quizás sea debido a que los jóvenes (hombres y mujeres), aunque ahora estén desempleados, si ya se han independizado con anterioridad y reciben un subsidio de desempleo o tienen una pareja con ingresos, mantienen su estatus de independencia de los padres. Otra posible causa es que los jóvenes parados abandonen el domicilio familiar para buscar trabajo en otra población alejada del hogar paterno (Aassve *et al.*, 2002).

El efecto de la variable que recoge el precio de compra de las viviendas ha resultado ser negativo, tanto en el año 1990 como en el año 2000, indicando que una subida del precio de las viviendas desincentiva al joven a abandonar la casa de los padres. No obstante, en el año 2000 esta variable ha resultado no ser determinante, los jóvenes en ese momento temporal no consideran importante la situación del mercado de la vivienda para decidir sobre su emancipación. El resultado obtenido difiere para el año 2010, donde el efecto del precio de compra de las viviendas es inverso (el signo es positivo). Según Ermisch (1999), el efecto que se puede esperar para la variable que indica el precio de compra de las viviendas es ambiguo y depende de la elasticidad que tenga la demanda de vivienda de los padres. Si ante un aumento del precio de la vivienda, los padres no reducen su demanda de vivienda, la utilidad en la casa paterna es constante y cae fuera de ella, lo que induce al joven a quedarse con sus padres. Por el contrario, si la demanda de vivienda de los padres es elástica, la disminución de demanda de vivienda asociada a la subida de precio, podría llevar al hijo a salir del hogar paterno.

Para la variable que recoge el ámbito de residencia, su coeficiente estimado nos indica que los jóvenes que residen en grandes ciudades son más propensos a formar un hogar independiente. Este resultado puede ser debido a que en España, en los pequeños municipios hay un sentido familiar más arraigado que hace que los jóvenes tarden más tiempo en independizarse.

Finalmente, de las variables que recogen la situación económica de la Comunidad Autónoma en la que reside el joven, la tasa de paro es la única que ha resultado determinante y tiene un efecto negativo. Si se observa una tasa de paro elevada se tiende a permanecer en el hogar paterno. Este resultado está asociado a la incertidumbre laboral que percibe el joven en su entorno. Ante tasas de paro elevadas, el joven decide quedarse en el hogar paterno que le ofrece mayor seguridad y estabilidad económica.

4. PROBABILIDADES PREDICHAS

Para valorar cómo los cambios económicos y estructurales de la sociedad española acaecidos en las dos últimas décadas han modificado el patrón de comportamiento de los jóvenes hacia la adultez, calculamos predicciones de las probabilidades de emancipación en los tres momentos de tiempo analizados.

Las predicciones calculadas para el año 1990 reflejan la predisposición de los jóvenes de finales de los 80 a emanciparse de sus padres. Comparando las probabilidades predichas del 1990 y 2000 podemos valorar si la tendencia a emanciparse de los jóvenes varió en la última década del siglo pasado. Finalmente, las predicciones para el año 2010 nos permitirán evaluar la propensión a la independencia familiar de los jóvenes en la primera década de este siglo y, si se comparan con las anteriores predicciones, veremos cómo ha evolucionado la predisposición a emanciparse de los jóvenes españoles.

Las probabilidades predichas se calculan desde los coeficientes estimados $\hat{\beta}$ presentados en la Tabla 2 y considerando las variables explicativas en su valor medio, \bar{x} , mediante la expresión:

$$\hat{P}_{eman} = P(\text{emancipación} / \bar{x}, \hat{\beta}) = \frac{e^{\bar{x}'\hat{\beta}}}{1 + e^{\bar{x}'\hat{\beta}}}$$

En la Tabla 3 están los valores de las probabilidades predichas de emancipación, para todos los jóvenes (primera fila) y separadamente para hombres y mujeres (filas 2 y 3, respectivamente). Estas probabilidades predichas por género nos permitirán valorar si existen diferencias entre los hombres y las mujeres en la independencia familiar.

Tabla 3. Probabilidades predichas de emancipación (totales y por género).

	Año 1990	Año 2000	Año 2010
\hat{P}_{eman}	0,28935	0,24136	0,30962
$\hat{P}_{eman}/\text{Hombre}$	0,24103	0,18242	0,25285
$\hat{P}_{eman}/\text{Mujer}$	0,34397	0,31064	0,37370

Se puede observar que la tendencia de los jóvenes a emanciparse ha caído entre los años 1990 y 2000. Durante parte de la década de los años 90 se produjo una recesión económica, con una destrucción del empleo, junto con un incremento del periodo formativo de los jóvenes, lo que puede justificar el descenso de la emancipación juvenil.

Las probabilidades predichas para el año 2010 muestran que la tendencia a la emancipación juvenil se ha recuperado, alcanzando niveles superiores a 1990. En la primera década del siglo XXI, especialmente en los primeros años, se produjo un crecimiento del empleo, una bajada de los tipos de interés hipotecario y se estabilizó el periodo educativo de los jóvenes, lo que hizo crecer la tasa de jóvenes independizados; aunque este crecimiento se ve frenado por la crisis económica que ha azotado la economía mundial desde 2007. Nuestro análisis revela que en el año 2010 la incidencia de la crisis económica en la tasa de formación de hogar todavía es moderada. Posiblemente en años posteriores se reflejen caídas en la emancipación causadas por la crisis.

Si observamos las probabilidades predichas según el género, vemos que las mujeres presentan mayor probabilidad de independizarse que los hombres en los tres momentos de tiempo analizados. Para ambos géneros, la tendencia a emanciparse disminuye en el año 2000, con una mayor caída para los hombres. La tasa de emancipación de los hombres presenta mayores variaciones que la de las mujeres, ello puede ser debido a que los hombres españoles son más sensibles a los cambios estructurales y sociales que ha habido durante estos periodos de tiempo; mientras que la tasa de emancipación de las mujeres se resiente menos ya que, a pesar de los cambios en España, un gran número de mujeres siguen independizándose para formar una unión estable y una familia.

A continuación, analizamos la evolución de la emancipación juvenil según el nivel académico y la ocupación laboral del joven. Estamos especialmente interesados en estos factores ya que los cambios en el sistema educativo y la expansión y recesión sufridas por la

economía en los últimos años en España, pueden haber cambiado el proceso de transición de los jóvenes a la vida adulta.

4.1. Análisis por nivel académico

Las probabilidades predichas de emancipación según la formación académica se calculan considerando el valor 1 para la variable que recoge el correspondiente nivel de estudios y el valor 0 para los otros niveles, manteniendo el resto de las variables explicativas del modelo en su valor medio.

En la Tabla 4 se presentan las probabilidades predichas para los jóvenes con estudios primarios, secundarios y universitarios para los tres años. Podemos ver que a medida que se incrementa el nivel de estudios, la probabilidad predicha va disminuyendo. Los universitarios tienen la menor probabilidad de emancipación en cualquiera de los años. Hay que destacar que en el año 2010, respecto de los periodos anteriores se produce un notable incremento de la probabilidad de independizarse para los niveles de estudios no universitarios (un incremento de más de 8 puntos porcentuales). Esto ha hecho que en este año 2010 se obtenga una acentuada diferencia de dicha probabilidad entre el nivel de estudios secundarios y el nivel de estudios universitarios que llega a casi 11 puntos porcentuales (una tasa de variación de 33%, mientras que en los años 1990 y 2000 los valores de dicha tasa son 13% y 28%, respectivamente).

Tabla 4. Probabilidad predicha de emancipación por nivel de estudios.

<i>Nivel estudios</i>	<i>Año 1990</i>	<i>Año 2000</i>	<i>Año 2010</i>
$\hat{P}_{eman}/Primarios$	0,31534	0,31006	0,41308
$\hat{P}_{eman}/Secundarios$	0,27177	0,25130	0,32798
$\hat{P}_{eman}/Universitarios$	0,23554	0,18083	0,22042

El crecimiento de la economía en la primera mitad de esta última década llevó a muchos hombres jóvenes con menor formación a entrar antes en el mercado laboral, lo que significó una mayor tasa de emancipación de los hombres con niveles académicos primarios o secundarios, mientras que disminuía la tasa de emancipación de los universitarios. Al mismo tiempo, debido al incremento de mujeres universitarias en la primera década del siglo XXI, se aprecia una caída en la formación de hogar en este grupo de mujeres.

Para realizar un análisis más exhaustivo de la evolución de la emancipación familiar, calculamos las probabilidades predichas de emancipación distinguiendo junto al nivel académico, el género y la edad.⁹ Los valores obtenidos para dichas probabilidades se representan en los Gráficos 1 a 3.

Para los jóvenes con estudios primarios (véase Gráfico 1), vemos que los hombres entre 24 y 29 años presentan una probabilidad de independizarse más elevada en el año 2010 que en los años precedentes. Si comparamos con los de estudios secundarios (véase Gráfico 2), se observa que la magnitud de la probabilidad disminuye en todos los años, manteniéndose el valor máximo en 2010, aunque, en este caso, la diferencia con los años anteriores no es tan grande como con los jóvenes con un nivel de estudios primarios. Para los estudios universitarios (véase

⁹ En España, los planes de estudios vigentes para los años bajo análisis implican que el joven finaliza sus estudios universitarios no antes de los 23 años, así en las comparaciones no hemos considerado el grupo de los individuos más jóvenes (entre 18 y 23 años).

Gráfico 3), apenas hay diferencia entre las probabilidades de los tres años, siendo prácticamente igual el valor en 1990 y en 2010.

Gráfico 1: Jóvenes con estudios primarios.

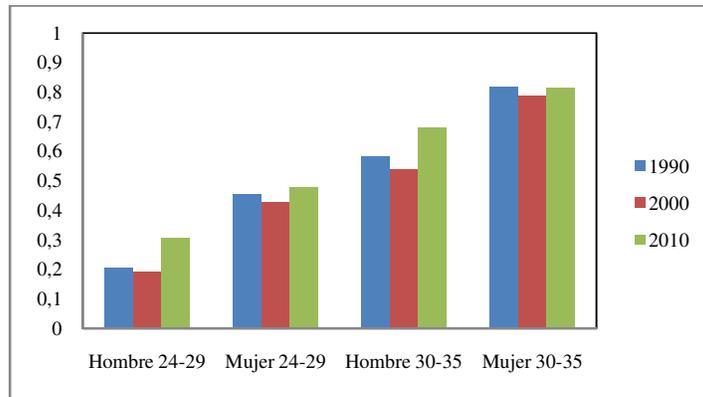


Gráfico 2: Jóvenes con estudios secundarios.

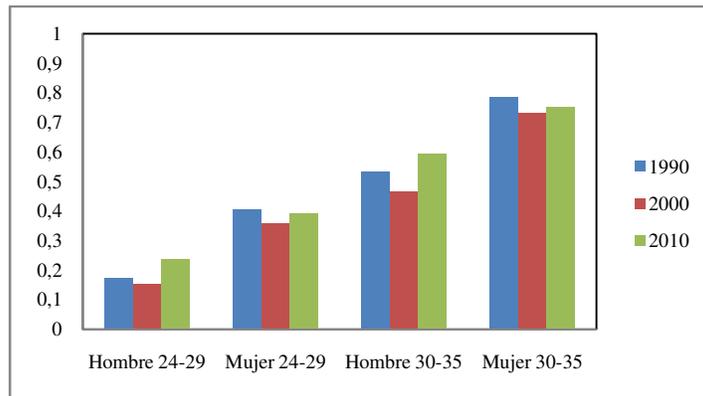
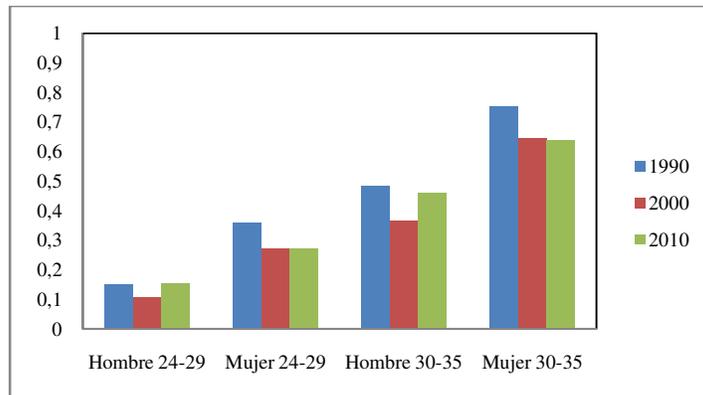


Gráfico 3: Jóvenes con estudios universitarios.



Las mujeres jóvenes entre 24 y 29 años también tienen una probabilidad de emancipación que disminuye al aumentar el nivel de estudios (véanse Gráficos 1 a 3), aunque su comportamiento difiere del de los hombres jóvenes del mismo grupo de edad. El mayor valor de la probabilidad de emancipación se encuentra ahora en el año 1990 para los estudios secundarios y universitarios. Tanto en el año 1990 como en el año 2000 la probabilidad de que una mujer de este grupo de edad se independice es más del doble de la probabilidad asociada a

un hombre joven del mismo grupo de edad, para cualquier nivel de estudios, y en el año 2010, aunque la probabilidad de las mujeres sigue siendo superior a la de los hombres, la diferencia se acorta.

Al aumentar la edad del joven, como era previsible, vemos un incremento importante en la probabilidad de que el joven se independice de sus padres sin distinción de género. En el caso de los hombres, tanto para el nivel de estudios primarios como secundarios, el año 2010 es el que presenta el mayor valor de la probabilidad, al igual que en el caso de los hombres jóvenes de menor edad. Sin embargo, los hombres universitarios entre 30 y 35 años muestran diferencias con los universitarios más jóvenes, ya que ahora probabilidad de independizarse para el año 1990 es más elevada que la de los otros dos periodos.

Con respecto al grupo de las mujeres entre 30 y 35 años, vemos que el valor más elevado de la probabilidad de independizarse está en el año 1990 para cualquier nivel de estudios. La probabilidad en los años 2000 y 2010 es de magnitud semejante en los tres niveles académicos, en los estudios primarios y secundarios ligeramente superior el valor en el año 2010. También ahora las mujeres jóvenes de entre 30 y 35 años tienen una probabilidad de emancipación superior a la de los hombres de su mismo grupo de edad en todos los niveles académicos, pero la diferencia no es tan marcada como en el caso del grupo de 24 a 29 años.

4.2. Análisis según la ocupación laboral

Para calcular las probabilidades predichas de emancipación según la actividad laboral de los jóvenes, se ha reestimado el modelo de emancipación utilizando las variables indicadoras de la situación en la actividad laboral sin interaccionar con el género. Los valores de estas predicciones se presentan en la Tabla 5.¹⁰

Tabla 5. Probabilidades predichas de emancipación por actividad laboral.

<i>Actividad laboral</i>	<i>Año 1990</i>	<i>Año 2000</i>	<i>Año 2010</i>
$\hat{P}_{eman} / \text{Estudiante}$	0,16986	0,08943	0,08723
$\hat{P}_{eman} / \text{Inactivo}$	0,31210	0,30202	0,38008
$\hat{P}_{eman} / \text{Parado}$	0,23345	0,24802	0,38327
$\hat{P}_{eman} / \text{Ocupado}$	0,25796	0,24816	0,36300

En la categoría Estudiante el mayor valor predicho de la probabilidad de emancipación se alcanza en el año 1990. En el año 2000 vemos que la probabilidad predicha ha caído a casi la mitad, y este valor se mantiene en el año 2010. En el año 1990 posiblemente los jóvenes que deseaban continuar su formación académica después de la formación básica debían desplazarse a otras localidades en las que se encontraban los centros universitarios y, por lo tanto, se verían forzados a emanciparse de los padres. En las últimas décadas esto ha cambiado, debido al crecimiento de las universidades en numerosas áreas geográficas.

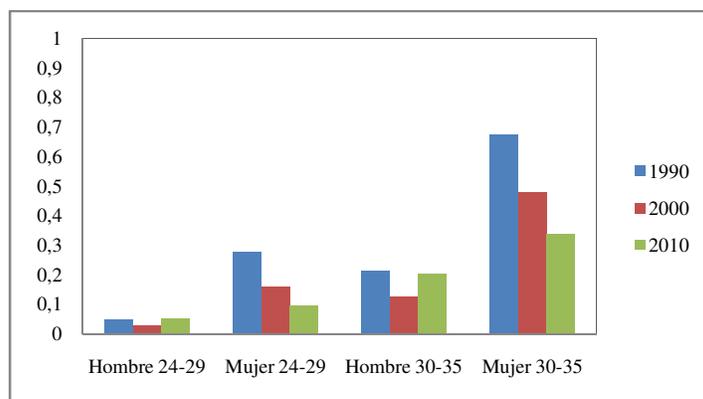
Con respecto a las otras situaciones de la actividad laboral del joven (Inactivo, Parado y Ocupado) encontramos que los valores predichos para la probabilidad de emancipación son semejantes en los años 1990 y 2000 y son más elevados en el año 2010. Podemos ver cómo la probabilidad de que el joven se independice de sus padres crece casi 8 puntos porcentuales del 2000 al 2010 para los jóvenes inactivos y más de 11 puntos para los activos (ocupados o

¹⁰ Los resultados de esta estimación se pueden solicitar a los autores.

parados). Esto podría ser consecuencia del gran crecimiento económico entre los años 2000 y 2007.

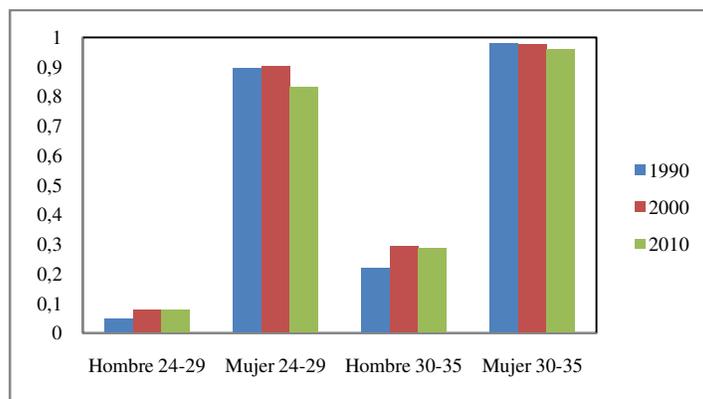
También ahora calcularemos las probabilidades predichas de emancipación considerando además de la actividad laboral, el género y la edad del joven. En los Gráficos 4 a 7 representamos estas probabilidades y se aprecia que, en todas las situaciones de la actividad laboral, la probabilidad crece con la edad del joven, y las mujeres presentan mayores valores que los hombres.

Gráfico 4: Jóvenes estudiantes.



Desde el Gráfico 4 (Estudiantes), observamos comportamientos diferentes por género. Para los hombres vemos que en los dos grupos de edad, el valor de la probabilidad presenta una caída entre 1990 y 2000, mientras que en el año 2010 hay una recuperación de ese valor hasta niveles semejantes a los del año 1990. Por el contrario, para las mujeres la probabilidad va disminuyendo progresivamente de 1990 a 2010.

Gráfico 5: Jóvenes inactivos.



Para los jóvenes inactivos (véase Gráfico 5) se observa que los hombres incrementan mucho la probabilidad de emanciparse con su edad, observándose diferencias destacables entre los dos grupos de edad. La probabilidad asociada a los hombres jóvenes de más de 30 años es casi 4 veces mayor que la de los hombres entre 24 y 29 años. Sin embargo, para las mujeres no hay mucha diferencia entre los dos grupos de edad, observándose el valor más pequeño en el año 2010 en ambos casos. Las probabilidades predichas de emancipación en las mujeres son prácticamente todas superiores al 90%; mientras que para los hombres están por debajo del 30%. Esto puede ser debido a que hay mujeres inactivas que se independizan para formar una

familia, con una pareja activa, mientras que esta situación no es tan común entre los hombres inactivos.

Las probabilidades de emancipación de los jóvenes activos (ocupados y parados) se presentan en los Gráficos 6 y 7, respectivamente. En ambos casos encontramos un comportamiento semejante por género y edad. En todos los casos, la probabilidad predicha de emancipación presenta poca diferencia entre los años 1990 y 2000, observándose el mayor valor de esta probabilidad en el año 2010. Vemos también que el crecimiento de la probabilidad predicha entre los años 2000 y 2010 es más elevado en los jóvenes parados que en los ocupados.

Gráfico 6: Jóvenes parados.

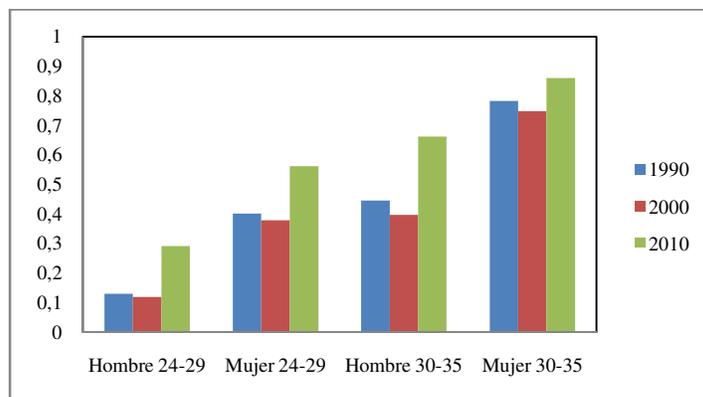
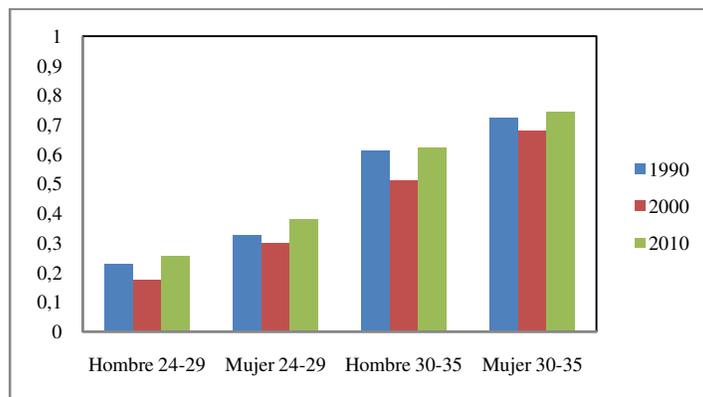


Gráfico 7: Jóvenes ocupados.



Otro resultado que observamos desde los Gráficos 6 y 7 es que para los hombres jóvenes activos, ya estén parados o tengan trabajo, hay un crecimiento en la probabilidad de emancipación en el año 2010 (con respecto al año 2000) superior al observado para las mujeres. Esto pone de manifiesto el hecho, ya comentado anteriormente, de la mayor sensibilidad de los hombres jóvenes ante la situación económica de España.

La expansión de la economía en la primera parte del siglo XXI (de 2000 a 2007) significó una gran oferta de trabajo, especialmente para jóvenes no altamente cualificados (y generalmente hombres), con la consecuente independencia familiar asociada al hecho que los jóvenes disponían de recursos económicos propios que les permitían vivir sin la ayuda de los padres. En el año 2010, debido a la crisis económica podíamos esperar un efecto bumerán, que aún no se ha detectado ya que la tasa de emancipación se mantiene elevada. Los jóvenes en España, aunque están en paro no regresan a casa de sus padres.

5. CONCLUSIONES

El trabajo se centra en analizar el proceso de formación de hogar de los jóvenes españoles en las dos últimas décadas, valorando si ha habido cambios en su patrón de comportamiento hacia la adultez en este periodo. Los cambios en el sistema educativo, la globalización de la economía y los cambios en los mercados laborales pueden ser los principales responsables de las alteraciones detectadas en el proceso de transición de los jóvenes a la vida adulta en las sociedades contemporáneas.

Se ha estimado el modelo de emancipación familiar en tres momentos de tiempo (1990, 2000 y 2010), encontrándose que en general se mantienen los factores determinantes y su efecto en los tres años analizados. El comportamiento de los jóvenes españoles frente a esta decisión muestra diferencias por género, al igual que se ha obtenido en trabajos precedentes.

La formación académica del joven presenta el comportamiento clásico de los países del sur de Europa (un mayor nivel académico lleva a disminuir la tasa de emancipación, estar estudiando implica retrasar la independencia familiar). Respecto a la actividad laboral, nuestro análisis revela que, en general, los jóvenes españoles abandonan el hogar paterno si tienen trabajo (y recursos económicos). En el caso de las mujeres vemos además una gran tendencia a la emancipación familiar si son inactivas, lo que indica que la mujer sigue teniendo asignado el rol de ama de casa.

Una diferencia destacable en los factores que determinan el proceso de emancipación familiar en las dos últimas décadas se encuentra en el precio de compra de las viviendas. En 1990 y 2000 el signo del coeficiente estimado de esta variable es negativo (aunque en 2000 no es determinante), sinónimo de demanda de vivienda de los padres inelástica, mientras que en 2010 el signo es positivo, demanda de vivienda de los padres elástica. Seguramente la crisis económica presente a finales de la primera década del siglo XXI ha llevado a que las familias reduzcan el consumo de vivienda, favoreciendo la salida del joven del hogar paterno.

Las predicciones de la probabilidad de emancipación nos indican que el patrón de comportamiento del proceso hacia la adultez no ha variado en la última década del siglo pasado; sin embargo sí que observamos algunos cambios en la primera década de este siglo, respecto al efecto de la formación académica y la situación laboral del joven. En particular vemos una disminución de la probabilidad de emancipación de los jóvenes universitarios entre 1990 y 2000, que en el caso de los hombres se recupera en el año 2010, pero para las mujeres se mantiene estable. Las mujeres jóvenes han acusado más los cambios en el sistema educativo que los hombres. Respecto a la actividad laboral, encontramos que los hombres jóvenes son más sensibles a los cambios económicos que las mujeres. Concretamente vemos que los hombres jóvenes no se independizaban en los dos primeros momentos de tiempo analizados (1990 y 2000) si no tenían trabajo, mientras que en 2010, los desempleados o bien salen de casa de los padres para buscar trabajo en otro sitio, o bien si ya están independizados con anterioridad no regresan a casa de los padres.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aassve, A.; Billari, F.C.; Mazzuco, S. y Ongaro, F. (2002): "Leaving home: a comparative analysis of ECHP data". *Journal of European Social Policy*, 12: pp. 259–275.

Aparicio-Fenoll, A. y Oppedisano, V. (2015): "Fostering Household Formation: Evidence from a Spanish Rental Subsidy". *The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy*, 15: pp. 53–84.

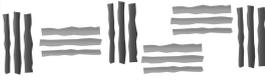
- Ballesteros, J.C.; Megías, I. y Rodríguez, E. (2012): *Jóvenes y Emancipación en España*. FAD y Obra Social Caja Madrid.
- Becker, O.; Bentolila, S.; Fernandes, A. e Ichino, A. (2010): “Youth emancipation and perceived job insecurity of parents and children”. *Journal of Population Economics*, 23: pp. 1175–1199.
- Bernardi, F. (2007): “Movilidad Social y Dinámicas Familiares. Una Aplicación al Estudio de la Emancipación Familiar en España”. *Revista Internacional de Sociología*, 65: pp. 33–54.
- Billari, F.C. y Liefbroer, A.C. (2007): “Should I stay or should I go? The impact of age norms on leaving home”. *Demography*, 44: pp. 181–198.
- Billari, F.C. y Liefbroer, A.C. (2010): “Towards a new pattern of transition to adulthood?”. *Advances in Life Course Research*, 15: pp. 59–75.
- Blaauboer, M. y Mulder, C.H. (2010): “Gender differences in the impact of family background on leaving the parental home”. *Journal of Housing and the Built Environment*, 25: pp. 53–71.
- Chiuri, M.C. y Del Boca, D. (2010): “Home-leaving decisions of daughters and sons”. *Review of Economics of the Household*, 8: pp. 393–408.
- Colom, M.C.; Martínez, R. y Molés, M.C (2003): “Independencia familiar y situación laboral de los jóvenes españoles”. *Papeles de Población*, 37: pp. 83–105.
- Ermisch, J. (1999): “Prices, parents, and young people’s household formation”. *Journal of Urban Economics*, 45: pp. 47–71.
- Garasky, S.; Haurin, R.J. y Haurin, D.R. (2001): “Group living decisions as youth transition to adulthood”. *Journal of Population Economics*, 14: pp. 329–349.
- Holdsworth, C.; Voas, D. y Tranmer, M. (2002): “Leaving Home in Spain: When, Where and Why?”. *Regional Studies*, 36 (9): pp. 989–1004.
- Lauster, N.T. (2006): “A room of one’s own or room enough for two? Access to housing and new household formation in Sweden, 1968–1992”. *Population Research and Policy Review*, 25: pp. 329–351.
- Manacorda, M. y Moretti, E. (2006): “Why do most Italian youths live with their parents? Intergenerational transfers and household structure”. *Journal of the European Economic Association*, 4: pp. 800–829.
- Martínez-Granado, M. y Ruiz-Castillo, J. (2002): “The decisions of Spanish youth: A cross-section study”. *Journal of Population Economics*, 15: pp. 305–330.
- Martins, N. y Villanueva, E. (2009): “Does high cost of mortgage debt explain why young adults live with their parents?”. *Journal of the European Economic Association*, 7 (5): pp. 974–1010.
- Mitchell, B.A.; Wister, A.V. y Gee, E.M. (2000): “Culture and co-residence: An exploration of variation in home-returning among Canadian young adults”. *Canadian Review of Sociology*, 37 (2): pp. 197–222.
- Moreno, A. (2012): “The transition to adulthood in Spain in a comparative perspective: The incidence of structural factors”. *Young*, 20 (1): pp.19–48.
- Mulder, C.H.; Clark, W.A.V. y Wagner, M. (2002): “A comparative analysis of leaving home in the United States, the Netherlands and West Germany”. *Demographic Research*, 7: pp. 565–592.
- Mulder, C.H. y Hooimeijer, P. (2002): “Leaving home in the Netherlands: Timing and first housing”. *Journal of Housing and the Built Environment*, 17: pp. 237–268.
- Requena, M. (2006). “Juventud y dependencia familiar en España”. *Revista de Juventud*, 58: pp. 10–23.
- Stone, J.; Berrington, A. y Falkingham, J. (2011): “The changing determinants of UK young adults’ living arrangements”. *Demographic Research*, 25: pp. 629–666.

Vitali, A. (2010): “Regional differences in Young Spaniards’ living arrangement decisions: A multilevel approach”. *Advances in Life Course Research*, 15: pp. 97–108.

APÉNDICE

Tabla A1. Media y desviación típica de las variables independientes.

VARIABLES	Año 1990		Año 2000		Año 2010	
	Media	Desv. típica	Media	Desv. típica	Media	Desv. típica
<i>Edad18</i>	0,38274	0,48607	0,33817	0,47311	0,32340	0,46779
<i>Edad24</i>	0,31800	0,46570	0,33513	0,47205	0,29710	0,45700
<i>Edad30</i>	0,29929	0,45796	0,32670	0,46903	0,37950	0,48528
<i>Género</i>	0,50439	0,49999	0,49529	0,50000	0,50348	0,50001
<i>Primarios</i>	0,52322	0,49947	0,07438	0,26240	0,09208	0,28915
<i>Secundarios</i>	0,35695	0,47911	0,74607	0,43527	0,69073	0,46221
<i>Universitarios</i>	0,11983	0,32478	0,17954	0,38382	0,21689	0,41214
<i>Ocupado</i>	0,50460	0,49999	0,56025	0,49638	0,52691	0,49929
<i>Hombre Inactivo</i>	0,03649	0,18750	0,01283	0,11255	0,01081	0,10341
<i>Mujer Inactiva</i>	0,14483	0,35194	0,09269	0,29000	0,04233	0,20136
<i>Hombre Parado</i>	0,06824	0,25216	0,04648	0,21053	0,10584	0,30664
<i>Mujer Parada</i>	0,07159	0,25782	0,06496	0,24647	0,09223	0,28936
<i>Estudiante</i>	0,17425	0,37933	0,22279	0,41614	0,22188	0,41552
<i>Renta Individual</i>	287,65	354,68	504,34	534,11	614,43	659,05
<i>Precio Compra</i>	567,99	149,53	843,18	278,14	1767,57	475,65
<i>Urbano</i>	0,76703	0,42273	0,76779	0,42226	0,76814	0,42203
<i>Tasa Paro</i>	0,23574	0,12749	0,18941	0,12023	0,26977	0,15999
<i>PIB</i>	8047,06	1490,24	15079,07	3363,23	22771,77	4651,58



Metodología para elaborar leyes de posibilidad de retirada del cliente: una aplicación al sector del vestido

ORTIGOSA HERNÁNDEZ, MAURICIO

Facultad de Economía y Negocios

Universidad Anáhuac México (México)

Correo electrónico: mauricio.ortigosa@anahuac.mx

GIL LAFUENTE, ANNA MARÍA

Departamento de Economía y Organización de Empresas

Universidad de Barcelona (España)

Correo electrónico: amgil@ub.edu

RESUMEN

El presente documento pone a prueba en el sector del vestido en el centro del país, una metodología basada en la teoría de la incertidumbre y los subconjuntos borrosos para construir leyes de posibilidad de retirada del cliente con la empresa, con tan sólo la opinión subjetiva de expertos. La aportación del presente trabajo permite obtener un camino alternativo cuando no es posible contar con la información requerida por los modelos identificados en la literatura basados en principios derivados de las leyes del azar, incluso métodos heurísticos. Los resultados muestran la utilidad de los conceptos borrosos en un problema donde la incertidumbre en relación a la permanencia del cliente se hace evidente, permitiendo obtener un elemento necesario (tiempo), cuando se requiera medir el valor económico del cliente (*Customer Lifetime Value: CLV*) en el campo de la incertidumbre.

Palabras claves: incertidumbre; números borrosos; subconjunto aleatorio borroso; duración del cliente; distancia de Hamming; método heurístico.

Clasificación JEL: C60; C65; M31.

MSC2010: 03E72; 60A86; 68T20; 68T37; 90B60; 91B42.

A Methodology to Elaborate Laws of Possibilities in the Retreat of a Client: An Application to the Dress Sector

ABSTRACT

The current work tests, in the dress sector in the center of the country, a methodology based in the theory of uncertainty and the fuzzy subsets, in order to build laws of possibilities for the retreat of clients only with the subjective opinion given by experts. The contribution of the present work allows to obtain an alternative path when it is not possible to get the required information by the models identified in the literature based in principles derived of the random laws even from heuristic methods. The results show the utility of fuzzy concepts in a problem where the uncertainty in relation to the permanence of the client is evident and allows to obtain a valuable element (time), when the Customer Lifetime Value (CLV) is required to be measured in the field of uncertainty.

Keywords: uncertainty; fuzzy numbers; fuzzy random subset; customer permanence; Hamming distance; heuristic method.

JEL classification: C60; C65; M31.

MSC2010: 03E72; 60A86; 68T20; 68T37; 90B60; 91B42.



1. INTRODUCCIÓN

En marketing, en las últimas décadas se ha despertado el interés por estudiar la duración o vida activa de los clientes en una empresa. Dicho elemento forma tan sólo una parte de otras variables tales como momentos de compra o transacciones, volumen de compra entre otros, que son necesarios para calcular el valor (económico) del cliente (*Customer Lifetime Value: CLV*). Si la relación entre el cliente y la empresa es a través de un contrato o convenio, la incertidumbre en relación a la vigencia del cliente como un cliente activo o “vivo” es casi inexistente, por tanto, vamos a tratar la permanencia del cliente bajo el esquema no contractual. En estos casos, la incertidumbre de la permanencia del cliente con la empresa se hace evidente, ya que no requiere dar aviso en caso de convertirse en cliente inactivo o “muerto”.

En la revisión de la literatura se ha observado que el estudio de la permanencia del cliente con la empresa se ha abordado desde diferentes ópticas. En la presente investigación nos hemos limitado en revisar los esquemas no contractuales. Las investigaciones sobre estos temas han tenido considerables avances; uno de los pioneros en proponer un modelo para calcular la permanencia del cliente con la empresa fue Schmittlein *et al.* (1987) con el modelo Pareto/NBD. El nombre del modelo responde al comportamiento de compra que experimenta un cliente mientras se encuentra activo o “vivo” con la empresa, es decir, en este modelo las compras siguen una Distribución Binomial Negativa (NBD) y las “muertes” o pérdidas de clientes siguen una distribución de Pareto.

Reinartz y Kumar (2000), Reinartz y Kumar (2003), Fader *et al.* (2005) y Abe (2009) han desarrollado modificaciones al modelo de Schmittlein *et al.* (1987) incorporando nuevos elementos. Por su parte, Wübben y Von Wangenheim (2006) realizaron un estudio comparativo entre los modelos estocásticos desarrollados por Schmittlein *et al.* (1987), Schmittlein y Peterson (1994), Fader *et al.* (2005) y un modelo heurístico. Los resultados mostraron que los modelos estocásticos son mejores predictores para el número de transacciones o compras comparado con el modelo heurístico. No obstante, el modelo heurístico funciona mejor para predecir si un cliente es activo o no en una fecha futura con tan sólo analizar la “reciente última compra”.

Neslin *et al.* (2006) mencionan la importancia de estudiar los modelos de gestión de rotación de clientes ya que nos ayudan a identificar clientes que son muy propensos a la deserción, en cuyo caso, la empresa debe realizar un esfuerzo de retención más focalizado en ellos y dejar de hacer dicho esfuerzo en otros clientes que sean menos propensos a la deserción. Neslin *et al.* (2006) llevaron a cabo un estudio donde midieron el nivel de precisión con

diferentes modelos para predecir la pérdida de clientes. Los resultados muestran hallazgos relevantes: los métodos son importantes; aun habiendo diferencias significativas en la precisión de las predicciones al calibrar los modelos utilizados, los resultados son consistentes a lo largo del tiempo (*staying power*). Los autores anteriores mencionan que los creadores de modelos predictivos para estimar la vida “activa” de los clientes, utilizan diferentes enfoques metodológicos. En este documento, no será la excepción ya que se utilizan herramientas basadas en la teoría de la incertidumbre y subconjuntos borrosos.

En las últimas décadas, un reducido grupo de investigadores han permitido una nueva reorientación al quehacer científico, surgiendo algunos trabajos cuya base se halla en la teoría de la incertidumbre y subconjuntos borrosos, que en otros campos de la gestión de empresas han permitido un positivo avance en los desarrollos formales. Por las razones anteriores, vamos a plantear una metodología alternativa para resolver el problema de estimar la retirada o el período de vida de un cliente en un esquema no contractual apoyado en los mismos principios. La aportación del presente trabajo radica en el hecho de construir un camino alternativo cuando no contamos con información histórica suficiente que nos permita utilizar los modelos contemplados en la revisión de la literatura tales como el modelo Pareto/NBD, el modelo BG/NBD o el modelo bayesiano jerárquico, entre otros, ya que se basan en información histórica lo que permite utilizar principios derivados de las leyes del azar y todos los razonamientos que con ellas se relacionan.

Para desarrollar lo anterior, se presenta una propuesta metodológica, considerada posiblemente por varios autores como un método heurístico, ya que tratamos de construir un camino alternativo a la solución del problema de estimar la retirada del cliente con un mínimo de información, basada en la percepción de un grupo de personas a las que llamamos expertos por su conocimiento y experiencia sobre el tema. La finalidad es construir un número aleatorio borroso a partir de la opinión agregada de un grupo de expertos, teniendo como producto final una herramienta a la que llamamos “ley de posibilidad”, que permita a cada cliente nuevo que llega a la empresa, realizar una estimación de su retirada basada en dicha ley y el uso de dos operadores (máximo y mínimo), que es una valuación para tomar la posición más pesimista ante la incertidumbre. Ponemos a prueba dicha metodología con “expertos” en el sector del vestido: específicamente consultamos empresas que trabajan la línea de producto de uniformes para las empresas.

2. ELEMENTOS PREVIOS AL DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

Mostramos algunos modelos que son representativos del campo que se ha trabajado previamente sobre la permanencia del cliente con la empresa.

Uno de los pioneros en proponer un modelo para calcular la permanencia del cliente fue Schmittlein *et al.* (1987) con el modelo Pareto/NBD. La aportación central de este modelo es calcular la probabilidad de que un cliente se encuentre activo dado su patrón de compra:

$$P(\text{El cliente este activo} / \text{Información de compra})$$

Para su aplicación, el modelo requiere de la estimación de ciertos parámetros, en general no fáciles de estimar. Schmittlein y Peterson (1994) validaron empíricamente dicho modelo y sus aplicaciones se han extendido de forma exitosa.

El modelo Pareto/NBD al responder a la pregunta ¿cuáles clientes individuales tienen más probabilidades de ser clientes activos o inactivos para un período futuro?, Reinartz y Kumar (2000) aplicaron dicho modelo para dar respuesta a varias interrogantes sobre la rentabilidad del cliente a largo plazo en relaciones no contractuales. Los mismos autores, Reinartz y Kumar (2003), desarrollaron, en un contexto no contractual, un marco donde incorporan la rentabilidad proyectada de los clientes en el cálculo de la duración de vida, identificando los factores que pueden explicar la variación en la duración de vida rentable. Para lograr lo anterior, los autores proponen dos etapas: primero estiman la duración de vida del cliente con la estructura RFM (*Recency, Frequency, and Monetary Value*) utilizando el modelo Pareto/NBD y, en una segunda etapa, utilizan un modelo *hazard* proporcional para conectar aquellos factores que puedan explicar la duración de vida rentable del cliente.

El modelo Pareto/NBD, a pesar de su demostrable uso, su complejidad al tener que estimar ciertos parámetros, hace que su aplicación no sea fácil en situaciones cotidianas. Por las razones anteriores, Fader *et al.* (2005) proponen un modelo alternativo BG/NBD muy similar al anterior pero más sencillo. Las iniciales responden a las distribuciones de probabilidad involucradas: Beta Geométrica y Distribución Binomial Negativa (NBD). Los autores anteriores mencionan que aunque gran parte de las aplicaciones son iguales, la diferencia radica básicamente al suponer que el cliente puede convertirse en inactivo o “muerto” después de cualquier compra, lo que ocasiona el cambio a la función Beta Geométrica; en cambio, el modelo Pareto/NBD asume que el cliente puede convertirse en inactivo en cualquier momento en el tiempo. De esta forma la probabilidad a calcular es ligeramente diferente.

Otra de las variaciones que ha tenido el modelo Pareto/NBD, fue realizado por Abe (2009), donde flexibiliza varios supuestos del modelo original e incorpora la heterogeneidad del

cliente a través de la estimación de parámetros individuales específicos con un marco bayesiano jerárquico. La simplicidad del modelo bayesiano jerárquico permite ser un modelo de fácil estimación; no obstante, una debilidad de dicho modelo es el no poder trabajar con datos dentro del azar y por tanto, no podemos obtener preguntas tales como ¿cuál es la probabilidad de que un cliente se encuentre activo o vivo? o calcular el número esperado de compras futuras. De hecho, Abe (2009) menciona que ambos modelos (Pareto/NBD y bayesiano jerárquico) pueden complementarse uno al otro ya que el primero de ellos puede describir respuestas de clientes de forma agregada y el segundo puede ser efectivo en el *marketing* personalizado.

Por su parte, Fader *et al.* (2010) realizaron una analogía directa al modelo Pareto/NBD dando como resultado el modelo Beta Geométrico/Beta Bernoulli (BG/BB). Este modelo se orienta a analizar situaciones no contractuales, donde las oportunidades para realizar compras ocurren en intervalos regulares fijos o situaciones donde las compras están asociadas a eventos específicos. En definitiva, el modelo BG/BB permite captar bajo el esquema de compras discretas dos comportamientos: patrones de compra futura mientras se encuentra “vivo” el consumidor y el tiempo hasta donde el cliente se aleja de la empresa. Los autores anteriores mencionan varias ventajas al utilizar dicho modelo entre las que destacan su sencilla estructura en la base de datos, su sencilla aplicación y la existencia de menos restricciones comparados con el modelo Pareto/NBD.

En la introducción se menciona que Wübben y Von Wangenheim (2006) realizaron un estudio comparativo entre los modelos estocásticos clásicos y un modelo heurístico; los resultados mostraron que los modelos estocásticos son mejores predictores para el número de transacciones o compras. No obstante, el modelo heurístico funciona mejor para predecir si un cliente es activo o no en una fecha futura con tan sólo analizar la reciente última compra.

Neslin *et al.*, (2006) mencionan la importancia de estudiar los modelos de gestión de rotación de clientes utilizando diferentes enfoques metodológicos. Tan sólo como un ejemplo de las diferentes metodologías que existen en la literatura, Tamaddoni Jahromi *et al.* (2010) llevaron a cabo un estudio empírico en la industria de la telefonía móvil bajo la modalidad de prepago, es decir, en un contexto no contractual. El estudio tuvo como objetivo desarrollar un modelo predictivo para la deserción o muerte de los clientes utilizando un modelo asistido por computadora en dos etapas: la primera de agrupación, utilizando información RFM (*Recency, Frequency, and Monetary Value*) de los clientes para formar cuatro grupos y una definición de “cliente inactivo o muerto” en cada grupo, y la segunda etapa, llamada de clasificación, para predecir en cada grupo la deserción o muerte de los clientes, a través de un algoritmo bajo el esquema de árbol de decisiones.

La importancia de analizar los diferentes enfoques metodológicos para estudiar la vida activa de los clientes, se atribuye al hecho de que el tiempo o permanencia del cliente con la empresa es un componente indispensable para poder calcular el valor (económico) del cliente (CLV). Ejemplo de lo anterior son los trabajos que han realizado autores tales como Figini (2010), Lu (2003) o Neslin *et al.* (2006), entre otros, donde han desarrollado diversas propuestas sobre el análisis de sobrevivencia para estimar la permanencia del cliente, y con ello poder calcular el CLV. Otros ejemplos son los modelos ya mencionados en el presente documento y utilizados por Reinartz y Kumar (2000) y Reinartz y Kumar (2003). Por lo anterior, vamos a proponer una metodología, dentro del campo de la incertidumbre, que permita construir una herramienta para estimar la retirada del cliente con la empresa, en aquellos casos donde no contemos con información histórica que permita utilizar los principios derivados de las leyes del azar, ni los razonamientos que con ellas se relacionan, es decir, con modelos probabilísticos, lo que implica que gran parte de los esquemas descritos anteriormente no serían aplicables por falta de información.

3. PROPUESTA METODOLOGÍA

3.1. Noción de subconjunto borroso y número borroso

Antes de presentar la metodología, consideramos necesario recordar la noción de subconjunto borroso y número borroso. Estos conceptos tienen su origen en la lógica borrosa, donde a diferencia de la lógica booleana o binaria en donde sólo se aceptan 2 niveles de valuación (falso con cero y verdadero con uno), en la lógica borrosa, se dan matices o niveles de verdad, dando lugar a una lógica más cercana a la realidad. En este caso, los valores de valuación se encuentran en el intervalo $[0,1]$ y se sostiene por el “principio de simultaneidad gradual” presentado en el Congreso Internacional SIGEF de Buenos Aires por Gil Aluja (1996):

“Una proposición puede ser verdadera y falsa a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad.”

Con este recordatorio, podemos construir lo que llamamos un subconjunto borroso. Esa pertenencia se puede ir valuando para cada uno de los atributos, propiedades, características, o cualidades que forman el “conjunto referencial”. Gil Aluja (2002) menciona que “un subconjunto borroso actúa, por lo menos en el ámbito de las ciencias sociales, como un descriptor” del conjunto referencial. Dichos elementos pueden ser reales o mentales.

Pongamos como ejemplo al conjunto referencial:

$E = \{\text{Carlos, Adriana, Jaime, Ricardo, Luis, Pedro}\}$

Si enunciamos la proposición “jóvenes de edad”, podríamos construir un subconjunto borroso de la siguiente manera:

$$\tilde{j} =$$

C	A	J	R	L	P
0,8	0,2	1	0,1	0	0,6

En este subconjunto borroso, vemos que Jaime es el más joven de todos, Carlos es muy joven, Adriana y Ricardo no son tan jóvenes y Luis es el menos joven de todos. Así, estas palabras según los hábitos y costumbres ayudan a tener un grado alto de matización que sería imposible bajo el espejo de la lógica booleana o binaria ya que sólo habría dos valuaciones como se mencionó en líneas anteriores (son jóvenes o no lo son).

Una vez presentado el concepto de subconjunto borroso, un número borroso no es más que un caso particular de un subconjunto borroso, si cumple las tres propiedades siguientes:

1. El conjunto referencial o variable objeto de estudio toma valores en los números reales.
2. La función característica de pertenencia es normal; esto es, que por lo menos un valor de la variable en estudio tiene asociado el nivel de máxima presunción que es 1.
3. La función característica de pertenencia es convexa. Esto quiere decir que cualquier desplazamiento a la derecha e izquierda del nivel de máxima presunción, va disminuyendo o se mantiene pero nunca aumenta.

Hay un elemento más que es necesario tener presente: la noción de número aleatorio borroso. Sin embargo reservamos la presentación de este concepto como parte de la descripción de la metodología.

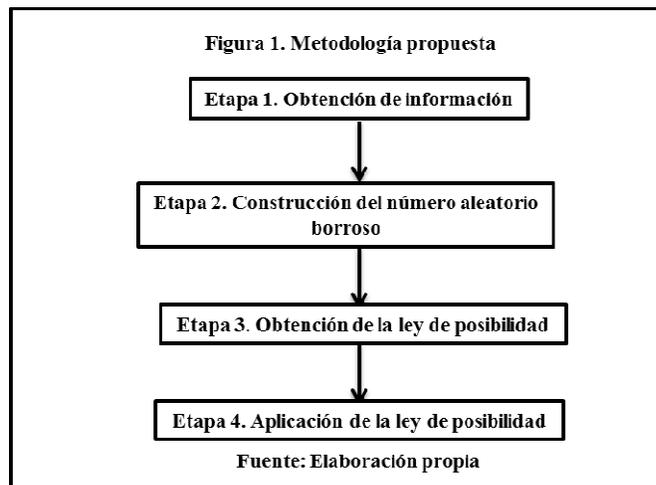
3.2. Descripción general de la metodología

El presente trabajo tiene la finalidad de mostrar una metodología que permita obtener una “ley de posibilidad” que permita comparar a cada cliente nuevo con dicha ley en el ámbito de la incertidumbre. Es conveniente aclarar desde este momento que a pesar de utilizar el término “ley”, dicho resultado representa un caso específico y es posible cualquier otra forma de ley en función de la industria o sector económico en donde nos encontremos. Por las razones anteriores, no es posible tener un modelo teórico representado en una fórmula general aplicable

a una gran cantidad de situaciones. No obstante, planteamos una metodología, paso a paso, que se puede implementar en diversas situaciones como se muestra en el sector del vestido en el siguiente epígrafe.

Para iniciar, los autores Kaufmann y Gil Aluja (1992) establecen una clara diferencia entre probabilidad y posibilidad. Mencionan que cuando se establece una medida de probabilidad, ésta es aceptada como objetiva y, por tanto, aceptada por todo el mundo. En cambio, el término posibilidad, definido por el profesor Lotfi A. Zadeh, introductor de la idea borrosa en 1965, es una de las muchas valuaciones propias de la teoría de los subconjuntos borrosos. Una valuación es un dato subjetivo suministrado por una o varias personas cada una de ellas inmersa en sus circunstancias. Por tanto, cuando utilizamos el término posible lo asociamos a la subjetividad en ausencia de una medida objetiva.

Mostramos en la Figura 1 la metodología propuesta para lograr la ley de posibilidad con una descripción en cada uno de los pasos.



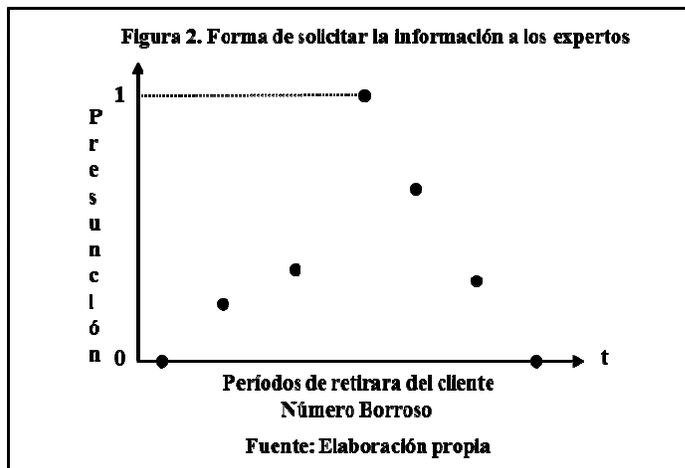
Etapa 1. Obtención de información:

La metodología inicia por solicitar información a un grupo de expertos conocedores de la industria o sector acerca del período o momento de retirada del cliente con la empresa. Esta información se captura para cada experto bajo la forma de un número borroso. El conjunto referencial son los posibles períodos o momentos de retirada del cliente, que son valuados con niveles de presunción $\alpha \in [0,1]$.

Se pide a cada experto determinar el momento más próximo (no antes) y el momento más lejano (no después) para la retirada del cliente con la empresa; en estos dos casos, al no creer que pueda ocurrir, se asigna un nivel de $\alpha=0$. Si el experto tiene elementos suficientes para

sospechar al menos de un momento de mayor posibilidad para que el cliente abandone la empresa, a esos períodos se asigna un valor de $\alpha=1$ y se les llaman períodos o momentos de máxima presunción.

Adicional a lo anterior, entre los momentos de máxima presunción y los dos extremos anteriores (el momento más próximo y el más lejano), se solicita al experto que determine el nivel de presunción para la retirada del cliente en cada uno de los momentos intermedios (discretos) del tiempo. Teniendo presente que cuanto más cerca al máximo de presunción, es presumiblemente aceptado que exista una mayor posibilidad en la retirada del cliente (única restricción impuesta a los expertos para cumplir el requisito de convexidad de la función característica de pertenencia). Lo anterior se puede ilustrar en la Figura 2 cuando tenemos un momento de máxima presunción.



Etapa 2. Construcción del número aleatorio borroso:

Una vez que se tiene la información por parte de los expertos, se procede a elaborar un número aleatorio borroso a través de la opinión agregada de dichos expertos.

Kaufmann y Gil Aluja (1987) definen un subconjunto aleatorio borroso como una generalización del concepto de subconjunto borroso. Esto mismo sucede en el caso de números borrosos. Es decir, un número aleatorio borroso lo definimos formalmente como una generalización del concepto de número borroso.

Por ejemplo, si un experto emite sus opiniones acerca de la retirada del cliente como:

	2	3	4	5	6	7
$\tilde{E} =$	0	0,3	1	0,9	0,5	0

Este mismo número se puede representar de la siguiente manera:

E =

Nivel de presunción α	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1
0,1		1	1	1	1	
0,2		1	1	1	1	
0,3		1	1	1	1	
0,4			1	1	1	
0,5			1	1	1	
0,6			1	1		
0,7			1	1		
0,8			1	1		
0,9			1	1		
1			1			

Esto último es lo que llamamos un número aleatorio borroso establecido por un solo experto y se denota con un punto debajo de la tilde. Esta idea la generalizamos para el caso de tener un grupo de expertos, donde se podrá ver con mayor claridad las estadísticas obtenidas en cada momento así como las frecuencias relativas, lo que da lugar a las probabilidades en cada período de tiempo con sus niveles de presunción.

Los mismos autores, Kaufmann y Gil Aluja (1987), mencionan que trabajar con subconjuntos aleatorios borrosos (en nuestro caso números aleatorios borrosos) es una forma muy adecuada de trabajar lo subjetivo con lo objetivo o, si se quiere, lo que es incierto y lo que es aleatorio.

Etapas 3. Obtención de la ley de posibilidad:

Una vez obtenido el número aleatorio borroso (teniendo como conjunto referencial los períodos o momentos de retirada del cliente), se procede a resumir la información obteniendo la media aritmética de los valores en cada período.

Es importante aclarar que las cantidades incorporadas al problema como datos no son resultado de cálculos objetivos y, por tanto, no constituyen “medidas”, sino que son el resultado de estimaciones subjetivas a las que llamamos “valuaciones”. En este sentido, operadores duros como la media aritmética son válidos sólo en el ámbito de la certeza o del azar. Para el

tratamiento de la incertidumbre, existe un conjunto de operadores blandos adecuados para trabajar la subjetividad y la imprecisión.

En el caso que nos ocupa y en aras de una simplificación al problema, se recurre a obtener la media para cada período. Con esto, estamos perdiendo información original con todas sus imprecisiones y decimos que estamos reduciendo la incertidumbre para entrar al ámbito de la certeza. Este camino es utilizado con frecuencia, siempre y cuando, se realice lo más tarde posible para conservar hasta el último momento toda la información original, cuando esto sucede, dejamos caer la entropía¹.

Al final del proceso, en la obtención de las medias, al no tener ninguno de los valores medios del referencial el nivel $\alpha=1$, esto sugiere dividir dicho resultado entre el máximo valor de las medias obtenidas para conservar la normalidad. Denotemos por $\pi(t)$ al número borroso normalizado resultante.

Por otro lado, Kaufmann y Gil Aluja (1987) mencionan que si X es una variable aleatoria con su respectiva ley de probabilidad, cuando nos referimos a un subconjunto borroso, se puede obtener algo similar considerando una “ley de posibilidad” $\phi(t)$ que debe cumplir las dos condiciones siguientes:

$$1. \forall x \in \phi ; \phi(x) \in [0,1] \qquad 2. \bigvee_x \phi(x) = 1$$

donde la expresión \bigvee_x se define como el máximo sobre los valores del referencial.

Se verifica fácilmente que el número borroso $\pi(t)$ cumple con estas condiciones para ser llamado “ley de posibilidad”. En definitiva, la ley $\pi(t)$ es el número borroso que permite tener una valuación sobre la posibilidad de que un cliente se retire de la empresa en cada uno de los períodos considerados en el referencial.

Etapa 4. Aplicación de la ley de posibilidad:

Kaufmann y Gil Aluja (1987) mencionan que si en la teoría de las probabilidades, la esperanza matemática de una variable aleatoria X se define por:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \text{ (caso discreto) o bien por } E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \text{ (caso continuo).}$$

¹ Entropía: es un término utilizado con frecuencia en el ámbito de la borrosidad para valorar el grado de desorden de los sistemas en general. Decimos que la entropía es nula cuando la certeza es absoluta. Kaufmann y Gil Aluja (1990) mencionan que la vida solo puede manifestarse si los estados de los sistemas llamados vivos no son excesivamente desordenados ni tampoco demasiado ordenados: existe una playa de entropía. De esta forma, cuando decimos la frase “dejamos caer la entropía” significa que toda la información borrosa o con incertidumbre mantenida hasta ese momento, se pierde y pasamos al ámbito de la certeza.

Los mismos autores mencionan que existe algo similar a la esperanza matemática y lo definen como un tipo de “posibilidad” en relación a una ley de posibilidad.

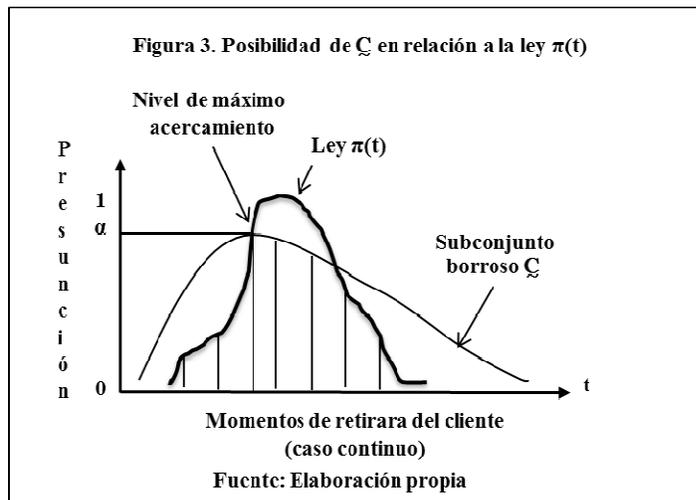
Para la ley de posibilidad $\pi(t)$, esto se traduce en decir que la posibilidad de un subconjunto borroso \underline{C} en relación a la ley $\pi(t)$ queda determinada por la siguiente expresión:

$$\text{Pos}_{\pi}(\underline{C}) = V(\underline{C} \wedge \pi)$$

con dos operadores: V que significa el “máximo” entre varios valores y \wedge que significa el “mínimo” entre varios valores.

La ley $\pi(t)$ representa el umbral que no puede traspasar el número borroso \underline{C} y decimos que se trata de la posibilidad de \underline{C} para dicha ley. Con esto obtenemos el nivel de máximo acercamiento de \underline{C} sin traspasar la ley $\pi(t)$.

Lo anterior se puede apreciar en la Figura 3, haciendo la aclaración que estamos asumiendo continuidad en los números borrosos \underline{C} y $\pi(t)$: existen valores de presunción en la retirada del cliente en todo momento t.



Con la presentación de la metodología anterior, se desprende el interés de realizar una aplicación para mostrar con mayor detalle lo expuesto.

4. DESARROLLO DE UNA LEY DE POSIBILIDAD: APLICACIÓN AL SECTOR DEL VESTIDO

Etapa 1. Obtención de información.

Se ha elegido el sector del vestido seleccionando aquellas empresas ubicadas en el centro de México que se dedican a la fabricación de uniformes empresariales, debido a que surten pedidos periódicamente (usualmente de forma anual) y el cliente puede cambiar de proveedor a la siguiente compra sin tener mayores barreras de salida para ello.

Se consultó la Cámara Nacional de la Industria del vestido (CANAIIVE), donde se seleccionaron 14 empresas que trabajan la línea de uniformes para empresa. En cada una de ellas, se pidió hablar con el director comercial o director de ventas. A partir de este momento, dicha figura toma el nombre de experto en el ramo. Las entrevistas se realizaron telefónicamente en virtud de la dificultad de localizar a los expertos. Se solicitó a cada individuo información acerca de la retirada de aquel cliente que considere como más incierto para dejar la empresa en cualquier momento. En la entrevista, se mencionaba no tomar en cuenta a los clientes que tengan un contrato establecido superior a un año.

La información acerca de la posibilidad de retirada del cliente se solicitó bajo la forma de número borroso utilizando una escala llamada endecadaria dando valores de presunción dentro del intervalo $[0,1]$; estando de acuerdo con la correspondiente semántica. En este caso se propuso la siguiente:

- 0 : nula presunción en la retirada del cliente;
- 0,1 : escasa presunción en la retirada del cliente;
- 0,2 : poca presunción en la retirada del cliente;
- 0,3 : baja presunción en la retirada del cliente;
- 0,4 : apreciable presunción en la retirada del cliente;
- 0,5 : mediana presunción en la retirada del cliente;
- 0,6 : suficiente presunción en la retirada del cliente;
- 0,7 : alta presunción en la retirada del cliente;
- 0,8 : mucha presunción en la retirada del cliente;
- 0,9 : considerable presunción en la retirada del cliente;
- 1 : máxima presunción en la retirada del cliente.

Por ejemplo, un experto puede tener razones suficientes para emitir su opinión acerca de la retirada de un cliente a través del siguiente número borroso:

$$\tilde{E} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 0 & 0,1 & 0,6 & 0,7 & 1 & 0,1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

El anterior número borroso significa que el experto estima que el período o momento más próximo (no antes) para que el cliente abandone la empresa definitivamente es dos; el período o momento más lejano (no después) para que el cliente abandone la empresa definitivamente es ocho y como información adicional también emite su opinión en los períodos intermedios a los anteriores utilizando la escala endecadaria.

En síntesis, se solicitó a cada experto dos tipos de información:

1. El período más próximo (no antes) y el más lejano (no después) para su retirada; en este caso, al no creer que pueda ocurrir, el nivel de presunción es $\alpha=0$, y el período o número de períodos de máxima presunción para la retirada del cliente es $\alpha=1$.
2. Además, para cada período (discreto) entre el momento o momentos de máxima presunción y los dos extremos anteriores (el momento más próximo y el más lejano), se solicitó al experto que determinara el nivel de presunción de retirada del cliente. Recordando que cuanto más cerca al máximo de presunción, es presumiblemente aceptado que exista una mayor posibilidad en la retirada del cliente; única restricción impuesta para cumplir el requisito de convexidad de la función característica de pertenencia de un número borroso.

Para respetar el anonimato de cada una de las 14 empresas que aceptaron participar en el estudio, tan sólo se enumerarán de forma consecutiva del 1 al 14.

Ya que no todos los referenciales proporcionados por las empresas inician y terminan en el mismo año, vamos a uniformar el tamaño de los mismos tomando como punto de partida el año cero y el año más alejado mencionado por al menos un experto. Para los años ficticios contemplados antes y después del fijado por cada uno de los expertos, como la persona no cree que pueda ocurrir el evento en esas fechas, asignamos niveles de presunción $\alpha=0$.

La información recabada de cada empresa se presenta a continuación:

Información emitida por los 14 expertos														
Años:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$E_{\tilde{1}}$	0	0	1	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{2}}$	0	0	1	1	0,6	0,6	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{3}}$	0	0	0	0,3	0,7	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{4}}$	0	0	0	0,1	0,5	0,7	1	1	1	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{5}}$	0	0	0,1	0,6	0,7	0,9	1	1	0,2	0,1	0	0	0	0
$E_{\tilde{6}}$	0	0	0,2	0,3	1	0,8	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,3	0	0
$E_{\tilde{7}}$	0	0	0	0,5	1	0,9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0
$E_{\tilde{8}}$	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	1	0,5	0	0	0	0
$E_{\tilde{9}}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{10}}$	0	0	0,3	1	0,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{11}}$	0	0	0,5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{12}}$	0	0	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	1	0,5	0	0	0
$E_{\tilde{13}}$	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_{\tilde{14}}$	0	0	1	0,5	0,4	0,3	0,2	0	0	0	0	0	0	0

Etapa 2. Construcción del número aleatorio borroso.

Con la información proporcionada por las 14 empresas entrevistadas, vamos a desarrollar una agregación de opiniones de estos expertos para obtener un número aleatorio borroso.

Para lograr dicha agregación, procedemos a obtener la estadística correspondiente contando cuántos expertos han asignado cada nivel de presunción en cada uno de los elementos del referencial. Observe que la suma en todas las columnas debe ser catorce.

Estadísticas														
Años:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	14	14	5	2	3	5	5	6	8	9	11	12	13	14
0,1			1	1				1		1				
0,2			2	1	1	1	3	1	1					
0,3			1	3	1	2	1					1		
0,4					1			1						
0,5			1	2	1		2	2	2	2	3	1	1	
0,6				1	1	1		1	1	1				
0,7					3	1	1							
0,8						1								
0,9						2								
1			4	4	3	1	2	2	2	1				

Para obtener las frecuencias relativas y por tanto las probabilidades, se divide la cifra de cada celda por el número total de expertos, en nuestro caso catorce. Por tanto, la suma en cada columna debe ser la unidad.

Frecuencias relativas														
Años:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	1,00	1,00	0,36	0,14	0,21	0,36	0,36	0,43	0,57	0,64	0,79	0,86	0,93	1,00
0,1			0,07	0,07				0,07		0,07				
0,2			0,14	0,07	0,07	0,07	0,21	0,07	0,07					
0,3			0,07	0,21	0,07	0,14	0,07					0,07		
0,4					0,07			0,07						
0,5			0,07	0,14	0,07		0,14	0,14	0,14	0,14	0,21	0,07	0,07	
0,6				0,07	0,07	0,07		0,07	0,07	0,07				
0,7					0,21	0,07	0,07							
0,8						0,07								
0,9						0,14								
1			0,29	0,29	0,21	0,07	0,14	0,14	0,14	0,07				

Obtenemos el acumulado partiendo de $\alpha=1$ para obtener el número aleatorio borroso y se denota con un punto debajo de la tilde:

Años:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,1			0,64	0,85	0,77	0,63	0,63	0,56	0,42	0,35	0,21	0,14	0,07	
0,2			0,57	0,78	0,77	0,63	0,63	0,49	0,42	0,28	0,21	0,14	0,07	
0,3			0,43	0,71	0,70	0,56	0,42	0,42	0,35	0,28	0,21	0,14	0,07	
0,4			0,36	0,50	0,63	0,42	0,35	0,42	0,35	0,28	0,21	0,07	0,07	
0,5			0,36	0,50	0,56	0,42	0,35	0,35	0,35	0,28	0,21	0,07	0,07	
0,6			0,29	0,36	0,49	0,42	0,21	0,21	0,21	0,14				
0,7			0,29	0,29	0,42	0,35	0,21	0,14	0,14	0,07				
0,8			0,29	0,29	0,21	0,28	0,14	0,14	0,14	0,07				
0,9			0,29	0,29	0,21	0,21	0,14	0,14	0,14	0,07				
1			0,29	0,29	0,21	0,07	0,14	0,14	0,14	0,07				

$$= \tilde{E} \text{ (número aleatorio borroso)}$$

Con esto, hemos construido un número aleatorio borroso que, como señala Gil Lafuente (1997), constituye una agregación de la opinión de los expertos, conservando toda la información.

Etapa 3. Obtención de la ley de posibilidad.

Si queremos presentar de forma resumida la información contenida en el presente número aleatorio borroso, es suficiente con obtener la media aritmética en cada año. Con esta

simplificación es suficiente para hacer caer la entropía y pasamos, como ya se había justificado en el epígrafe anterior, al ámbito de la certeza.

En situaciones como estas, se acostumbra eliminar los valores del nivel superior $\alpha=0$. La razón es que dicho uno es inocuo o redundante al ser una suma acumulada de frecuencias, por lo que la suma siempre será uno. Por tanto, las medias aritméticas quedan como:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0,38	0,49	0,50	0,40	0,32	0,30	0,27	0,19	0,11	0,06	0,04	0

Como se mencionó en el apartado de la metodología, al no tener ninguno de los valores medios del referencial el nivel de presunción de $\alpha=1$, dividimos dicho resultado entre el valor máximo de las medias, en este caso 0,50, con la intención de conservar la normalidad. Definimos $\pi(t)$ como el número borroso normalizado.

$$\pi(t)=$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0,76	0,97	1	0,80	0,64	0,60	0,54	0,38	0,21	0,12	0,07	0

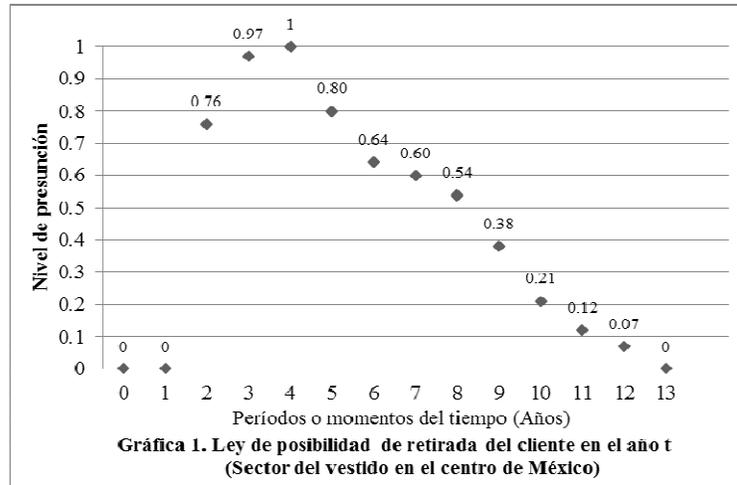
Se puede observar que $\pi(t)$ cumple las dos condiciones mencionadas por los autores Kaufmann y Gil Aluja (1987) para ser llamada ley de posibilidad, en este caso en el ámbito discreto:

$$1. \forall t \in \pi; \pi(t) \in [0,1] \qquad 2. \bigvee_t \pi(t) = 1$$

donde la expresión \bigvee_t se define como el máximo sobre los valores del referencial.

De esta forma, obtenemos una ley de posibilidad $\pi(t)$ que se muestra en la Gráfica 1 y que representa un tipo de valuación acerca de la posibilidad de que un cliente se retire de la empresa en cada uno de los períodos o años considerados en el referencial.

La Gráfica 1 muestra que para el sector del vestido en el centro del país, el año de mayor posibilidad para que el cliente se retire de la empresa es el año 4. No obstante, si analizamos los niveles de presunción cercanos al máximo de presunción, podemos decir que, entre el año 2 y el año 5, los niveles de presunción en la retirada del cliente son considerablemente altos al superar el nivel de $\alpha=0,7$. Cabe señalar que si aplicamos esta metodología en otras industrias o sectores económicos diferentes, las gráficas tendrán en cada caso sus propias características.



Es necesario tener presente que la ley de posibilidad $\pi(t)$ es una aproximación a través de la agregación de la opinión de un grupo de expertos en el sector del vestido en el centro de México y no de un cliente específico. Para ello, vamos a desarrollar en la etapa 4 de la metodología una aplicación sobre el uso de dicha ley con un cliente en particular.

Etapa 4. Aplicación de la ley de posibilidad.

Para ilustrar lo anterior, entrevistamos a la empresa número 15, conservando de la misma manera el anonimato de esta, donde solicitamos la misma información que nos proporcionaron las 14 empresas del sector del vestido, con la instrucción que fuera un cliente particular potencial en su cartera actual. Para proteger el anonimato de dicho cliente vamos a utilizar sólo la letra C para hacer referencia a dicha figura.

La información de la empresa número 15 sobre el cliente seleccionado es:

$$C = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 0 & 0,4 & 0,8 & 0,9 & 1 & 0,5 & 0,1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

La intención es, en primer lugar, ajustar el referencial al tamaño de la ley de posibilidad de retirada del cliente en el año t; en nuestro caso, tenemos 13 periodos o años:

$$C = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ \hline 0 & 0 & 0,4 & 0,8 & 0,9 & 1 & 0,5 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

En segundo lugar, es realizar una valoración de este cliente C con respecto a la ley $\pi(t)$. Para ello existen varios caminos, uno de ellos hace referencia a la distancia entre dos

subconjuntos borrosos: nos referimos a la distancia absoluta de Hamming, donde Kaufmann y Gil Aluja (1992) la definen explícitamente para dos subconjuntos borrosos como:

$$D(\underline{A}, \underline{B}) = \sum_{n=1}^m \left| \mu_{\underline{A}}(x_i) - \mu_{\underline{B}}(x_i) \right|$$

Aplicando la distancia de Hamming entre las valuaciones del cliente C y la ley de posibilidades $\pi(t)$ tenemos:

$$D(\pi, \underline{C}) = 10 - 0 + 10 - 0 + 10,76 - 0,41 + 10,97 - 0,81 + 11 - 0,91 + 10,80 - 11 + 10,64 - 0,51 + 10,60 - 0,11 \\ + 10,54 - 0 + 10,38 - 0 + 10,21 - 0 + 10,12 - 0 + 10,07 - 0 + 10 - 0$$

$$D(\pi, \underline{C}) = 0 + 0 + 0,36 + 0,17 + 0,10 + 0,20 + 0,14 + 0,50 + 0,54 + 0,38 + 0,21 + 0,12 + 0,07 + 0$$

$$D(\pi, \underline{C}) = 2,79$$

Esta cifra nos da una idea de la distancia absoluta entre la valoración del cliente C hecha por la empresa 15 y la ley de posibilidad de retirada en el año t. No obstante, el valor de esta distancia depende del número de períodos o años que se contemplen, en este caso son 14 sumandos iniciando en el año cero. Para eliminar este efecto, Kaufmann y Gil Aluja (1992) recomiendan utilizar la distancia relativa de Hamming δ . Para su obtención basta con dividir la distancia absoluta obtenida entre el número de elementos considerados. De esta forma la distancia pertenece al intervalo [0,1] donde cuanto más próximo a cero, más cerca están los subconjuntos que se comparan.

$$\delta(\pi, \underline{C}) = \frac{1}{14} D(\pi, \underline{C}) = \frac{1}{14} (2,79) = 0,199$$

Vemos que las valuaciones del cliente y la ley de posibilidad de retirada del cliente se encuentran a muy poca distancia. Gil Aluja (2002) menciona que normalmente, cuando se desea hallar la proximidad, se calcula el complemento a uno de la distancia relativa. De esta forma, cuanto más cercano a uno, son más semejantes y cuanto más cercano a cero son menos semejantes. En nuestro caso tenemos:

$$\rho(\pi, \underline{C}) = 1 - \delta(\pi, \underline{C})$$

$$\rho(\pi, \underline{C}) = 1 - 0,199 = 0,801$$

En definitiva, este resultado nos revela que la valoración global del cliente C se halla suficientemente próximo a la ley de posibilidad de retirada del cliente $\pi(t)$. No obstante, este

criterio tiene la limitante que es una valoración global del cliente C con respecto a la ley en cuestión.

Ya que los análisis anteriores (distancia absoluta y relativa de Hamming o de proximidad) son valoraciones globales, proponemos el camino que fue mencionado en la presentación de la metodología donde los autores Kaufmann y Gil Aluja (1987) lo definen como un tipo de “posibilidad” en relación a una ley de posibilidad, jugando un papel similar a la esperanza matemática de una variable aleatoria.

En el caso que nos ocupa, si $\pi(t)$ es la ley y \tilde{C} la información del cliente, la posibilidad de retirada del cliente C en relación a dicha ley queda determinada por:

$$\text{Pos}_{\pi}(\tilde{C}) = V(\tilde{C} \wedge \pi)$$

con los operadores V, que significa el máximo entre varios valores, y \wedge , que significa el mínimo entre varios valores.

Con los valores de \tilde{C} y la ley $\pi(t)$ y aplicando el operador mínimo \wedge , tenemos:

$$\tilde{C} =$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0,4	0,8	0,9	1	0,5	0,1	0	0	0	0	0	0

$$\pi(t) =$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0,76	0,97	1	0,80	0,64	0,60	0,54	0,38	0,21	0,12	0,07	0

$$\tilde{C} \wedge \pi =$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0,4	0,8	0,9	0,80	0,5	0,1	0	0	0	0	0	0

Ahora aplicamos el operador máximo V:

$$\text{Max}(0; 0; 0,4; 0,8; 0,9; 0,80; 0,5; 0,1; 0; 0; 0; 0; 0; 0) = 0,9$$

Otra notación más directa con los operadores máximo y mínimo es simplemente:

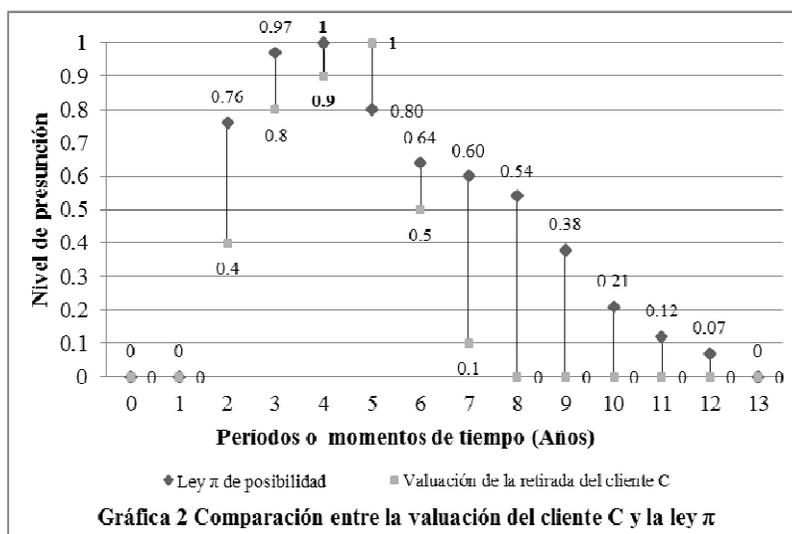
$$\text{Pos}_{\pi}(\tilde{C}) = V(0 \wedge 0; 0 \wedge 0; 0,4 \wedge 0,76; 0,8 \wedge 0,97; 0,9 \wedge 1; 1 \wedge 0,80; 0,5 \wedge 0,64; 0,1 \wedge 0,60; 0 \wedge 0,54; 0 \wedge 0,38; 0 \wedge 0,21; 0 \wedge 0,12; 0 \wedge 0,07; 0 \wedge 0)$$

$$\text{Pos}_{\pi}(\tilde{C}) = V(0; 0; 0,4; 0,8; 0,9; 0,80; 0,5; 0,1; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$\text{Pos}_\pi(\underline{C}) = 0,9$$

Como se puede apreciar en la Gráfica 2, el valor de 0,9 representa el máximo nivel de acercamiento entre ambos conjuntos de valores; esto ocurre en el año 4. En este sentido, podemos interpretar el resultado como una información resumida donde “esperamos” que el cliente se retire de la empresa en el año 4 con un nivel de presunción promedio de $\alpha=0,9$

Observemos que el resultado obtenido representa la posición más pesimista; es decir, si observamos por ejemplo en el año 4, vemos que la posibilidad de que se retire el cliente según la valuación de la empresa número 15, fue de $\alpha=0,9$ y según la ley π es de $\alpha = 1$, por lo que si tomamos la postura más pesimista nos quedamos con el menor valor.



5. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES DE INTERÉS

El estudio ha tenido por objetivo poner a prueba una metodología que permita construir leyes de posibilidad para evaluar la retirada del cliente en cada período (discreto) en el tiempo.

Para tener dichas condiciones, se llevó a cabo un estudio en el sector del vestido en el centro de México, recabando información de expertos que trabajan la línea de uniformes para empresas, ya que por lo general, hay una solicitud de uniformes nuevos cada año, pero una vez cubierto el pedido, el cliente puede cambiar de proveedor sin mayor problema.

En el estudio, se entrevistaron a 14 directores comerciales o directores de ventas para construir la ley de posibilidad π . Posteriormente para poner en práctica dicha ley, se consultó a la empresa 15 para tener una valuación sobre un cliente específico. Al realizar un tipo especial de “posibilidad” de un número borroso en relación a una ley de posibilidad, el resultado muestra

que el cliente seleccionado se retira hasta el año 4 con un nivel de presunción de $\alpha=0,9$. En todos los casos, se ha respetado el anonimato de las empresas participantes.

La aportación del presente trabajo radica en tener un camino alternativo, sin la necesidad de tener una gran cantidad de información histórica como lo requieren los modelos tradicionales tales como: el modelo Pareto/NBD desarrollado por Schmittlein *et al.* (1987), el modelo BG/NBD desarrollado por Fader *et al.* (2005) o el algoritmo desarrollado por Tamaddoni Jahromi *et al.* (2010), el cual utiliza en su primera etapa información histórica conocida por sus siglas RFM (*Recency, Frequency, and Monetary Value*) de los clientes, entre otros.

Esta propuesta permite aliviar, aunque fuera de manera modesta, la pesada tarea de analizar la permanencia del cliente en esquemas no contractuales con un mínimo de información. Asimismo, permite calcular una variable fundamental que es el tiempo de retirada del cliente, necesaria para calcular el CLV. Ya que es un camino alterno a través de la creatividad para dar una solución aproximada a un problema, podríamos considerar esta metodología de naturaleza heurística.

Cabe mencionar que hay ciertas implicaciones prácticas. Cada industria o sector económico tiene características muy especiales, lo que determina en cada caso, la forma o estructura en que dichas leyes se comportarán. Además, ciertamente la metodología por sus características inherentes, está limitada para ciertos sectores o giros empresariales determinados: no sería aplicable en empresas que se encuentren en mercados masivos de clientes y con alta rotación de ellos. No obstante, cuando existe un nivel de cercanía entre el cliente y la empresa, y el nuevo cliente puede tener un peso considerable en el total de las ventas de la empresa, en estos casos, aun cuando no se tuviesen muchos expertos, será de utilidad tener presente una estimación, al menos subjetiva, en relación a su posible retirada ya que es un elemento importante si se desea calcular el valor económico de dicho cliente.

El poder estimar la retirada del cliente permite utilizar de forma selectiva los recursos de la empresa para la construcción y desarrollo de estrategias de retención.

El entusiasmo por utilizar estas herramientas no deben alejarnos de un hecho incuestionable: las técnicas tradicionales no pueden ser relegadas ya que resultan indispensables cuando los fenómenos pueden ser mensurables.

AGRADECIMIENTOS

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los revisores anónimos por sus valiosas sugerencias que han permitido mejorar la calidad de este trabajo.

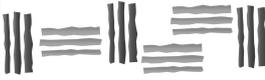
REFERENCIAS

- Abe, M. (2009). "Counting your customers" one by one: A hierarchical Bayes extension to the Pareto/NBD model. *Marketing Science*, 28(3), 541-553.
- Fader, P.S., Hardie, B.G.S. & Lee, K.L. (2005). "Counting your customers" the easy way: An alternative to the Pareto/NBD model. *Marketing Science*, 24(2), 275-284.
- Fader, P.S., Hardie, B.S. & Shang, J. (2010). Customer-Base Analysis in a Discrete-Time Noncontractual Setting. *Marketing Science*, 29(6), 1086-1108.
- Figini, S. (2010). Penalized models to estimate customer survival. *Statistical Methods & Applications*, 19(1), 141-150.
- Gil Aluja, J. (1996). Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión. *Proceedings del III Congreso de la Sociedad Internacional para la Gestión y Economía Fuzzy, Buenos Aires*.
- Gil Aluja, J. (2002). *Introducción de la Teoría de la incertidumbre en la gestión de empresas*. Vigo: Editorial Milladoiro.
- Gil Lafuente, J. (1997). *Marketing para el nuevo milenio: Nuevas técnicas para la gestión comercial en la incertidumbre*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Kaufmann, A. & Gil-Aluja, J. (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.
- Kaufmann, A. & Gil-Aluja, J. (1990). *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre: Elementos básicos para su aplicación en economía*. Madrid: Centro de Estudios Ramon Areces.
- Kaufmann, A. & Gil-Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa: Previsiones, decisiones y estrategias*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Lu, J. (2003). Modeling customer lifetime value using survival analysis—an application in the telecommunications industry. *Proceedings of the 28th Annual SAS Users Group International Conference*. Cary, NC: SAS Institute Inc, Paper 120-28. Disponible en <http://www2.sas.com/proceedings/sugi28/120-28.pdf>.
- Neslin, S., Gupta, S., Kamakura, W., Lu, J. & Mason, C. (2006). Defection Detection: Measuring and Understanding the Predictive Accuracy of Customer Churn Models. *Journal of Marketing Research*, 43(2), 204-211.

- Reinartz, W. & Kumar, V. (2000). On the profitability of long-life customers in a noncontractual setting: An empirical investigation and implications for marketing. *Journal of Marketing*, 64(4), 17-35.
- Reinartz, W. & Kumar, V. (2003), The Impact of Customer Relationship Characteristics on Profitable Lifetime Duration. *Journal of Marketing*, 67(1), 77-99.
- Schmittlein, D., Morrison, D. & Colombo, R. (1987). Counting your customers: Who are they and What will they do next? *Management Science*, 33(1), 1-24.
- Schmittlein, D.C. & Peterson, R.A. (1994). Customer Base Analysis: An Industrial Purchase Process Application. *Marketing Science*, 13(1), 41-67.
- Tamaddoni Jahromi, A., Sepehri, M. M., Teimourpour, B. & Choobdar, S. (2010). Modeling customer churn in a non-contractual setting: the case of telecommunications service providers. *Journal of Strategic Marketing*, 18(7), 587-598.
- Wübben, M. & Von Wangenheim, F. (2006). Predicting Customer Lifetime Duration And Future Purchase Levels: Simple Heuristics vs. Complex Models. En J.L. Johnson & J. Hulland (eds.) *AMA Winter Educators' Conference: Marketing Theory and Applications*, 17, 83-84.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA
ECONOMÍA Y LA EMPRESA (22). Páginas 164–189.
Diciembre de 2016. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2344

Procedimiento para la formulación de constructos en mercadeo

DOMÍNGUEZ SANDOVAL, STELLA ISABEL
Universidad de San Buenaventura Bogotá (Colombia)
Correo electrónico: me@stelladominguez.com

RESUMEN

Uno de los elementos críticos para la evolución de un cuerpo fundamental del conocimiento en el campo del mercadeo, así como para el mejoramiento de sus prácticas, es la formulación de mediciones para las variables con las cuales trabaja el profesional de mercadeo. Actualmente, las empresas colombianas utilizan la adaptación de instrumentos que encuentran libremente en Internet o en los libros especializados en mercadeo, que utilizan escalas traducidas directamente del original en inglés. Debido a que los constructos miden fenómenos de mayor complejidad, ésta práctica disminuye la efectividad en la gestión del mercadeo, porque el instrumento no es confiable ni válido. A partir de los resultados obtenidos en esta investigación, se evidenció la necesidad de explicar un proceso general para la formulación de constructos, en términos que permitan satisfacer las necesidades de instrumentos apropiados y que sirva de base para futuros estudios.

Palabras claves: gestión del mercadeo; constructos en mercadeo; escalas multidimensionales; coeficiente alfa de Cronbach; validez del constructo.

Clasificación JEL: M31; C38.

MSC2010: 90B60; 62H25; 62H20.

Developing Measures of Marketing Constructs

ABSTRACT

A critical element in the evolution of a fundamental body of knowledge in marketing, as well as for improved marketing practice, is the development of measures of the variables with which marketers work. Colombian companies are using adapted tools from original English language found freely on Internet or marketing texts books. Because measure constructs more complex phenomena, this practice decreases the effectiveness in managing the marketing for the reliability and validity of the translated instrument is not measured. From the results obtained in this research, the need to explain a general process for developing constructs in terms that meet the needs of appropriate instruments and as a basis for future studies is evident.

Keywords: marketing management; marketing constructs; multi-items scales; Cronbach's alpha coefficient; construct validity.

JEL classification: M31; C38.

MSC2010: 90B60; 62H25; 62H20.



INTRODUCCIÓN

Un constructo es una característica o fenómeno que será medido (Malhotra, 1993, p. 282). Éste fenómeno es un tipo específico de concepto que existe en niveles más elevados de abstracción que los conceptos cotidianos (McDaniel & Gates, 2005, p. 257). Entre un concepto específico y uno cotidiano, éste último es un elemento individual, singular y específico que al medir un solo elemento individual, categoriza a la población en una muestra pequeña (Churchill, 1979, p. 66), aumentando así la probabilidad de error. Un elemento es un objeto, persona o acontecimiento abstraído mediante el uso de un constructo. Desde la psicología, un constructo es una “dimensión evaluativa bipolar, simbolizada o no por una etiqueta verbal, que discrimina entre elementos en función del atributo específico que abstrae; por ejemplo: bueno y malo, simpático y antipático, constructivista y objetivista, transparente y opaco” (Botella & Feixas, 2008, p. 47).

Por otro lado, Malhotra (1993) propone que la conceptualización del constructo requiere el previo desarrollo de un marco teórico sobre el fenómeno a medir para facilitar su comprensión. Los constructos no son directamente observables sino inferidos (McDaniel & Gates, 2005, p. 257), “una simple respuesta no siempre nos dice todo lo que necesitamos saber, como por qué un consumidor tiene cierto tipo de sentimientos acerca de un producto, para que el profesional del marketing pueda trabajar sobre esa actitud” (Solomon, 1999, p. 271). La inferencia se logra mediante la aplicación de un instrumento en un cuestionario, los cuales resultan ser exitosos para analizar el comportamiento del consumidor (Crespi, 1961, p. 72). Los instrumentos contienen escalas, “el principal objetivo de una escala es determinar el valor de una variable de forma tan precisa como sea posible” (Oviedo & Campo, 2005, p. 573).

Los cuestionarios que medirán constructos, utilizan escalas multidimensionales. Según Anderson (1985), estas escalas logran simplificar e integrar diversos fenómenos complejos del entorno del mercadeo para mejorar la toma de decisiones de los profesionales del campo. El valor de un constructo en mercadeo depende de qué tan útil sea para explicar, predecir y controlar el fenómeno o característica estudiada (McDaniel & Gates, 2005, p. 257). Botella & Feixas (2008) exponen sistemáticamente la fundamentación psicológica y epistemológica de la teoría de constructos personales en el que su significado depende del uso que se le de y no lo que dice el diccionario, ya que dos personas pueden atribuir diferentes interpretaciones a una misma etiqueta. Adicionalmente, los autores especifican que la idiosincrasia podría no ser adaptada al diseño del constructo por afectar su comunicabilidad, aunque reconocen que

el constructo cambia a medida que se construyen nuevas experiencias; a través del tiempo en que se mide, éste se vuelve más predictivo.

Para éste artículo, no se encontró información publicada en español sobre constructos de mercadeo que provengan de la formulación de escalas multidimensionales propias para el idioma y la cultura hispanohablante. Lo que demostró la investigación es que las empresas adaptan escalas desarrolladas en otras culturas e idiomas, para aplicarlas en los instrumentos tradicionales como los cuestionarios de evaluación del servicio, así como escalas encontradas en Internet, sin confirmar la fuente de la que fue tomada. Esto conlleva a que los profesionales del mercadeo confundan el tipo de variable, pues desconocen su procedencia y la calidad del instrumento. Las pocas publicaciones sobre mediciones que se encuentran, llaman la atención por lo fácil que son propuestas y la manera poco crítica en que son aceptadas. De hecho, la mayoría de las mediciones solo producen distribuciones de frecuencias, después de que los instrumentos han sido traducidos, aplicados, tabulados y analizados, es insuficiente lo que se logra inferir, demostrando un criterio de medición no estandarizado y deficiente.

Como Jacoby (1978) formula a sus contemporáneos norteamericanos, “¿qué significa que un descubrimiento sea significativo, o que lo último en técnicas de análisis estadístico haya sido aplicado, si el instrumento de recolección de información no es válido?” (p. 90). Así mismo se plantea para este caso, que los datos arrojados en las investigaciones de las empresas colombianas se obtienen a partir de la aplicación de instrumentos que no están formulados con el procedimiento apropiado desde la investigación cualitativa; es decir, que éste no toma en cuenta las adaptaciones idiomáticas y culturales propias; esto respecto a la lengua inglesa en la que aparecen la mayoría de las escalas originales de medición de constructos en mercadeo. En este orden de ideas, el objetivo de ésta investigación es proponer un procedimiento para la formulación de constructos en mercadeo, que los estudiantes en la academia y los profesionales del mercadeo en las empresas, utilicen como una herramienta de formulación de constructos propios del mercadeo enriqueciendo así, la práctica profesional.

MÉTODO

El diseño de ésta investigación es exploratorio como una primera etapa del proyecto de investigación denominado “Constructos en mercadeo y su impacto en la formulación de ventajas competitivas en las empresas colombianas”. Su objetivo es reunir datos preliminares

que arrojen luz y entendimiento sobre la situación en la que se encuentran los instrumentos utilizados en las empresas para sus investigaciones de mercado (Malhotra, 1993, p. 107).

Sujetos: se utilizó una muestra no probabilística por conveniencia, conformada por los directores o encargados de las áreas de mercadeo de 50 empresas ubicadas en la ciudad de Bogotá. Para estimular la tasa de retorno se solicitó a los estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad de San Buenaventura Bogotá (II-2014) que se encuentran realizando sus prácticas profesionales en dichas empresas, que realizaran el proceso de entrevista para diligenciar correctamente el cuestionario en el tiempo establecido para ello. Se recibieron un total de 32 cuestionarios diligenciados (n=32).

Procedimiento: se elaboró un cuestionario de cuatro páginas. La primera es el formato de consentimiento de participación en la investigación de mercados (véase Apéndice A). La segunda contiene el cuadernillo con 5 preguntas 4 abiertas y 1 cerrada, la tercera página contiene la matriz de información que será diligenciada para indagar el origen de los constructos de interés para cada profesional del mercadeo (véase Apéndice B). La cuarta página contiene las instrucciones para el estudiante en práctica profesional (véase Apéndice C).

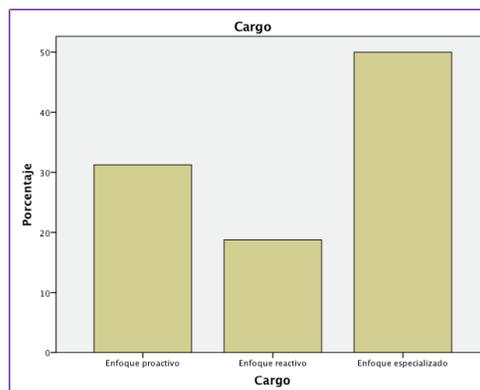
Los cuestionarios fueron entregados a cada uno de los 50 estudiantes en una reunión de explicación sobre la investigación que duró aproximadamente 35 minutos y que sirvió para aclarar dudas. Los cuestionarios fueron devueltos individualmente, durante el plazo definido de dos semanas siguientes a la entrega de éstos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al tabular y analizar cualitativamente las respuestas a la pregunta “¿Cuál es el nombre completo de su cargo?”, se logró establecer una clasificación de las áreas que desarrollan las actividades de mercadeo en las empresas incluidas en el estudio. Un primer grupo de empresas tiene un área de mercadeo propia e independiente de otras actividades de la empresa dándole un enfoque proactivo; un segundo grupo de empresas desarrolla algunas actividades del mercadeo a través del área administrativa o de gestión, dándole un enfoque reactivo; y un tercer grupo de empresas concentran su mercadeo en alguno de los componentes propios de éste, por ejemplo: ventas, comunicaciones y servicio al cliente, dándole un enfoque especializado.

Figura 1. Distribución de frecuencia por enfoque del cargo.

		Cargo			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Enfoque proactivo	10	31,3	31,3	31,3
	Enfoque reactivo	6	18,8	18,8	50,0
	Enfoque especializado	16	50,0	50,0	100,0
	Total	32	100,0	100,0	



Con respecto a la pregunta “¿Conoce la definición de ‘constructos en mercadeo’?”, un amplio porcentaje dice conocerlo, sin embargo, se identificó que aunque las personas decían conocer el concepto de constructos en mercadeo, solo una parte ellos lograron definirlo correctamente.

Figura 2. Distribución de frecuencia por conocimiento del concepto.

		Concepto			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Si lo conoce	20	62,5	62,5	62,5
	No lo conoce	12	37,5	37,5	100,0
	Total	32	100,0	100,0	

Figura 3. Distribución de frecuencia por respuestas acertadas a la definición.

		Definición			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	No Aplica	12	37,5	37,5	37,5
	Lo define correctamente	11	34,4	34,4	71,9
	Hace una definición incorrecta	9	28,1	28,1	100,0
	Total	32	100,0	100,0	

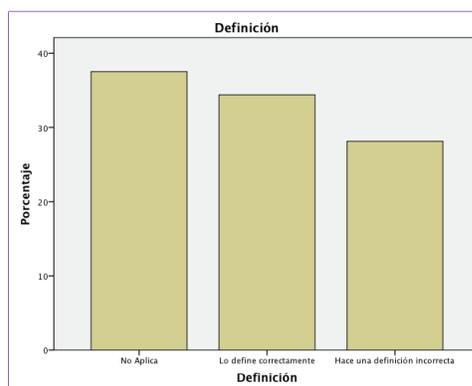
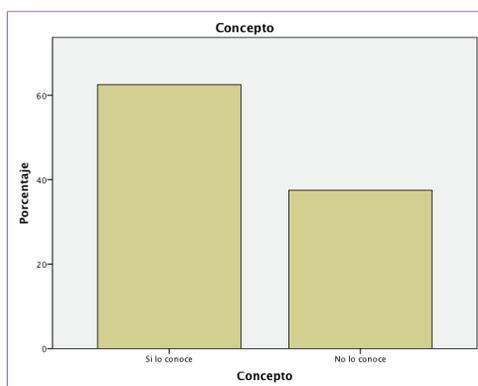


Figura 4. Tabla resumen de la información demográfica de la muestra.

Estadísticos				
		Cargo	Concepto	Definición
N	Válido	32	32	32
	Perdidos	0	0	0
Media		2,19	1,38	,91
Desviación estándar		,896	,492	,818
Varianza		,802	,242	,668
Mínimo		1	1	0
Máximo		3	2	2

Durante la pregunta ¿Cuáles son las variables que usualmente mide, controla y utiliza en el área de mercadeo?, las personas recordaron un promedio de 10 variables por empresa con una desviación estándar de 4. El 24% de las variables mencionadas, no son variables de medición sino aspectos específicos de los componentes de la gestión del mercadeo, por ejemplo: precio, proveedores, competencia, productos sustitutos, canales de distribución, producto y mercado meta, por lo cual fueron eliminados del análisis cualitativo. El 76% de las variables de medición se agruparon en tres categorías según su origen, teniendo en cuenta el SIM - Sistema de Información de Marketing propuesto por Kotler & Keller (2006, p. 73):

- 1) el sistema de datos interno de la empresa,
- 2) las actividades de inteligencia de marketing y,
- 3) la investigación de mercados.

A continuación se presenta el consolidado de las principales variables mencionadas durante la investigación que tienen en cuenta las áreas de mercadeo de las empresas.

Las variables del Conjunto B son los denominados constructos de mercadeo, los cuales deben ser medidos a través de escalas multidimensionales. Cada uno de ellos es un concepto elevado de abstracción que requiere del estudio simultáneo de varios elementos que lo componen para facilitar su comprensión.

Figura 5. Análisis de las principales variables mencionadas.

Fuente del SIM	Participación dentro del total de variables	Variable	Ranking de importancia
Conjunto A			
Actividades de inteligencia de mercados	8%	Reporte de quejas y reclamos	1
		Actualización de bases de datos	2
		Tendencia de compra	3
		Recompra	4
		Satisfacción del cliente interno	5
Conjunto B			
Investigación del mercado	42%	Nivel de Satisfacción	1
		Decisión de compra	2
		Hábitos de consumo	3
		Recordación de marca	4
		Posicionamiento	5
		Top of mind de marca	6
		Top of mind publicitario	7
		Eficiencia de la publicidad	8
		Preferencia de marca	9
		Fidelidad a la marca	10
		Medio por el cual se enteró	11
Conjunto C			
Sistema de datos interno de la empresa	26%	Informe de ventas	1
		Estadísticas por regiones	2
		Deserción de clientes	3
		Estadísticas de transacciones (periódicas)	4
		Estadísticas de redes sociales (periódicas)	5
		Indicador efectividad fuerza de ventas	6
		Indicador de la rentabilidad (línea...)	7
		Indicador inversión/marca	8
		Tiempo de entrega	9
		Tamaño del segmento/nicho de mercado	10

Figura 6. Matriz del componente rotado resultado del análisis factorial de las variables seleccionadas.

	Componente		
	1	2	3
Nivel de satisfacción	,886	-,094	-,114
Top of Mind publicitario	-,437	,064	,834
Posicionamiento	,568	-,356	,695
Decisión de Compra	-,220	-,484	-,828
Top of Mind marca	-,645	,350	-,287
Eficiencia de la publicidad	-,276	,703	,135
Recordación de marca	,686	,450	,124
Hábitos de consumo	-,707	-,114	,065
Preferencia de marca	,130	,720	,138
Fidelidad de marca	,049	,762	-,094

Método de extracción: análisis de componentes principales.
Método de rotación: Varimax con normalización Kaiser.^{a,b}

a. La rotación ha convergido en 6 iteraciones.
b. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.

Fuente: Investigación de mercados y su correlación con el nivel de enfoque del cargo.¹

Los cargos con enfoque proactivo tienen una correlación positiva con constructos como nivel de satisfacción, posicionamiento y recordación de marca; así como una correlación negativa que muestra otra dimensión con constructos como hábitos de consumo y *top of mind* de marca. Los cargos con enfoque especializado tienen una correlación positiva con constructos como *top of mind* publicitario y posicionamiento; así como una correlación

¹ Las demás tablas del proceso están disponibles en el Apéndice D.

negativa con el constructo decisión de compra. Los cargos con enfoque reactivo tienen una correlación positiva con constructos como eficiencia de la publicidad, preferencia de marca y fidelidad de marca; mientras que no arrojó correlaciones negativas con ninguna otra variable.

El análisis factorial permitió confirmar que algunas de las variables de mayor incidencia en la gestión del mercadeo en las empresas está subestimado por el desconocimiento de la profundidad en la que deben estar planteados estos instrumentos de medición del mercado.

Siete de las once variables mencionadas inicialmente fueron priorizadas libremente para su profundización durante la recolección de la información cualitativa.

Figura 7. Consolidado de información sobre el origen de la medición por variable.

	No.	Instrumento	Medio de contacto	Escala	Origen de la escala	Frecuencia/Tabulación
1	Nivel de Satisfacción	25	Encuesta	Personal Telefónica Internet	Likert 5 puntos	Diaria. El cuestionario está disponible permanentemente. Electrónico se tabula solo. Telefónico de software tabula automático. El contacto personal tabula inmediato. Los datos se analizan para el reporte mensual.
			Entrevista	Personal Telefónica Chat	Pregunta abierta	
			Sesión de grupo	Personal	Pregunta abierta	
2	Decisión de compra	21	Entrevista	Personal	Selección múltiple	Histórico Cuando hay cambio en las ventas o en la propuesta de los competidores.
			Sesión de grupo	Personal	Pregunta abierta	
3	Hábitos de consumo	19	Entrevista	Personal	Selección múltiple	NS/NR Internet Cuando hay un cambio en el comportamiento del mercado. Cada vez que va a lanzar un producto / servicio nuevo.
			Sesión de grupo	Personal	Pregunta abierta	
4	Recordación de marca	18	Encuesta	Personal	Pregunta abierta	Libro especializado Internet 2 o 3 veces al año según el presupuesto en medios. Dos semanas después del cierre de una campaña nueva.
			Entrevista	Personal	Pregunta abierta	
5	Posicionamiento	16	Encuesta	Personal Internet	Pregunta abierta	Libro especializado Internet Diaria. El cuestionario está disponible permanentemente. Los datos se analizan para el reporte semestral/anual.
			Entrevista	Personal Chat		
6	Top of mind de marca	15	Encuesta	Personal Internet	Pregunta abierta	Libro especializado Artículo en revista Internet Diaria. El cuestionario está disponible permanentemente. Los datos se analizan para el reporte semestral/anual.
			Entrevista	Personal Chat		
7	Top of mind publicitario	12	Encuesta	Personal	Pregunta abierta	Libro especializado Dos semanas después del cierre de una campaña nueva.
			Entrevista	Personal		

No.: Número de veces en que fue mencionado en el cuestionario.

NS/NR: No sabe o no responde.

Del análisis cualitativo de los resultados se observa que las variables que se utilizan con mayor frecuencia especialmente en cuestionarios de aplicación permanente, como lo son el nivel de satisfacción, la decisión de compra y los hábitos de consumo, tienen un origen desconocido o las diseñan utilizando modelos de escalas que encuentran en Internet.

Otras variables percibidas como menos intuitivas como lo son la recordación de marca, el posicionamiento, el *top of mind* de marca y el *top of mind* publicitario, son consultadas en libros especializados que les permiten organizar una serie de preguntas abiertas que facilitan la organización del dominio del constructo en una primera fase para su reconocimiento.

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos sobre el uso de los instrumentos aplicados en las investigaciones de mercado en las empresas que participaron en el estudio, se evidencia la necesidad de proponer un procedimiento para la formulación de escalas multidimensionales en la medición de constructos en mercadeo, que pueda ser aplicado en la academia y en las empresas y así mejorar la calidad de éstos instrumentos de medición en la práctica del mercadeo.

A partir de la literatura consultada con relación a las técnicas de formulación de escalas desarrolladas por las ciencias del comportamiento y del mercadeo, se encontró un primer planteamiento de procedimiento en Lundstrom & Lamont (1976, pp. 373 y 374) que utilizaron para medir la satisfacción del consumidor en cinco pasos:

- 1) La definición del constructo que será medido y la generación de afirmaciones que serán incluidas en el conjunto de elementos.
- 2) La selección del tipo de escala de medición que se usará.
- 3) La selección de los elementos que serán medidos en la escala.
- 4) Prueba de confiabilidad de la escala.
- 5) Prueba de validez de la escala.

Unos años después, Churchill (1979, p. 66) desarrolla un procedimiento de ocho pasos para la formulación de constructos en mercadeo:

- 1) Especificar el dominio del constructo a partir de la literatura consultada.
- 2) Generar una primera muestra de elementos.
- 3) Recolectar la información.
- 4) Depurar la información con el análisis factorial y el coeficiente alfa.
- 5) Recolectar información.
- 6) Evaluar la confiabilidad.

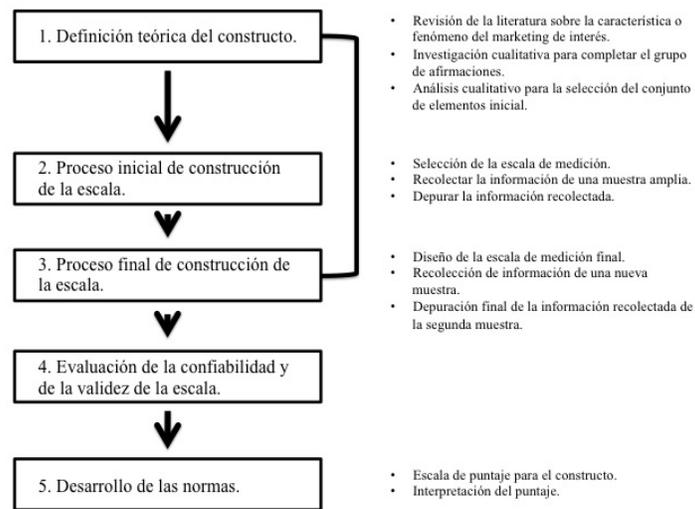
- 7) Evaluar la validez.
- 8) Desarrollar las normas para el constructo.

Finalmente, Malhotra (1993) incluye en su libro *Investigación de Mercados*, un procedimiento de nueve pasos a partir de los ocho pasos de la escala de Churchill, para la formulación de escalas multidimensionales:

- 1) Desarrollo de una teoría.
- 2) Generación de un conjunto inicial de elementos a partir de la teoría, fuentes de información secundaria y una investigación cualitativa.
- 3) Selección de un conjunto reducido de elementos basado en un análisis cualitativo.
- 4) Recolección de información de una amplia muestra de prueba.
- 5) Realización de un análisis estadístico.
- 6) Desarrollo de una escala depurada.
- 7) Recolección de mayor información de una muestra diferente.
- 8) Evaluación de la confiabilidad y de la validez.
- 9) Preparación de la escala final.

En general, estos procedimientos han venido funcionando correctamente en varios ejemplos de aplicación en la formulación de mediciones de variables psicométricas, publicados en artículos originalmente escritos en inglés. Algunos ejemplos son los estudios sobre la calidad en el servicio de Parasuraman, Zeithaml & Berry (1985; 1988) o los estudios sobre el nivel de involucramiento de Zaichkowsky (1985; 1994). A continuación, se formula un procedimiento para constructos en mercadeo compuesto de cinco etapas:

Figura 8. Procedimiento para la formulación de constructos.



1) Definición teórica del constructo.

El investigador deberá organizar la idea, la materia o el conocimiento relativos al fenómeno del mercadeo sobre el que formulará un constructo para su medición. Este fenómeno es la situación que se presenta en la realidad del profesional del mercadeo y que aparece como una acción percibida. Un ejemplo de fenómeno es el nivel de involucramiento, o la relevancia percibida por un consumidor de un producto, una categoría, una situación de compra y una campaña publicitaria, a partir de sus necesidades, valores e intereses inherentes (Zaichkowsky 1985, p. 342; Zaichkowsky, 1994, p. 59). El fenómeno en sí debe ser estudiado para identificar cuáles son sus causas. Se recomienda consultar la literatura disponible sobre dicho fenómeno y a partir de los hallazgos teóricos encontrados, y teniendo en cuenta lo que le es propio, sus características y lo que lo diferencia de otros fenómenos, el investigador elabora una proposición que expone con claridad y exactitud al constructo. Continuando con el ejemplo, Zaichkowsky (1985) identificó que el nivel de involucramiento se compone de tres factores: las características de la persona, las características del estímulo al que es expuesta la persona y las características de la situación en la que se lleva a cabo la exposición.

El investigador necesita conocer el significado de las construcciones hipotéticas que intervienen en la relación del constructo así como las percepciones de los sujetos, para lo cual deberá completar el grupo de afirmaciones relacionadas con el constructo, preguntando a una pequeña muestra información adicional con relación a la característica o fenómeno estudiado. Los instrumentos usuales en las investigaciones cualitativas son las sesiones en grupo y las

entrevistas. Si el tema de investigación es sensible, se recomiendan las técnicas proyectivas (Malhotra, 1993, p. 168). Los elementos o atributos que construirán la escala son hallados como resultado de una investigación cualitativa; según el modelo propuesto por Fishbein (1973), las principales preguntas a realizar son:

- a) ¿Cuáles considera Usted, son las características/atributos de A_0 ?
- b) ¿Qué le han dicho otras personas con relación a A_0 ?
- c) ¿Cuál considera Usted, es la característica o atributo más importante de los mencionados anteriormente?

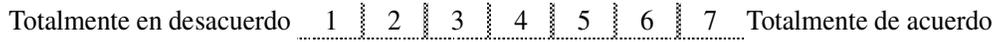
Una vez se han obtenido los datos y por ser información cualitativa, se deben realizar los siguientes pasos para su análisis: 1) transcribir todo para tener un mayor control de la información en general, 2) ordenar por tópicos en grupos similares y, 3) asignarles una etiqueta con códigos de ubicación por color que faciliten su referencia dentro de las fuentes originales, ya sean éstos un video o una grabación de voz, entre otros. El objetivo es simplificar, determinar lo significativo e interpretar. “Esto implica un trabajo intelectual y mecánico que permita codificar los datos, reconocer patrones, etiquetar los temas y desarrollar sistemas de categorías” (Fernández, 2005, p. 5). El objetivo del análisis cualitativo es enlazar observaciones con el constructo.

2) Proceso inicial de formulación de la escala.

Una vez establecido el grupo de atributos que caracterizan el fenómeno, se debe seleccionar la escala de medición. Para la formulación de escalas multidimensionales, solo se utilizan variables métricas discontinuas como las escalas Likert y Diferencial Semántico, porque a diferencia de las escalas continuas, reducen los errores en la medición y permite hacer inferencias como la preferencia de un envase por un grupo de consumidores. “El experimento diseñado para este problema consiste en preguntar a cada uno de los consumidores el tipo de envase que prefiere. Tras de anotar el número de consumidores y de la muestra que prefieren el envase A, cabe preguntar ¿Qué tan pequeño debiera ser este número para que se concluya que el envase B se prefiere al A?” (Mendenhall & Reinmuth, 1981, p. 107).

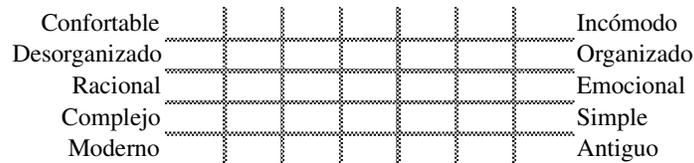
La escala de Likert (1961) mide el grado de aceptación o rechazo ante una serie de afirmaciones relacionadas al objeto. La escala usa un número impar de opciones, porque facilita la identificación de un punto neutral, por ejemplo de 1 a 7 en la que 1 es “totalmente en desacuerdo” y 7 es “totalmente de acuerdo”, presenta una distribución balanceada con un punto nulo en su centro 4, ofreciendo información objetiva.

Figura 9. Ejemplo de escala de Likert clásica de 7 puntos.



La escala de diferencial semántico no utiliza afirmaciones como en la escala de Likert, sino adjetivos o atributos bipolares que facilitan la medición de conceptos. La investigación cualitativa debe evitar la ambigüedad en su diseño. Para mejorar su impacto, no se colocan todos los adjetivos relacionados a un lado, sino que se cruzan; es decir, si al lado derecho coloca todos los atributos positivos y al izquierdo todos los negativos, las personas no lo leerán completo sino que contestarán intuitivamente. Esto se evita mezclando las categorías de atributos reduciendo los errores en la medición (Malhotra, 1993, pp. 276-277).

Figura 10. Ejemplo de escala de diferencial semántico.



Malhotra (1993) recomienda un mínimo de dos y un máximo de nueve atributos a medir. Sin embargo, Oviedo & Campo (2005) recomiendan un mínimo de tres y un máximo de veinte atributos. Si el nivel de conocimiento e interés de quien realizará la prueba es bajo, tenderá a disminuir; sin embargo, en esta primera escala, el número puede llegar a ser mayor, pues el investigador requiere hacer un análisis estadístico de correlación entre las variables. El tiempo que tome para responder esta primera escala será el principal factor para establecer el tamaño y las características de la muestra. La recomendación es elaborar la escala para medir a toda la categoría y así podrán participar los empleados de la propia empresa, un grupo aleatorio de clientes, e incluso los estudiantes de un curso en la universidad. El objetivo en esta etapa no es la formulación final de la escala sino la depuración de la misma.

Para depurar la escala inicial se recomienda el uso de un *software* de análisis estadístico, lo cual agiliza el proceso de correlación, es decir, buscar una correspondencia o relación recíproca entre la serie de atributos según las respuestas obtenidas durante la recolección. Los pasos a seguir son: calcular un análisis factorial para confirmar el número de dimensiones conceptuales del constructo, calcular el coeficiente alfa, eliminar los elementos nulos, calcular nuevamente el coeficiente alfa tantas veces como sea necesario hasta alcanzar un coeficiente satisfactorio para cada dimensión (Churchill, 1979, p. 69). Por ejemplo, en el caso del nivel de involucramiento, se hallaron dos dimensiones: cognitivo y afectivo (Zaichkowsky, 1994, p. 59), cada uno con un número de cinco atributos.

a) Análisis factorial.

Es un procedimiento de interdependencia de análisis multivariado que “comprende el análisis simultáneo de más de dos dimensiones” (Kinneer *et al.*, 1979, p. 653), mediante el cual se toma un gran número de atributos o elementos que se investigan para identificar un número más pequeño de factores en común que den lugar a su intercorrelación (Schuessler, 1971, p. 4). El análisis factorial permite el desarrollo de escalas de personalidad, de segmentos de mercado basados en información psicográfica y de identificación de atributos para productos clave (Kinneer *et al.*, 1979, p 656). Kinneer *et. al.* (1979) exponen en detalle las ventajas del análisis factorial que incluyen la disminución del número de atributos a un número de más fácil manejo; la identificación de la estructura subyacente de la redundancia para colocar las medidas en factores o dimensiones; y la división de las variables en factores independientes que representan una medida de escala de alguna dimensión, proporcionando las ponderaciones que deben utilizarse para cada dimensión al combinarlas en una escala.

b) Coeficiente alfa o alfa de Cronbach.

Es un índice usado para medir la consistencia interna de la confiabilidad de una escala. Debe ser medido cada vez que se recolectan datos de una población porque éste siempre cambia (Oviedo & Campo, 2005, pp. 575-577). Cuando una escala tiene un número considerable de atributos o elementos, se dividen en dos grupos iguales y se calcula el promedio de las correlaciones entre todos los coeficientes obtenidos en todas las posibles combinaciones de división de los elementos en el instrumento; el resultado debe ser igual para ambos grupos. Cuantos más elementos, mayor será el coeficiente alfa (Malhotra, 1981, p. 459).

Oviedo & Campo (2005, p. 577) da la siguiente interpretación del coeficiente alfa:

- Si el coeficiente de confiabilidad es menor a 0,7, la escala de medición es pobre.
- Si el coeficiente de confiabilidad es mayor a 0,9, la escala de medición es redundante o hay duplicación; éstos deben eliminarse porque miden lo mismo.

3) Proceso final de formulación de la escala.

En este punto ya se ha depurado la información inicialmente recolectada a través de sus correlaciones, dando lugar a una escala más concentrada y de más fácil aplicación. En este paso, se redacta la escala de medición final y se realiza una nueva recolección de información a una nueva muestra. Una vez se obtienen los resultados, se tabulan y se procesan estadísticamente.

Se vuelve a repetir el mismo proceso para depurar la escala final, siguiendo los mismos pasos de la etapa anterior, es decir, usar un *software* de análisis estadístico para calcular el análisis factorial y el coeficiente alfa.

4) Evaluación de la confiabilidad y la validez del instrumento.

Una vez realizada la prueba, un buen investigador evaluará la confiabilidad y la validez de los datos obtenidos a partir de la investigación de mercados. Estas dos propiedades le dan mayor credibilidad a los resultados, de los que dependen las decisiones que se tomarán. Un ejemplo clásico en las clases de estadística en las universidades para distinguir claramente entre ambos conceptos es el de la pesa o balanza. Una balanza que esté mal calibrada, arrojará siempre los mismos resultados errados, es decir, que aunque es confiable porque siempre arroja el mismo resultado, no es válida porque el resultado está errado. Se puede decir entonces, que mayor validez implica mayor confiabilidad, pero una mayor confiabilidad no implica una mayor validez.

a) *Evaluar la confiabilidad.*

El concepto de confiabilidad o fiabilidad hace referencia a la estabilidad de los resultados. Si los datos son estables, se puede repetir la prueba y obtener resultados similares y consistentes. Esto quiere decir que las escalas de medición incluidas en los instrumentos compuestos por varias dimensiones (Oviedo & Campo, 2005, p. 573) no presentan distorsiones y son verdaderas (∞). El término verdaderas hace referencia al promedio de las evaluaciones de un mismo objeto en múltiples mediciones.

Existen tres métodos que combinados permiten medir la confiabilidad de los datos. En la etapa 2 se explicó la consistencia interna de la confiabilidad que se calcula a través del coeficiente alfa o alfa de Cronbach. Las dos siguientes son la prueba y reprobación, y otras formas alternativas (Malhotra, 1993, p. 285):

- Prueba y reprobación de confiabilidad. A un grupo de participantes se les pide que diligencien la misma escala dos veces, con un lapso entre una y otra prueba de 2 a 4 semanas. El investigador debe asegurar que las condiciones de ambas pruebas sean las mismas. Luego, a ambas pruebas se les calcula el coeficiente de correlación. Cuanto más alto sea el coeficiente de correlación, mayor será la confiabilidad.
- Formas alternativas de confiabilidad. A un grupo de participantes se les pide que diligencien dos escalas equivalentes al mismo contenido, con un lapso entre una y

otra escala de 2 a 4 semanas. El éxito de esta prueba depende de que también hayan sido diseñadas ambas escalas; se recomienda evaluarlas previamente en sus medias, varianzas y correlaciones para asegurar la equivalencia. Una varianza o suma de cuadrados es la desviación estándar al cuadrado. La desviación estándar es la dispersión de los datos de una muestra o población con relación a su media. Una baja correlación representa una escala no confiable o no equivalente.

b) Evaluar la validez.

La Real Academia Española dice que la validez es la cualidad de válido, lo que implica que el argumento es fuerte. Como el dominio del constructo utiliza un medio indirecto para su formulación, obliga a tener dudas con respecto a su medición; es decir, la congruencia entre la naturaleza del constructo y el instrumento que se diseña para medirlo. Es importante tener en cuenta que la validez es fundamental para darle credibilidad a las investigaciones científicas. Según la American Marketing Association (2014), la validez se clasifica en tres tipos: 1) la validez de contenido, 2) la validez con base a criterios externos y 3) la validez de constructos o construcciones hipotéticas. Para la formulación de constructos de mercadeo, se evaluará la validez de constructos porque esta logra integrar variables psicométricas y teóricas. Es decir, datos cualitativos y cuantitativos en una misma medición, por lo que no se valida la prueba, sino la teoría en la que se basa (Kerlinger, 1973, p. 324). La validez de constructos se clasifica a su vez en dos tipos:

La validez convergente: evalúa que los pasos anteriores hayan generado homogeneidad y consistencia interna en el conjunto de elementos. La consistencia es necesaria pero no suficiente para la validez del constructo (Nunnally & Bernstein, 1994, p. 92). Esto quiere decir que “los datos que se obtienen al aplicar el instrumento de medición a grupos distintos en lugares también diversos, deben producir resultados parecidos” (Kerlinger, 1973, p. 325). Esto se demuestra cuando la correlación entre diferentes métodos de medición del mismo constructo es alta.

La validez discriminante: evalúa los límites de la medición propia, correlacionada con respecto a otras mediciones diseñadas para medir lo mismo, cuando no se comporta como un reflejo; y el comportamiento de la medición es según lo esperado (Churchill, 1979, p. 70); es decir, cuáles están correlacionadas significativamente o no, si tienden a 0, y según el tipo de predicción: positiva, negativa o nula (Kerlinger, 1973, p. 326). “Las pruebas pueden ser inválidas por una alta correlación cuando otras pruebas intentan diferir” (Campbell, 1986

citado por McQuarrie, 2004, p. 145). Por esa razón, las escalas con una alta correlación deben ser utilizadas para medir diferentes constructos, mientras que con una baja correlación, sí pertenecen a la medición de interés porque no tienen que ver con otras mediciones del mismo constructo o variable.

Los argumentos se presentan en cuatro proposiciones separadas que se examina directamente con los datos reales (Nunnally, 1967, p. 93):

1. La variable A y la variable B están relacionadas.
2. La escala X proporciona una medición de A.
3. La escala Y proporciona una medición de B.
4. X y Y están correlacionadas positivamente.

Sin embargo, para establecer que X realmente mide a A, se debe asumir que las proposiciones 1 y 3 son correctas; tener una buena medición para B y que el marco teórico para A y B sea verdadero. El investigador solo podrá evaluar la validez del constructo midiendo éste en relación con otros constructos (Malhotra, 1981, p. 462).

5) Desarrollo de protocolos.

Cuando se finaliza la recolección de información y su tabulación, se debe ofrecer una escala de puntaje y la interpretación de éste. Por ejemplo, si la escala multidimensional está compuesta por 10 atributos y cada uno puede recibir una puntuación de 1 a 5, ¿qué significaría obtener un promedio ponderado de 35? Lo que la investigación arrojó es que los profesionales del mercadeo interpretan una media de 25; por tanto, la evaluación promedio tendría una tendencia positiva de 10 puntos por encima de la media. Este es uno de los errores más comunes en las investigaciones de mercado y es lo que hacen las empresas colombianas estudiadas. Suponga que 35 es el puntaje más alto que se haya podido obtener con este instrumento, o que sea un puntaje bajo para lo que normalmente se obtiene. Solamente las empresas que juiciosamente llevan un registro histórico de sus evaluaciones internas, logran comparar sus resultados y realizar una correcta interpretación de éstos en un contexto específico, mejorando la validez de sus instrumentos. Es el caso del constructo decisión de compra cuyo análisis toma en consideración los resultados anteriores.

La calidad de la norma dependerá de la cuidadosa elaboración del puntaje y su interpretación, los cuales son clave para el constructo. La formulación del marco teórico debe ofrecer los escenarios posibles que serán confirmados en la investigación cualitativa para el

correcto desarrollo de las normas. Esta interpretación no es comparativa, por lo que requiere estabilizar los datos recolectados en la investigación de mercados a partir de una muestra probabilística estratificada proporcionada:

“Se divide a la población en subgrupos a partir de máximo seis criterios de división o condiciones excluyentes que pueden ser características demográficas y socioeconómicas. La muestra se compone de elementos en cada subgrupo según su participación en el total de la población; por ejemplo, de una población de 10 millones de personas (6 millones de hombres y 4 millones de mujeres), se selecciona una muestra de 1000 participantes así: 600 hombres y 400 mujeres.” (traducido y adaptado de Malhotra, 1993, pp. 348-349).

La normalización permite poner en orden, algo que no lo tiene; por ejemplo, cuando las personas en las empresas utilizan instrumentos no válidos ni confiables para medir variables con las que trabajan diariamente. Con este procedimiento, las empresas podrán construir variables para su gestión cotidiana y estabilizar una práctica que en este caso es la formulación de mejores constructos en mercadeo.

REFERENCIAS

- American Marketing Association (2014). *Marketing Metric Audit Protocol*. Disponible en: <http://www.themasb.org/wp-content/uploads/2009/07/mmap-stand-alone-july-09.pdf> [26 de Agosto de 2014].
- Anderson, J.C. (1985). A measurement model to assess measure-specific factors in multiple-informant research. *Journal of Marketing Research*, Vol. XXII, pp. 86-92.
- Botella, L. & Feixas, G. (2000). *Teoría de los Constructos Personales: Aplicaciones a la Práctica Psicológica*. Barcelona: PCP.
- Crespi, I. (1971). What kinds of attitude measures are predictive of behavior? *Public Opinion Quarterly*, 35, pp. 327-334.
- Churchill, G.A. (1979). A paradigm for developing better measures of marketing constructs. *Journal of Marketing Research*, Vol. XVI, pp. 64-73.
- Fernández, L. (2006). ¿Cómo analizar datos cualitativos? Fichas para investigadores. *Butlletí LaRecerca*, Ficha 7, Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, pp. 1-13.

- Fishbein, M. (1973). An investigation of the relationships between beliefs about an object and the attitude toward that object. *Human Relations*, 16, pp. 233-240.
- Jacoby, J. (1978). Consumer research: A state of the art review. *Journal of Marketing*, 42, pp. 87-96.
- Kerlinger, F.N. (1988). *Investigación del comportamiento* (2a Ed.). México: McGraw Hill.
- Kinney, T.C., Taylor, J.R. & Kresge, S.S. (1979 / 1981) *Investigación de mercados (Trad. al español)*, México: McGraw Hill.
- Kotler, P. & Keller, K.L. (2006). *Dirección de Marketing (12a Ed.)*, México: Pearson Education.
- Likert, R. (1961). *New patterns of management*. New York: McGraw-Hill.
- Lundstrom, W.J. & Lamont, L.M. (1976). The development of a scale to measure consumer discontent. *Journal of Marketing Research*, Vol. XIII, pp. 373-381.
- Malhotra, N.K. (1981). A scale to measure self-concepts, person concepts and product concepts. *Journal of Marketing Research*, Vol. XVIII, pp. 456-464.
- Malhotra, N.K. (1993/2007). *Marketing research: An applied orientation (5a Ed.)*, (reimpreso). New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- McDaniel, C & Gates, R. (2005). *Investigación de Mercados (6a Ed.)*, México: Thomson.
- McQuarrie, E.F. (2004). Integration of construct and external validity by means of proximal similarity: Implications for laboratory experiments in marketing. *Journal of Business Research*, 57, pp. 142-153.
- Mendenhall, W. & Reinmuth, J.E. (1981/1992). *Estadística para administración y economía*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Nunnally, J.C. & Bernstein, I.H. (1978/1994). *Psychometric Theory (3a Ed.)*. New York: McGraw Hill.
- Oviedo, H.C. & Campo, A. (2005) Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach, *Revista Colombiana de Psiquiatría*, Vol. XXXIV, No. 4, pp. 572-580.
- Real Academia Española. *Diccionario de la lengua español DRAE (Ed. 23)*. Disponible en: <http://lema.rae.es/drae/?val=validez> [27 de Agosto de 2014].
- Parasuraman, A., Zeithaml, V.A. & Berry, L.L. (1985). A conceptual model of service quality and its implications for future research. *Journal of Marketing*, Vol. 49, pp. 41-50.

- Parasuraman, A., Zeithaml, V.A. & Berry, L.L. (1988). Servqual: A multiple-item scale for measuring consumer perceptions of service quality. *Journal of Retailing*, Vol. 64, No. 1, pp. 12-40.
- Schuessler, K. (1971). *Analyzing Social Data*, Boston: Houghton Mifflin.
- Solomon, R. M. (1999/2009). *Consumer behavior. Buying, having and being*, (8a Ed.), New Jersey: Pearson Education.
- Zaichkowsky, J.L. (1994). The personal involvement inventory: Reduction, revision and application to advertising. *Journal of Advertising*, Vol. XXIII, Number 4, pp. 59-70.
- Zaichkowsky, J.L. (1985). Measuring the involvement construct. *Journal of Consumer Research*, Vol. 12, pp. 341-352.

APÉNDICE A

FORMATO DE CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACION EN INVESTIGACION DE MERCADOS

Título y propósito del proyecto: Usted ha sido invitado a participar del estudio investigativo titulado “Procedimiento para la construcción de constructos en mercadeo” desarrollado por la Universidad San Buenaventura en su línea de investigación GODH. Este es un estudio que permitirá comprender el uso de las escalas de medición en los instrumentos aplicados en la actualidad en las investigaciones de mercado de las empresas, con el objetivo de medir su efecto en las actividades en mercadeo de aproximadamente 30 empresas colombianas.

Elegibilidad: Usted podrá participar en este proyecto por una sola vez, si se encuentra laborando en el área de mercadeo de una empresa, conoce la información medida en las investigaciones de mercado y, si es mayor de 18 años de edad. Si usted no cumple con estos requisitos, no podrá participar en este proyecto.

Descripción de la participación: Es importante que usted lea y comprenda completamente este formato de consentimiento, en el que se explica el proceso para participar. Si usted no entiende alguna parte de este consentimiento, por favor formule sus preguntas al encargado de la prueba, antes de firmar este formato. Para comenzar con el experimento se le entregará un cuadernillo con una serie de preguntas acerca de las escalas de medición y los instrumentos utilizados en las investigaciones de mercado en la empresa para la cual trabaja.

Duración de la participación: Este estudio tomará de 30 minutos de su tiempo. La persona encargada de dirigir la prueba, estará en constante contacto con usted hasta la terminación de este estudio.

Riesgos y beneficios de la participación: No se conocen riesgos por la participación en este estudio. La participación en esta encuesta no implica ninguna inversión monetaria de su parte.

Declaración voluntaria: Su participación es voluntaria. La decisión de participar en este estudio será completamente suya. Si usted decide no ser parte de este estudio, podrá retirarse en el momento que lo desee.

Confidencialidad: Cualquier información acerca de su participación, la empresa y su identidad, serán completamente confidenciales. La información será usada estrictamente para propósitos de esta investigación con fines académicos. Si los resultados del experimento se publican, no se revelará ninguna identificación con excepción de la del investigador de este proyecto.

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Al dar mi consentimiento mediante la firma de este formulario, acepto que esta encuesta me ha sido explicada y que estoy satisfecho (a) con las respuestas a mi preguntas e inquietudes. También se me ha informado que tengo derecho a retirarme de esta investigación en cualquier momento. Con esta información acepto voluntariamente participar en esta encuesta.

Participante:

Nombre Completo: _____

Empresa: _____

Cédula: _____

Fecha: _____

Firma: _____

Investigador:

Nombre Completo: _____

Empresa: _____

Cédula: _____

Fecha: _____

Firma: _____

APÉNDICE B
CUADERNILLO DE PREGUNTAS

1. Cuál es el nombre completo de su cargo: _____

2. ¿Conoce la definición de “constructo de mercadeo”? SI NO

(Si la respuesta es sí, pase a la pregunta 3; si la respuesta es no pase a la pregunta 4).

3. Describa brevemente la definición de constructo de mercadeo que conoce:

4. ¿Cuáles son las variables que usualmente mide, controla y utiliza en el área de mercadeo?
(Intente anotar el nombre de 15 variables, inicie por las de uso diario hasta las incluidas en los informes anuales).

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

7. _____

8. _____

9. _____

10. _____

11. _____

12. _____

13. _____

14. _____

15. _____

5. De la lista anterior, seleccione las tres variables que considera más importantes para la gestión del mercadeo. Anote el nombre de las variables seleccionadas en la primera columna “Constructo” en la matriz adjunta. Diligencie la información solicitada en las siguientes columnas para cada una. Esta información consolidada permitirá comprender su origen y pertinencia.

Muchas Gracias ☺

Constructo	¿Qué instrumento utiliza para evaluar la variable? (Opciones: encuesta, panel, sesión de grupo, entrevista, observación...)	¿Cuál es el medio de contacto para la recolección de información? (Opciones: personal, Internet, correo físico o electrónico, teléfono...)	¿Qué escala de medición utiliza para medir la variable? (Opciones: par comparativo, suma de constantes, ordenamiento, continua, Likert, diferencial semántico, stapel...)	¿En dónde obtuvo y por qué escogió esa escala de medición?	¿Con qué frecuencia tabula y como analiza la información recolectada?
1					
2					
3					

APÉNDICE D

Tablas del Análisis Factorial procesado en SPSS

Varianza total explicada ^a									
Componente	Autovalores iniciales			Sumas de extracción de cargas al cuadrado			Sumas de rotación de cargas al cuadrado		
	Total	% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado
1	2,936	29,362	29,362	2,936	29,362	29,362	2,830	28,296	28,296
2	2,475	24,747	54,109	2,475	24,747	54,109	2,305	23,051	51,348
3	1,748	17,482	71,591	1,748	17,482	71,591	2,024	20,243	71,591
4	,913	9,131	80,722						
5	,717	7,169	87,891						
6	,556	5,561	93,452						
7	,467	4,670	98,122						
8	,144	1,445	99,567						
9	,043	,433	100,000						
10	5,812E-16	5,812E-15	100,000						

Método de extracción: análisis de componentes principales.

a. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.

Matriz de correlaciones ^{a,b}											
		Nivel de satisfacción	Top of Mind publicitario	Posicionamiento	Decisión de Compra	Top of Mind marca	Eficiencia de la publicidad	Recordación de marca	Hábitos de consumo	Preferencia de marca	Fidelidad de marca
Correlación	Nivel de satisfacción	1,000	-,437	,406	-,089	-,532	-,218	,386	-,685	,048	-,089
	Top of Mind publicitario	-,437	1,000	,320	-,584	,152	,286	-,265	,168	,062	,000
	Posicionamiento	,406	,320	1,000	-,506	-,592	-,372	,366	-,365	-,135	-,253
	Decisión de Compra	-,089	-,584	-,506	1,000	,238	-,408	-,464	,080	-,535	-,250
	Top of Mind marca	-,532	,152	-,592	,238	1,000	,318	-,295	,166	,162	,130
	Eficiencia de la publicidad	-,218	,286	-,372	-,408	,318	1,000	,084	,000	,218	,408
	Recordación de marca	,386	-,265	,366	-,464	-,295	,084	1,000	-,347	,386	,309
	Hábitos de consumo	-,685	,168	-,365	,080	,166	,000	-,347	1,000	-,043	-,120
	Preferencia de marca	,048	,062	-,135	-,535	,162	,218	,386	-,043	1,000	,356
	Fidelidad de marca	-,089	,000	-,253	-,250	,130	,408	,309	-,120	,356	1,000

a. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.

b. Esta matriz no es cierta positiva.

Comunalidades ^a		
	Inicial	Extracción
Nivel de satisfacción	1,000	,807
Top of Mind publicitario	1,000	,892
Posicionamiento	1,000	,932
Decisión de Compra	1,000	,967
Top of Mind marca	1,000	,620
Eficiencia de la publicidad	1,000	,589
Recordación de marca	1,000	,689
Hábitos de consumo	1,000	,517
Preferencia de marca	1,000	,555
Fidelidad de marca	1,000	,591

Método de extracción: análisis de componentes principales.

a. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.

Matriz de componente ^{a,b}			
	Componente		
	1	2	3
Nivel de satisfacción	,805	-,260	,302
Top of Mind publicitario	-,149	,504	-,785
Posicionamiento	,766	-,071	-,584
Decisión de Compra	-,465	-,775	,388
Top of Mind marca	-,708	,265	,222
Eficiencia de la publicidad	-,230	,717	,149
Recordación de marca	,682	,355	,311
Hábitos de consumo	-,648	,030	-,311
Preferencia de marca	,156	,676	,271
Fidelidad de marca	,005	,616	,460

Método de extracción: análisis de componentes principales.

a. 3 componentes extraídos.

b. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.

Matriz de transformación de componente ^a			
Componente	1	2	3
1	,948	-,015	,319
2	-,141	,875	,462
3	,286	,483	-,827

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Método de rotación: Varimax con normalización Kaiser.^a

a. Sólo se utilizan los casos para los cuales Cargo = Enfoque proactivo en la fase de análisis.



Análisis de combustibles fósiles en el mercado de generación de energía eléctrica en Colombia: un contraste entre modelos de volatilidad

ARANGO A., MÓNICA ANDREA

Universidad de Medellín (Colombia)

Universidad Nacional de Colombia (Colombia)

Correo electrónico: moarango@udem.edu.co

ARROYAVE O., SANTIAGO

Universidad Medellín (Colombia)

Global Securities (Colombia)

Correo electrónico: sarroyave51@gmail.com

RESUMEN

La importancia del sector eléctrico en el crecimiento de las economías incentiva el estudio sobre las variables que determinan la ejecución de nuevos proyectos de inversión en el sector. Las barreras en la disponibilidad de los combustibles se traducen en un incremento de la incertidumbre, convirtiéndose en un aspecto fundamental en la toma de decisiones en los mercados de generación de energía. Ante esto, se realiza un contraste entre un modelo de volatilidad determinística y dos modelos de volatilidad estocástica paramétrica GARCH y EWMA, aplicados en el precio de los combustibles fósiles, con el fin de identificar *trade off*, entre costos y riesgo, enfrentado por los generadores en una matriz energética conformada por tecnologías basadas en carbón, gas y petróleo. Los tres modelos permiten contrastar los resultados empíricos de las covarianzas obtenidas a través de la metodología de Pearson, EWMA y Vech. La evidencia sugiere que en un contexto en el que sea necesario seleccionar uno de los combustibles, el carbón presenta menor exposición al riesgo y menor variación en su precio, implicando un menor egreso en los mercados de generación. Sin embargo, contar con la matriz energética conformada por los tres combustibles fósiles permite una menor exposición al riesgo para el mercado global.

Palabras claves: mercado energético; modelos econométricos.

Clasificación JEL: N70; C53; C58; P28.

MSC2010: 91G70; 91G10; 62PH20.

Analysis of Fossil Fuels in the Market for Electricity Generation in Colombia: A Contrast between Models of Volatility

ABSTRACT

The importance of the electricity sector in the growth of economies encourages the study of the variables that determine the implementation of new investment projects in the sector. The barriers in the availability of fuels result in increased uncertainty, becoming a key issue in making decisions in the markets for power generation. Regarding this, a contrast is performed between a deterministic volatility model and two parametric stochastic volatility models, GARCH and EWMA, applied to the price of fossil fuels, in order to identify trade off between cost and risk faced by generators in an energy matrix comprised of technologies based on coal, gas and oil. The three models allow to compare the empirical results for covariances obtained through Pearson's methodology, EWMA and Vech. Evidence suggests that, in a context where it is necessary to select one of the fuels, coal has less exposure and less variation in price, implying a lower discharge in generation markets. However, having the energy matrix formed by the three fossil fuels allows a lower risk exposure to the global market.

Keywords: energy markets; econometric modeling.

JEL classification: N70; C53; C58; P28.

MSC2010: 91G70; 91G10; 62PH20.



1. Introducción

Dada la importancia del sector energético para el crecimiento de la economía colombiana, especialmente con el aumento de nuevas centrales, la interconexión con otros países y la implementación de nuevas modalidades de generación, el sector ha venido implementando proyectos que aumentarán la oferta de energía en aproximadamente 3.585,4 MW [1]. Por lo anterior, es necesario realizar una revisión del contexto en el que se desarrollan dichos proyectos con relación a las características del mercado, la disponibilidad de los recursos energéticos, los principales factores que influyen en los costos e ingresos de las centrales eléctricas, y las diferentes herramientas usadas para la medición, modelación y estimación de los riesgos inherentes a la operación en el sector.

En este sentido, analizar las posibilidades de inversión en nuevas centrales energéticas implica asumir la generación de un bien que presenta una demanda inelástica con relación al precio debido a que es indispensable para el funcionamiento de la economía. Conjuntamente, al propiciar altos niveles de generación, el sector se expone al riesgo de generar más energía de la que el mercado estaría dispuesto a consumir y por lo tanto, teniendo en cuenta que no es posible almacenar los excesos de producción, se debe considerar que el nivel óptimo de generación es igual a la demanda que hay disponible en el mercado.

Adicionalmente, el sector está expuesto a las altas volatilidades en los precios de sus insumos y la disponibilidad de los recursos, teniendo en cuenta que el comportamiento de estas variables se ve afectado por condiciones exógenas a la operación de los proyectos, tales como el crecimiento de la economía, las expectativas en los mercados internacionales de materias primas, o los fenómenos climáticos que puedan limitar la generación de energía. Esto implica una mayor incertidumbre en los flujos de caja y del capital de trabajo requerido para cada proyecto.

Por lo anterior, el sector energético requiere que en el mercado existan herramientas y metodologías confiables para la medición y estimación del riesgo al que se exponen los inversionistas de cada proyecto, que contribuyan a establecer un balance justo entre los retornos esperados y el nivel de riesgo asumido. En ausencia de estas herramientas que permitan estandarizar entre los agentes de mercado la estimación del riesgo de generación de energía, se puede llegar a presentar mayores niveles de volatilidad en los precios, pues se verían afectados por las diferentes percepciones de cada uno de los participantes del mercado, y adicionalmente puede afectar los flujos de inversión ante condiciones inciertas.

Ante estas condiciones presentes en el mercado, a lo largo de las últimas décadas la academia ha desarrollado diferentes propuestas para ajustar la estimación de la incertidumbre. Entre estos modelos se encuentran metodologías tales como: media móvil con ponderación exponencial (EWMA) [2], modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) [3] y volatilidades estimadas tradicionalmente por la varianza histórica.

En este sentido, el presente artículo pretende realizar un contraste entre tres modelos de volatilidad aplicados en el precio de los combustibles fósiles como *input* para proyectos de generación energética. Para lograr dicho objetivo es necesario contextualizar el mercado de generación, desde la regulación y su evolución, comprendiendo sus limitaciones. La alta volatilidad

característica del mercado energético exige a los tomadores de decisiones plantear diferentes escenarios que permitan optimizar la relación riesgo-rentabilidad en los proyectos de inversión.

El artículo está conformado por cuatro secciones, contando con esta introducción. En primer lugar; se desarrollará una descripción general del mercado de generación de energía en Colombia y su evolución. En la tercera sección; se presenta una revisión sobre los aportes realizados desde el estudio del riesgo en los mercados de generación eléctricos. Posteriormente, se presenta un contraste entre modelos de volatilidad aplicados a portafolios energéticos conformados por combustibles fósiles. Por último se presentan las conclusiones y se proponen investigaciones futuras.

2. Generación de energía en Colombia

Para entender el mercado energético colombiano, es necesario realizar una descripción de la institucionalidad y la regulación en medio de la que se desarrolla dicho mercado. En este sentido, como exponen Escudero y Botero (2006), teniendo en cuenta los antecedentes históricos de una economía en la que el recurso hídrico, principal fuente de generación de energía en el país, era de aprovechamiento exclusivo del Estado, las empresas estatales de energía evidenciaron grandes falencias en la eficiencia de la operación generando pérdidas para estas compañías y periodos de racionamiento por escasez [4].

Por lo tanto, en 1994 se reestructuró el sistema eléctrico colombiano a través de las leyes 142 de Servicios Públicos [5] y 143 Ley Eléctrica [6], las cuales establecieron los parámetros para la intervención de agentes privados en el mercado de energía y la segregación de las actividades de generación, transmisión, distribución y comercialización, dejando como única función exclusiva del estado la función de regulación.

Así mismo, con la participación de agentes privados y públicos, se estableció un mercado en el cual entre generadores y comercializadores se establece un precio según la oferta y la demanda de las partes sin la intervención del estado, con el fin de establecer las condiciones necesarias para un mercado más eficiente que se traduzca a los consumidores finales en tarifas más competitivas.

Conjuntamente se crearon instituciones gubernamentales que tienen como función la definición, planeación, supervisión y regulación del sistema de energía colombiano. En este sentido, el Ministerio de Minas y Energía formula; adopta, dirige y coordina la política para el sistema energético, los lineamientos para el aprovechamiento económico de los recursos, procurando un manejo integral y sostenible de los mismos, entre otros. En el desarrollo de estas funciones, la Unidad de Planeación Minero-Energética (UPME) se encarga particularmente de planear de manera integral el desarrollo minero energético, apoyar la formulación de política pública y coordinar la información sectorial con los agentes y partes interesadas.

Por su parte, la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) fue creada con el objetivo de lograr que los servicios de energía eléctrica se presten al mayor número posible de personas, al menor costo posible para los usuarios y con una remuneración adecuada para las empresas que

permita garantizar calidad, cobertura y expansión. Simultáneamente, se creó la Superintendencia de Servicios Públicos para delegar en esta institución la función de vigilancia y control, encargándose, entre otros aspectos, de establecer los mecanismos de supervisión con el fin de proteger al consumidor final y evitar los abusos de las empresas en la calidad del servicio y en las tarifas.

Adicionalmente, el sistema energético cuenta con el Centro Nacional de Despacho (CND) y el Centro Nacional de Operaciones (CNO), por medio de los cuales se realiza la planeación, supervisión y control de la operación integrada del Sistema de Interconexión Nacional (SIN) que comprende la Generación, Interconexión y Trasmisión. Esta función es administrada por XM, al igual que el Mercado de Energía Mayorista (MEM) y la liquidación de contratos por medio del Administrador del Sistema de Intercambio Comercial (ASIC) y todo lo relacionado con la intermediación de los agente en dicho mercado.

La Gráfica 1 resume la estructura institucional del MEM y la función específica de cada uno de las instituciones descritas.

Gráfica 1. Estructura Institucional del MEM.

Actividad	Institución
Política	Ministerio de Minas y Energía
Planeación	Unidad de Planeación Minero-Energética
Regulación	Comisión de Regulación de Energía y Gas
Control y vigilancia	Superintendencia de Servicios Públicos
Operación del sistema	Los Expertos en Mercados XM (CND)
Administración del mercado	Los Expertos en Mercados XM (ASIC)

Fuente: Comisión de Regulación de Energía y Gas [7].

En conjunto con la reestructuración del sector eléctrico, este marco institucional y de regulación establecieron las condiciones para garantizar a los clientes un mayor cubrimiento del servicio, regular la evolución de las tarifas, atención a la demanda, implementación de subsidios del servicio y la inclusión de clientes no regulados.

En estas condiciones legales, el sistema eléctrico colombiano se ha venido desarrollando estas últimas dos décadas en el comportamiento de la demanda, la oferta y la generación; el mercado y los precios de transacción y los intercambios internacionales. Así mismo, teniendo en cuenta las limitaciones que se pueden presentar con relación a los recursos necesarios para la generación, y dado que en la energía eléctrica en Colombia proviene principalmente de recursos hídricos, el sistema implementó controles que permitieron garantizar la continuidad de la operación y suministros del sistema en momentos de escases.

De acuerdo con esto, como lo afirma la CREG, “al depender de los aportes hidrológicos, las épocas de sequía que se presentan durante eventos como El Niño hacen indispensable contar con plantas de generación con energía firme, que replacen la energía generada por hidroeléctricas, para atender la demanda. De no contar con estos recursos, los usuarios tendrían que ser sancionados, con los correspondientes costos sobre la economía nacional y el bienestar de la población” [7].

Considerando estas condiciones del mercado, la ley 143 incorporó esquemas de remuneración que permitieran contribuir a la viabilidad de la inversión en los recursos de generación de energía que permitiera, aún en condiciones críticas de abastecimiento hídrico, el abastecimiento de la demanda y la estabilización de ingresos para los generadores. Sin embargo, durante la primera década este esquema funcionó interrumpidamente, dando origen al Cargo por Confiabilidad desde 2006.

Este nuevo esquema incorporó las Obligaciones de Energía en Firme (OEF), comprometiendo así a los generadores a producir energía en condiciones críticas de abastecimiento, la cual se encuentra respaldada por activos de generación capaces de cumplir con dichas obligaciones. Estas OEF son subastadas y asignadas a los generadores, comprometándose a entregar una cantidad definida de energía cuando el precio de bolsa supere el precio de escasez; a cambio reciben una remuneración conocida durante un plazo determinado.

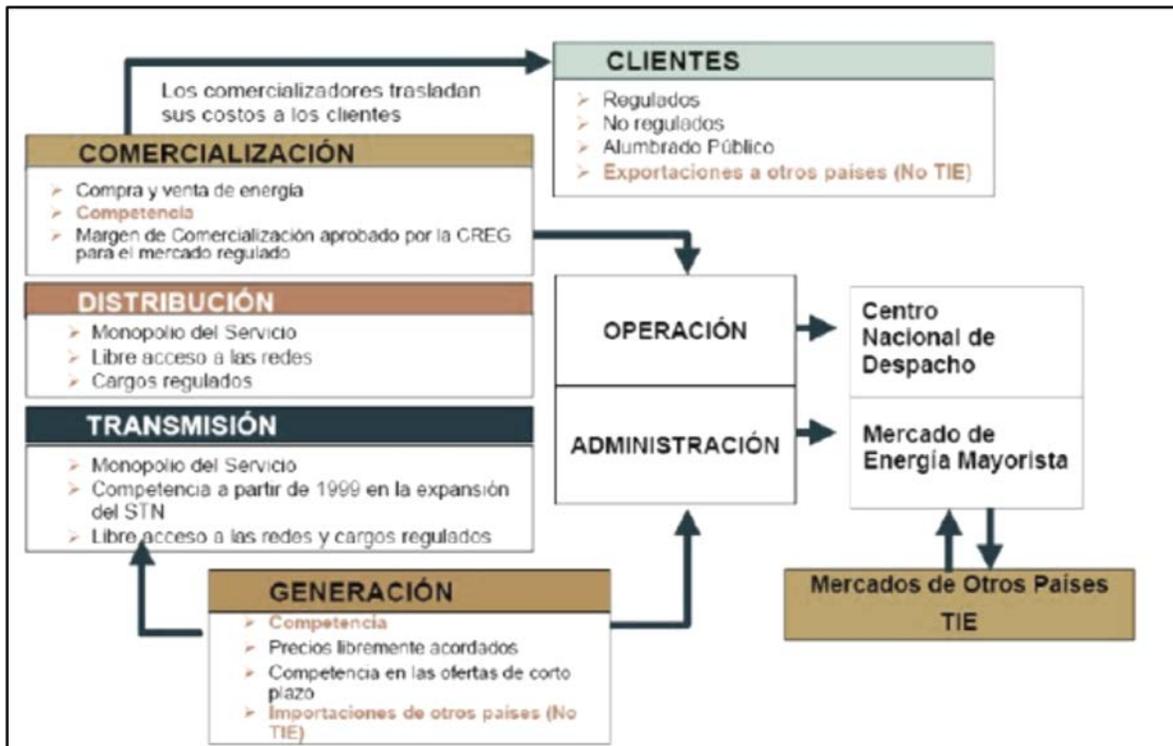
Siguiendo la información disponible en la CREG, las OEF del Cargo por Confiabilidad vinculan jurídicamente la demanda del MEM y los generadores, permitiendo un sistema estable en el largo plazo y la generación de señales e incentivos para la inversión en nuevos recursos de generación, con el fin de garantizar el suministro de energía eléctrica necesaria para el crecimiento del país, entendiéndose que la energía es un bien fundamental para el mismo.

En este sentido, siguiendo a Escudero y Botero (2006), teniendo en cuenta que la energía eléctrica es un insumo que no puede almacenarse, la venta y la compra deben ser iguales en el tiempo, y en caso de una mayor oferta generaría mayores gastos a los generadores. Así mismo, dado que en Colombia el consumo de energía es inferior a la capacidad instalada, el CND debe coordinar cómo se distribuirá el cubrimiento de la demanda entre los generadores. Para esto, todos los días el CND hace una proyección de la demanda de energía esperada para el día siguiente. A su vez, los generadores, de acuerdo con el estado técnico de sus plantas, la disponibilidad de recursos y los costos asociados, realizan ofertas en la Bolsa de Energía teniendo en cuenta cantidad de energía (MW) y precio (\$/MWh) hora a hora. Cuando se reciben las ofertas de todos los generadores, el CND asigna la generación de energía comenzando con la planta que

ofertó al menor precio, y así hasta cubrir la demanda esperada. El precio de bolsa lo fija la última planta despachada, ya sea por mérito o por restricciones.

La Gráfica 2 describe la estructura e interacciones entre los agentes del MEM algunas características particulares a cada uno de ellos.

Gráfica 2. Estructura del Mercado de Energía Mayorista.



Fuente: Compañía de Expertos en Mercados (XM) [8].

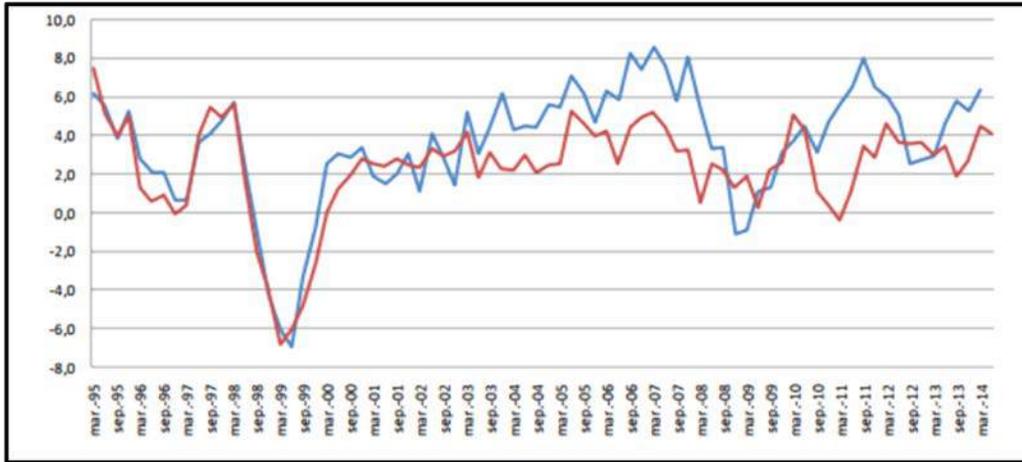
3. Descripción de la situación actual del mercado colombiano

Al realizar una revisión del comportamiento y las principales características del mercado actual en Colombia podemos encontrar lo siguiente:

Demanda

Con relación al comportamiento de la demanda de energía en el sistema de interconexión nacional, a corte de junio de 2014, fue de 5.218 Gwh, presentando un crecimiento del 5,6% (XM, Junio 2014). Este crecimiento puede ser explicado en parte por la correlación natural con el crecimiento de la economía (véase Gráfica 3). En el corto plazo, la inelasticidad de la demanda ante los cambios en el precio de la energía indica la necesidad del insumo para la producción nacional. Según British Petroleum (BP); la perspectiva sobre el consumo mundial de energía indica un aumento en un 41% desde 2012 hasta 2035, donde el 95% de la demanda será generado por los países emergentes [9].

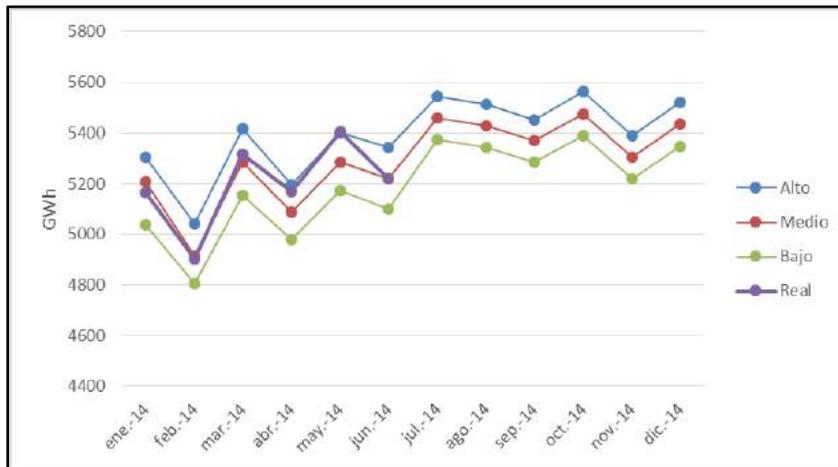
Gráfica 3. Comportamiento trimestral del PIB y la demanda de energía en Colombia.



Fuente: Informe Consolidado del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

En este sentido, teniendo en cuenta las expectativas de crecimiento y considerando los factores estacionales de la economía, en la Gráfica 4 se muestra los rangos de estimaciones de la demanda durante el segundo semestre del 2014, las cuales reflejan la expectativa de un buen comportamiento económico para este período. Esta mayor demanda esperada no necesariamente implica un aumento en los precios, pues dicho aumento está respaldado con una mayor capacidad instalada del sistema. A corte de junio de 2014 la demanda tan solo consume un 33% de la capacidad de generación [8].

Gráfica 4. Escenarios Demanda de Energía – UPME.

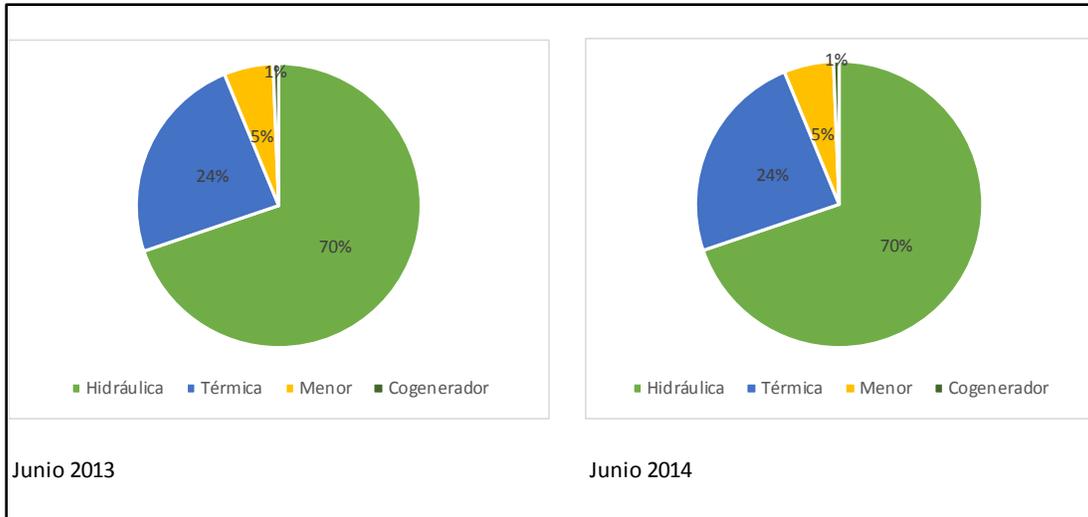


Fuente: Elaboración propia. Información tomada de Informe Consolidado del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

Generación y Oferta

La Capacidad Efectiva Neta (CEN) del sistema es de 14.696,05 MW; sin embargo, según el Informe Consolidado del Mercado [8] y como lo muestra la Gráfica 4, solo se generaron 5.228,6 GWh para atender la demanda del mercado (véase Gráfica 5).

Gráfica 5. Composición de la generación del SIN.



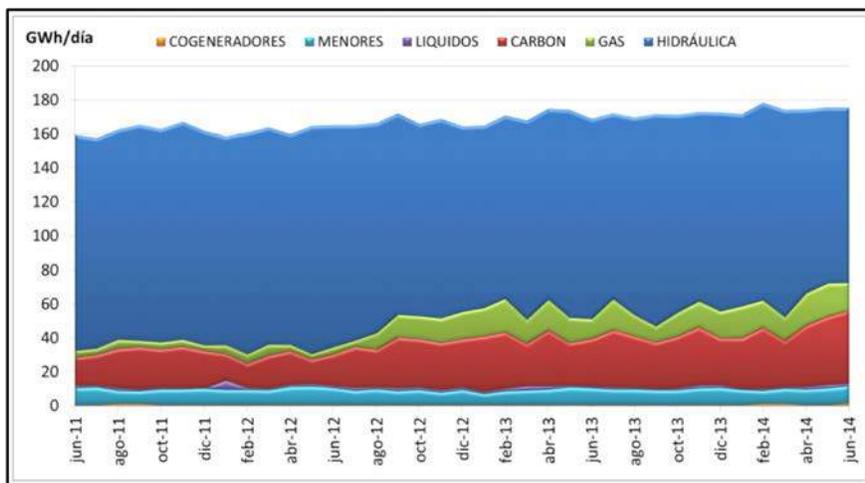
Fuente: Elaboración propia. Información tomada de Informe Consolidado del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

En particular, se observa una disminución de la contribución de la generación hidráulica de un 12,6% con respecto al año anterior, lo cual contrasta con un aumento del 33% de las reservas hídricas almacenadas en los embalses del SIN para el mismo periodo. El comportamiento de los embalses se encuentra explicado por los cambios climáticos y el impacto de los eventos de El Niño y La Niña.

La disminución en la generación de tipo hidráulico fue sustituida principalmente por plantas de generación térmica que con relación al mismo mes del año anterior presentan un crecimiento del 48,1%, lo cual generó un aumento en el consumo de combustibles térmicos, principalmente carbón y gas como se muestra en la Gráfica 6.

En general, el porcentaje de la participación del aporte hidráulico a la generación nacional ha disminuido después de la reforma al sistema eléctrico, dando entrada a más plantas de generación térmicas y más recientemente a las fuentes alternas de energía como la eólica.

Gráfica 6. Consumo de combustibles en el sector eléctrico.

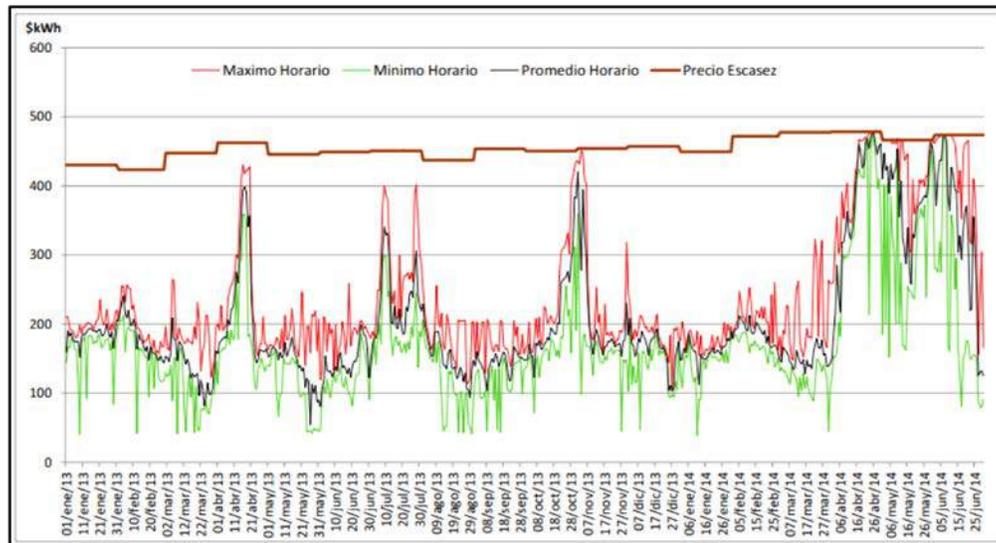


Fuente: Informe Consolidado del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

Precios y volatilidad en el Mercado de Energía Mayorista

En la Gráfica 7 el comportamiento del precio de bolsa de la energía evidencia la alta volatilidad de los mismos explicada principalmente por la incertidumbre en las variables de las que depende su formación; es decir, el precio de la energía depende de variables que siguen procesos estocásticos como la disponibilidad de recursos de generación, el costo de los combustibles y variables externas como el clima.

Gráfica 7. Precio promedio diario de bolsa y precios máximos y mínimos por día.

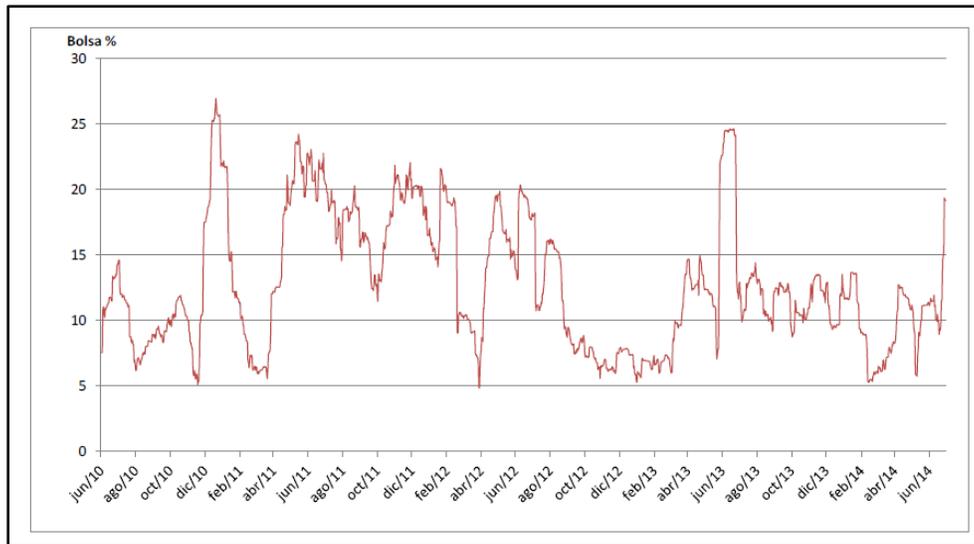


Fuente: Informe Consolidado del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

Así mismo, la alta incertidumbre o volatilidad del mercado es evidenciada por los amplios rangos de los precios ofrecidos por los diferentes generadores que hacen parte del mercado, presentando períodos de tiempo en los que los precios mínimos y máximos ofrecidos distan mucho entre sí; lo cual muestra que este mercado, dados los altos niveles de volatilidad y los diferentes factores y costos a los que se expone cada agente, se encuentra expuesto a gran incertidumbre sobre el flujo de ingresos resultantes de la actividad de generación que se traduce en un mayor riesgo para los inversionista de estos proyectos.

En la Gráfica 8 se muestran los niveles históricos de volatilidad de este mercado, presentando en promedio una volatilidad del 12,26% para Junio de 2014 [8]. Sin embargo, es posible identificar períodos de volatilidad superiores al 20%. Esta estimación se calculó como la desviación estándar de los cambios porcentuales $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ del precio de bolsa diario con horizonte temporal de 30 días. No se anualiza multiplicado por otro factor [8].

Gráfica 8. Volatilidad del precio diario en Bolsa.



Fuente: Informe Consolidación del Mercado. Junio 2014 – XM [8].

4. Marco teórico

En el mismo sentido de las necesidades del mercado planteadas en este trabajo para Roques *et al.* [10], fue necesario estudiar la composición de combustibles para un portafolio de generación óptima para los grandes generadores de energía en un mercado abierto, teniendo en cuenta el alto impacto del comportamiento de los combustibles y el costo por generación de dióxido de carbono sobre el precio de la energía. De este modo, encontraron que en la mayoría de los mercados europeos las plantas de energía basadas en gas lograban disminuir considerablemente los riesgos dada la alta correlación entre el precio del gas y la electricidad. Sin embargo, en escenarios con contratos de compra a largo plazo o bajo estructuras más eficientes de los costos de capital, se podría reequilibrar la composición natural del gas, por carteras más diversificadas hacia otras fuentes como el carbón o plantas nucleares.

Por su parte, Mjelde y Bessler [11] realizan una aplicación para analizar los precios de la electricidad y los principales combustibles para su generación como el gas natural, el uranio, el carbón y el petróleo para el mercado de Estados Unidos. Usando modelos multivariados para las series de tiempo a los precios semanales de estas variables, concluyen que para las condiciones de mercado analizadas, los picos en el precio de la energía se reflejan en los precios del gas, y este a su vez en el precio del petróleo. Para los demás combustibles, se encuentra un efecto en el largo plazo según los modelos de regresión para estos precios.

Según los autores, en general, los precios del gas y el petróleo están más expuestos a la volatilidad del precio de la electricidad generada por la demanda de energía. Por su parte, el carbón presenta un comportamiento más independiente posiblemente explicado por los costos de transporte y los contratos a largo plazo presentes en el mercado. Adicionalmente, teniendo en cuenta la aplicación de modelos multivariados, consideran que los precios del gas, el carbón y el

petróleo son formadores permanentes del precio de la energía, y los cambios al precio de la energía exógenos a estas variables y el comportamiento del precio del uranio corresponden a la respuesta de los mercados para restablecer el equilibrio.

Conjuntamente a lo observado por Mjelde y Bessler [11], autores como Matisoff, *et al.* [12] confirman la alta correlación de los precios de la energía con el comportamiento de los precios del gas, el comportamiento inelástico del consumo de carbón con relación a su precio y los aumentos del consumo de petróleo y gas como sustitutos naturales ante altos precios del carbón. En este sentido, logran concluir que la mezcla en los combustibles usados para la generación de energía, dependerá de la capacidad de las plantas para aprovechar la elasticidad entre los precios del gas y el petróleo con relación al precio del carbón como sustituto para temporadas de altos precios en la energía. Así mismo, dichos modelos de generación dependerán del diseño de las generadoras y los factores de regulación de cada mercado que permita a los inversionistas plantear modelos de generación mixta para la optimización de costos en el escenario de alta volatilidad de precios.

Siguiendo parámetros similares en el planteamiento de los problemas y la identificación de las necesidades del mercado actual, Guerrero-Lemus *et al.* [13] realizaron la evaluación por medio de la teoría de varianza media de las mezclas de combustibles usadas para el sector de transporte terrestre en busca de una composición eficiente que permita: la reducción en la emisión de gases y la diversificación de riesgos ante la volatilidad del precio de los combustibles fósiles, principalmente del petróleo. Esta evaluación evidencia la ineficiencia en ambos aspectos para las combinaciones de combustibles actuales; las cuales se encuentran concentradas en más de un 90% en combustibles fósiles. La evaluación de esta problemática bajo las recomendaciones de la Agencia Internacional de Energía (EIA) y la Comisión Europea, y según los datos arrojados por el modelo indica que la inclusión de por lo menos el 30% de la mezcla con biocombustibles y energía como combustibles en el sector de transporte, es la posible solución para una disminución en la emisión de gases en aproximadamente 58% y menor exposición a la volatilidad de los costos en el corto y largo plazo.

Particularmente para el mercado eléctrico colombiano, diferentes autores han estudiado diversas aplicaciones a las fuentes de generación energética, principalmente en lo que se refiere a posibles fuentes sustitutas o complementarias a las plantas de generación hidroeléctricas para la planeación de la generación de energía en Colombia de forma renovable en el largo plazo. En este sentido, Caspary [14] realiza una comparación de los costos de generación para diferentes fuentes renovables de energía con relación a las fuentes de generación tradicional, concluyendo que para algunas de las nuevas fuentes renovables aún no son competitivas bajo ningún escenario de costos futuros, y adicionalmente dependerá de la oportuna intervención del gobierno para facilitar la implementación de estas nuevas fuentes de generación como la biomasa o la geotérmica.

Así mismo, Ruiz y Rodríguez-Padilla [15] coinciden en afirmar que, sin una adecuada intervención en la regulación vigente que permita generar los mecanismos y las condiciones necesarias para estas nuevas fuentes, no será posible la implementación de éstas como una opción en el caso colombiano. Adicionalmente, sugieren que uno de los cambios a tener en cuenta

con relación a la comparación de los costos con las formas de generación tradicional, será necesario incluir los costos por el impacto al medio ambiente y demás factores sociales.

En conjunto, los autores mencionados anteriormente contextualizan y resaltan la relevancia de este trabajo en la medida que se pretende realizar una aplicación en los combustibles de generación presentes en el mercado energético colombiano, procurando portafolios de generación más eficientes y con menor exposición a los cambios climáticos, a los cuales se encuentra actualmente expuesto la mayor parte del mercado de generación en Colombia. Así mismo, teniendo en cuenta las limitaciones expuestas para los casos del mercado colombiano con relación a la implementación de nuevas fuentes de energía renovable, y la imposibilidad de una ejecución para el corto o mediano plazo como parte de un plan de generación, esta aplicación se desarrolla para combustibles térmicos como el carbón, el gas y el petróleo (WTI) en busca de evidencias que permitan justificar desde un escenario de menor costo y menor riesgo para el sector, una mayor participación de estos combustibles en la generación de energía.

5. Modelo

Según Gökgöz y Atmaca [16] la teoría de portafolios de Markowitz está basada en un proceso de optimización de la varianza para la construcción de portafolios eficientes; es decir, aquel portafolio que cumple con el menor riesgo posible para un nivel de rentabilidad esperado, o con la mayor rentabilidad posible teniendo en cuenta un nivel de volatilidad establecido. Para la construcción de dichos portafolios eficientes, la teoría de Markowitz asume que los activos se encuentran expuestos a un mercado que cumple con los siguientes supuestos:

- Todos los inversionistas tienen aversión al riesgo y por lo tanto siempre prefieren la opción de menor riesgo para un mismo nivel de retorno esperado.
- Todos los agentes poseen la información sobre las expectativas de los retornos, varianzas y covarianzas de todos los activos.
- Los agentes solo requieren conocer la información sobre las expectativas de los retornos, varianzas y covarianzas de los activos para determinar portafolios óptimos.
- En el mercado no existen limitaciones por los costos de transacción o impuestos.

Bajo el cumplimiento de estos supuestos, el modelo requiere como *inputs* los retornos esperados y la varianza de cada uno de los activos, y la covarianza que existe entre dichos activos. La aplicación del modelo de optimización de los retornos esperados y la varianza genera una frontera eficiente en la que se pueden ubicar las combinaciones de riesgo-rentabilidad que cumplen con la condición de ser portafolios eficientes.

La estimación de los retornos esperados para un portafolio con N activos puede ser expresada como:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N X_i r_i \quad (1)$$

donde N indica el número de activos que forman parte del portafolio, X_i representa la participación de cada activo i en el portafolio y r_i denota el retorno esperado para el activo i . La varianza para un portafolio puede ser expresada así:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

donde, σ_{ij} es la covarianza entre los retornos del activo i y el activo j . La covarianza entre los activos i y j indica cómo es el movimiento de los rendimientos de uno de los activos con respecto al otro.

El modelo básico de optimización implica la minimización de la varianza del portafolio bajo tres restricciones fundamentales: el retorno de la cartera es igual al retorno esperado; la suma de las participaciones de los activos que componen el portafolio debe ser igual a uno; y las participaciones deben cumplir con el principio de no negatividad. Bajo estas condiciones la ecuación básica puede expresarse como:

$$\text{Min} (\sigma_P^2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i r_i = r_e \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (5)$$

$$X_i \geq 0, \quad \forall X_i [i = 1, 2, \dots, N] \quad (6)$$

Al solucionar este modelo de optimización se podrán encontrar los portafolios eficientes y la frontera eficiente para N activos de riesgo en el portafolio. Sin embargo, la estimación a través de este modelo ha incentivado propuestas para modelar la volatilidad de los activos, considerando las particularidades de las series financieras. Entre las alternativas ofrecidas se destacan el modelo de promedios móviles con ponderación exponencial (EWMA) y los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresivos generalizados (GARCH).

Una forma de capturar las características dinámicas de la volatilidad es a través del modelo EWMA, donde las observaciones más recientes son ponderadas con una mayor participación en la estimación de la volatilidad. Este enfoque tiene dos ventajas importantes sobre el modelo tradicional:

- La volatilidad reacciona más rápido a las crisis en el mercado, dado que datos recientes tienen más peso que los demás datos.
- En momentos de alta volatilidad; esta disminuye exponencialmente a medida que el peso de la observación de dicho momento se aleja. En contraste, para modelos de media móvil simple, se pueden presentar cambios abruptos en la desviación estándar una vez que los momentos de volatilidad salen de la muestra de medición, que, en la mayoría de los casos, puede ser de varios meses después de que ocurra.

El modelo general usado para el cálculo de la volatilidad según el modelo EWMA es el siguiente:

$$\sigma = \sqrt{(1 - \alpha) \sum_{j=1}^T \alpha^{j-1} (r_j - \bar{r})^2} \quad (7)$$

Este modelo depende de α ($0 < \alpha < 1$), que se refiere al factor de decaimiento. Este parámetro determina los pesos relativos que se aplican a las observaciones y la cantidad efectiva de datos utilizados en la estimación de la volatilidad.

Siguiendo el mismo planteamiento para la estimación de las volatilidades de los activos, es posible usar el modelo EWMA para la estimación de la correlación de los activos de la siguiente manera:

$$\sigma_{1,2}^2 = (1 - \alpha) \sum_{j=1}^T \alpha^{j-1} (r_{1j} - \bar{r}_1)(r_{2j} - \bar{r}_2) \quad (8)$$

La estimación de la varianza condicional por el método del EWMA es un caso especial de un modelo de los modelos GARCH. Las revisiones realizadas por otros autores han demostrado que para niveles de confianza altos el EWMA pierde ajuste, por lo que es común encontrar estimaciones de la volatilidad mediante modelos GARCH. Estos modelos pretenden capturar en la estimación de la volatilidad el exceso de curtosis y el agrupamiento de la volatilidad, proporcionando una herramienta adecuada para estimar las varianzas y covarianzas de los retornos de los activos financieros particularmente. Dichos modelos, aunque basados en la historia, permiten realizar estimaciones del comportamiento futuro de las volatilidades en el corto plazo.

Los modelos GARCH (p,q) son modelos que tienen en cuenta para su predicción, no solo el comportamiento de los rendimientos del activo financiero p periodos atrás, sino también el valor de la volatilidad q periodos anteriores. La persistencia de la volatilidad dependerá de la sumatoria del valor de los coeficientes de cada variable del modelo. Mientras más cercano a uno la volatilidad será más persistente.

La forma general del modelo es la siguiente:

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^p \delta_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \theta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (9)$$

donde $\delta_0 > 0$ $\delta_i, \theta_j \geq 0$ $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\delta_i + \theta_j) < 1$ $e_t = \sigma_t \alpha_t$

Por otro parte, los pronósticos del modelo GARCH (1,1) tienen el siguiente comportamiento para $L \geq 2$

$$\sigma_{T+L}^2 = V_{LP} + (\delta_1 + \theta_1)^{L-1} (\sigma_{T+1}^2 - V_{LP}) \quad (10)$$

donde

$$\sigma_{T+1}^2 = \delta_0 + \delta_1 e_T^2 + \theta_1 \sigma_T^2 \quad V_{LP} = \frac{\delta_0}{1 - \delta_1 - \theta_1} \quad (11)$$

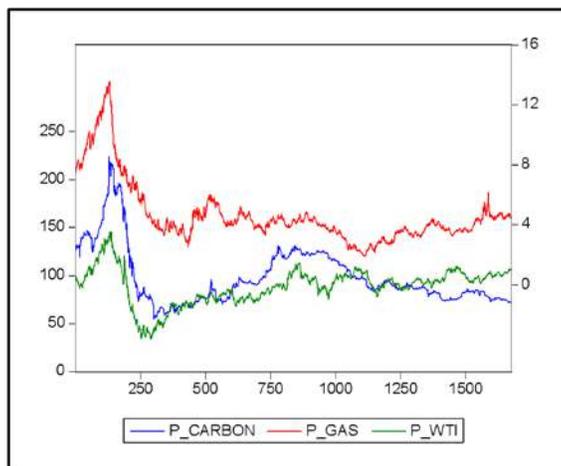
Adicionalmente, vale rescatar que la media incondicional del proceso es cero y la varianza incondicional es igual a la varianza de largo plazo (V_{LP}).

6. Resultados

Para la construcción de carteras eficientes de combustibles de generación de energía, usando diferentes metodologías para la estimación del riesgo y la covarianza de los combustibles, en el presente trabajo se tomó la serie histórica de los precios en bolsa del carbón, el gas y el petróleo (WTI), para el periodo entre enero de 2008 y junio de 2014.

Inicialmente, al revisar la Gráfica 9 de los precios de las series, se puede inferir que los datos no presentan la condición de estacionalidad para la modelación de las series de tiempo.

Gráfica 9. Precio de carbón, gas y petróleo.



Fuente: Elaboración propia.

Conjuntamente, para validar esta condición observada desde el comportamiento histórico de los precios, se realizaron pruebas de raíz unitaria a cada una de las series de los precios usando diferentes test y número de rezagos para validar la estacionalidad en la media y varianza. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1.

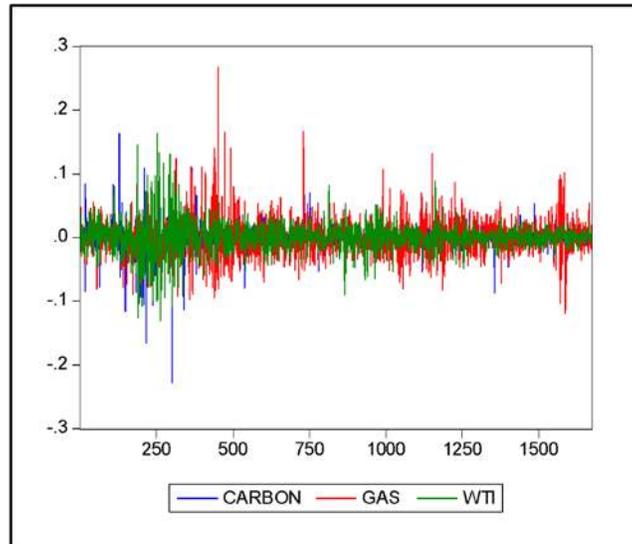
Tabla 1. Pruebas de raíz unitaria precio y retornos del carbón, gas y petróleo WTI.

	Carbón			GAS			WTI		
	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
PRECIOS									
1	-1,4472	-1,4298	15,0032	-1,6763	-1,6973	35,2121	-1,8841	-1,9270	0,0006
2	-1,3394	-1,4001	10,0134	-1,7947	-1,6974	23,5007	-1,7946	-1,8760	0,0009
3	-1,2248	-1,3521	7,5176	-1,7793	-1,7009	17,6439	-1,8141	-1,8596	0,0013
4	-1,3664	-1,3515	6,0196	-1,8240	-1,7055	14,1296	-1,9233	-1,8766	0,0014
5	-1,5006	-1,3731	5,0208	-1,7750	-1,6976	11,7867	-1,7683	-1,8608	0,0019
RETORNOS									
1	-2,9641	-39,0363	0,1307	-28,8480	-45,4378	0,1228	-31,5000	-42,2981	0,0820
2	-25,3069	-39,0075	0,1337	-24,1965	-45,3655	0,1218	-23,7097	-42,3440	0,0871
3	-20,7428	-38,9916	0,1388	-24,1965	-45,3618	0,1240	-19,7646	-42,3390	0,0872
4	-17,1387	-38,9911	0,1400	-19,7342	-45,3494	0,1239	-19,2234	-42,3202	0,0859
5	-16,4987	-38,9925	0,1369	-17,6870	-45,3910	0,1278	-17,5404	-42,3403	0,0877

Fuente: Elaboración propia.

En el mismo sentido a lo observado inicialmente en la representación gráfica de los precios, los resultados de las pruebas para las series de precios evidencia, teniendo en cuenta el valor-p, que las series no son estacionarias y, por lo tanto, para corregir esta condición se realiza la transformación de la serie para la primera diferencia logarítmica, las cuales se interpretarán como los retornos de los activos. Adicionalmente, se aplican las pruebas a las series de los retornos, en las cuales se puede inferir, según el valor-p, que las series no presentan raíces unitarias. Por lo tanto, dicha transformación de las series se corrige la no estacionalidad de los datos (véase Gráfica 10).

Gráfica 10. Retornos históricos sobre el precio de carbón, gas y petróleo.



Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis descriptivo a los retornos diarios de cada una de las series, se evidencia que los combustibles fósiles han presentado históricamente rendimientos muy bajos para el caso del petróleo, e incluso negativos para el gas y el carbón. Sin embargo, las series presentan desviaciones muy altas, lo cual implica que los inversionistas se encuentran expuestos a la alta volatilidad de los precios, agregando mayor incertidumbre a los proyectos de inversión sin poder establecer un escenario claro sobre el valor esperado de los combustibles (véase Tabla 2)

Tabla 2. Medidas de tendencia central.

	CARBÓN	GAS	WTI
Media	-0,00033923	-0,0002877	6,2061E-05
Desviación estándar	0,01734158	0,0310871	0,02434632
Varianza de la muestra	0,00030073	0,00096641	0,00059274
Curtosis	36,5245015	5,56318688	6,43493491
Coefficiente de asimetría	-1,98541176	0,85714095	0,14574757

Fuente: Elaboración propia.

En general, con las medidas de tendencia central se identifica que las distribuciones de los retornos de los combustibles analizados cumplen con las características comunes de las series financieras, presentando presentando distribuciones leptocurticas y asimétricas.

En particular, el carbón presenta el menor valor de la media afectado principalmente por la clara tendencia a la baja que presentó este combustible al inicio del periodo. Adicionalmente se debe tener en cuenta que dicho combustible, además de tener la menor media, representa el menor riesgo individual, el cual puede ser explicado por sus condiciones de extracción y la cadena de comercialización, teniendo en cuenta que el comportamiento de su oferta y demanda es mucho más estable con relación a las noticias o cambios momentáneos del mercado.

Por su parte, la media de los retornos históricos del gas es negativa para el periodo analizado y presenta una mayor volatilidad. Esta puede ser una condición que puede llegar a excluir este activo de los portafolios eficientes, sin embargo se deben tener en cuenta los posibles efectos por diversificación en el portafolio de combustibles de generación.

Conjuntamente a las medidas de tendencia central, la matriz de correlación entre las series de los retornos, calculada con base a las volatilidades determinísticas, indica que no existe una relación en sentido fuerte entre los combustibles analizados (véase Tabla 3). Sin embargo, el comportamiento del petróleo (WTI) presenta la mayor correlación con el gas y el carbón, lo cual podría sugerir que el gas y el carbón podrían ser combustibles complementarios en una cartera de generación de energía, de tal forma que se logre generar una disminución en el riesgo por exposición a los precios del petróleo.

Tabla 3. Correlación de Pearson entre los retornos de Carbón, Gas y Petróleo WTI.

	CARBÓN	GAS	WTI
CARBÓN	1	0,070004885	0,215653742
GAS	0,070004885	1	0,20520389
WTI	0,215653742	0,20520389	1

Fuente: Elaboración propia.

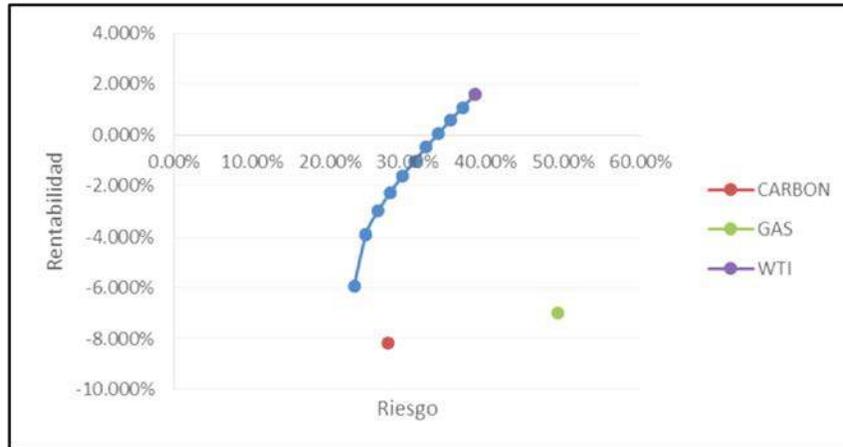
6.1. Estimación de portafolios eficientes considerando volatilidades determinísticas

Posteriormente, y teniendo en cuenta las medidas de tendencia central y la matriz de correlación determinística para las tres series, se construyó la frontera eficiente para una cartera de combustibles de generación térmica que considera como posibles activos el gas, el carbón y el petróleo (véase Gráfica 11). Todas las posibles combinaciones para la composición de la cartera mencionada pueden ser representadas en la gráfica; sin embargo, siguiendo la teoría de Markowitz el problema de selección puede reducirse a los portafolios que se encuentran en la frontera eficiente, dado que dichos portafolios ofrecen el mayor retorno esperado para un nivel de riesgo dado, o el menor riesgo posible para un nivel de rentabilidad o costos establecido.

Para la aplicación del presente trabajo, el petróleo representa un combustible con el mayor retorno esperado y un riesgo medio con relación a los demás activos. Por su parte, el carbón se muestra como el combustible con menor retorno y riesgo estimado según los datos

históricos, y por último el gas se constituye como la fuente de generación de energía más volátil y con una disminución anual esperada del 7%.

Gráfica 11. Combinación de portafolios eficientes considerando volatilidades determinísticas.



Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, como consecuencia del efecto de diversificación por la correlación entre los tres combustibles de generación, es posible encontrar una combinación óptima que permita asumir menores niveles de riesgo al menor costo esperado posible. En este sentido, si tomamos un portafolio conformado 100% por petróleo y se disminuye gradualmente esta concentración implementando alguno de los demás combustibles, se obtienen carteras de generación con un menor riesgo asumido por el inversionista a cambio de una menor rentabilidad.

En la aplicación actual, se encuentra el portafolio que representa el menor riesgo y a su vez el menor costo esperado para una planta de generación que tenga la capacidad de generación con estos combustibles. Dicho portafolio está conformado por un 62% de carbón, un 16% de gas y un 22% de petróleo, lo cual presenta una desviación esperada del 23,12% y una disminución en el costo de los combustibles del 5,922% anualmente (véase Gráfica 11).

6.2. Estimación de varianzas por medio del modelo EWMA

Al realizar la estimación de la volatilidad usando el modelo EWMA, se mantienen las condiciones iniciales con relación al riesgo relativo entre los combustibles, es decir, el carbón continúa presentando el menor riesgo y el gas la mayor volatilidad en el periodo. Sin embargo, se presenta una disminución importante con relación a las volatilidades determinísticas calculadas previamente.

Esta condición obedece principalmente a que los momentos de volatilidad más representativos de las series se presentan al inicio del periodo de estudio y, por lo tanto, según la metodología del modelo EWMA, dichos momentos de volatilidad pierden peso exponencialmente sobre el valor de la volatilidad estimada.

Tabla 4. Retorno y volatilidad anual estimada a través de EWMA.

	RETORNO ANUAL	RIESGO ANUAL
CARBÓN	-8,193%	5,76%
GAS	-6,993%	27,63%
WTI	1,576%	11,65%

Fuente: Elaboración propia.

Conjuntamente, en la matriz de correlaciones calculadas se presentan cambios significativos con relación a la estimación determinística basada en los datos históricos. Bajo la metodología del modelo EWMA se encuentra que la correlación entre los activos es menor, a excepción de la relación entre los retornos del gas y el carbón, los cuales presentan una correlación negativa, lo cual podría sugerir estos combustibles como sustitutos ante alzas en los precios de alguno de los dos combustibles (véase Tabla 5).

Tabla 5. Correlación de con EWMA entre los retornos de Carbón, Gas y Petróleo WTI.

	CARBÓN	GAS	WTI
CARBÓN	1	-0,159931	0,123470511
GAS	-0,159930892	1	0,194196701
WTI	0,123470511	0,194197	1

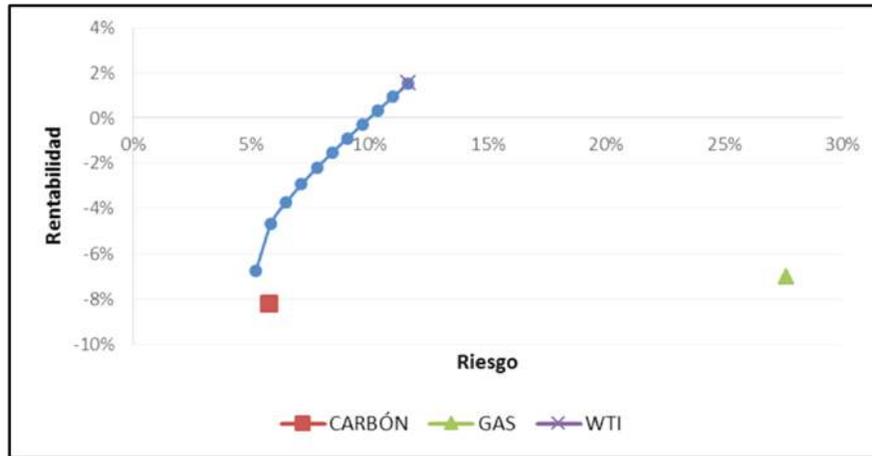
Fuente: Elaboración propia.

En el mismo sentido de la frontera estimada para las volatilidades determinísticas, se realiza nuevamente el ejercicio para la aplicación de que trata el presente trabajo con base en la estimación de las volatilidades a través del EWMA. Para este caso, si bien los parámetros del retorno esperado para cada combustible no varían con relación a la metodología anterior, la desviación y correlación estimada para cada uno de ellos cambia significativamente como se indicó anteriormente.

De acuerdo a lo anterior, para el escenario de volatilidades estimadas con EWMA, la condición relativa de cada activo con relación a los demás teniendo en cuenta la combinación de riesgo-rentabilidad no se modifica; sin embargo, entrega al inversionista menores riesgos individuales para el mismo nivel de riesgo. Conjuntamente, en la construcción de las carteras de generación con el criterio de mínimo riesgo, se identifica nuevamente que a medida que se incorporan nuevos activos a un portafolio compuesto en un 100% por petróleo, se obtiene un menor riesgo producto de la diversificación y a su vez una disminución en el costo promedio esperado.

Por su parte, con relación al portafolio óptimo de mínimo riesgo estimado para esta metodología, se encuentra una mayor participación del carbón con relación a la cartera anterior, la cual puede ser explicada principalmente por presentar la mayor disminución relativa en el riesgo individual entre ambas metodologías, y adicionalmente por el aumento de los coeficientes de correlación con los demás activos. Esta cartera óptima de mínimo riesgo se encuentra conformada por un 82% de carbón, un 5% de gas y un 13% de petróleo, los cuales proporcionan una cartera con una desviación anual del 5,198% y una disminución anual en los costos del 6,75% (véase Gráfica 12)

Gráfica 12. Combinación de portafolios eficientes estimando las volatilidades a través del EWMA.



Fuente: Elaboración propia

6.3. Estimación por modelos GARCH

Con relación a la evaluación de modelos GARCH para la estimación de los retornos y la volatilidad condicional de los combustibles, se realiza teniendo en cuenta las pruebas de raíz unitaria descritas anteriormente, las cuales evidencian la presencia de procesos autorregresivos y heterocedásticos en el comportamiento histórico de las series. La siguiente es la representación y los parámetros de los modelos estimados, a un nivel de confianza del 90% y según la metodología para la representación de los retornos esperados con modelos ARIMA y modelos GARCH para la varianza en la Tabla 6.

Tabla 6. Modelo de media y varianza para los retornos de Carbón, Gas y Petróleo WTI.

CARBÓN						
$C_t = \alpha + \beta * C_{t-1}$						
$\sigma_t^2 = \theta + \gamma_0 * \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 * \sigma_{t-1}^2$						
	α	β	θ	γ_0	γ_1	
Coeficiente	-0,000529	0,111225	1,10E-06	0,028248	0,968361	
p - valor	0,0805	0	0	0	0	
GAS						
$G_t = \alpha + \beta * G_{t-1}$						
$\sigma_t^2 = \theta + \gamma_0 * \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 * \sigma_{t-1}^2$						
	α	β	θ	γ_0	γ_1	
Coeficiente	0,000108	-0,069379	1,39E-05	0,062715	0,923312	
p - valor	0,8532	0,0138	0,0002	0	0	
PETRÓLEO						
$P_t = \alpha + \beta * P_{t-5}$						
$\sigma_t^2 = \theta + \gamma_0 * \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 * \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 * \sigma_{t-2}^2$						
	α	β	θ	γ_0	γ_1	γ_2
Coeficiente	0,000511	-0,048846	2,58E-06	0,087087	5,15E-01	0,394796
p - valor	0,1657	0,0663	0,0376	0	0,015	0,0516

Fuente: Elaboración propia.

donde:

$C_t =$ retorno del carbón para el periodo t ;

$G_t =$ retorno del gas para el periodo t ;

$P_t =$ retorno del petróleo para el periodo t ;

$\sigma_t^2 =$ varianza del activo para el periodo t ;

$\varepsilon_t =$ residual de la estimación para el periodo t .

Según los resultados, los parámetros y el valor-p para cada uno de éstos, se puede inferir que para los combustibles fósiles analizados en el presente trabajo, se presentan procesos autorregresivos; es decir, que el comportamiento del precio futuro tiene relación significativa con el precio de n periodos anteriores (véase Tabla 6). Particularmente, para el carbón y el gas, dicho rezago corresponde al período inmediatamente anterior y para el petróleo es de 5 periodos atrás. Esta condición, que se refleja en las ecuaciones estimadas, se puede ver representada en el comportamiento de los mercados, principalmente en la marcación de tendencias al alza o a la baja que solo serán interrumpidas hasta que los agentes del mercado incorporen información adicional a la oferta y la demanda de los mismos, y por lo tanto a la tendencia o comportamiento de los precios.

En particular para el carbón se encuentra que el parámetro β es positivo, lo que indica que según los datos históricos el carbón presenta comportamientos al alza con relación al precio inmediatamente anterior. Esta relación puede verse influenciada por las características del mercado del carbón con relación a su oferta y su demanda, las cuales presentan mayor estabilidad si se realiza una comparación con el gas y el petróleo; esto posiblemente explicado por la modalidad de los contratos de compra y la planeación de la producción, las cuales en pocas ocasiones se ven modificadas directamente por cambios repentinos en el mercado. En contraste, para el gas y el petróleo es posible gestionar, modificar o reaccionar con mayor agilidad ante cambios en el mercado lo cual produce una mayor exposición a los riesgos del mercado de materias primas.

Para las covarianzas condicionales entre las series, se realizó una estimación a través de la formulación general de los modelos MGARCH(p, q) propuestos por Bollerslev, Engle y Wooldridge [17], la cual se encuentra representada de la siguiente manera:

$$vech(\Omega_t) = \Omega + \sum_{j=1}^q A_j vech(\varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j}) + \sum_{i=1}^p B_i vech(\Omega_{t-i}) \quad (12)$$

Para el modelo, $VECH(\Omega)$ representa el operador que hace posible la descomposición de la matriz Ω_t de la covarianza condicional. En este sentido, los resultados obtenidos para la aplicación a la cartera de combustibles fósiles para la generación de energía se presentan en la Tabla 7 y Tabla 8.

Tabla 7. Retorno y volatilidad anual estimada a través de GARCH.

	RETORNO ANUAL	RIESGO ANUAL
CARBÓN	-7,24%	12,53%
GAS	-7,72%	33,30%
WTI	7,83%	15,87%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. Correlación estimada con Vech entre los retornos de carbón, gas y petróleo WTI.

	CARBÓN	GAS	WTI
CARBÓN	1	0,002391	0,207071
GAS	0,002391	1	0,12244
WTI	0,207071	0,12244	1

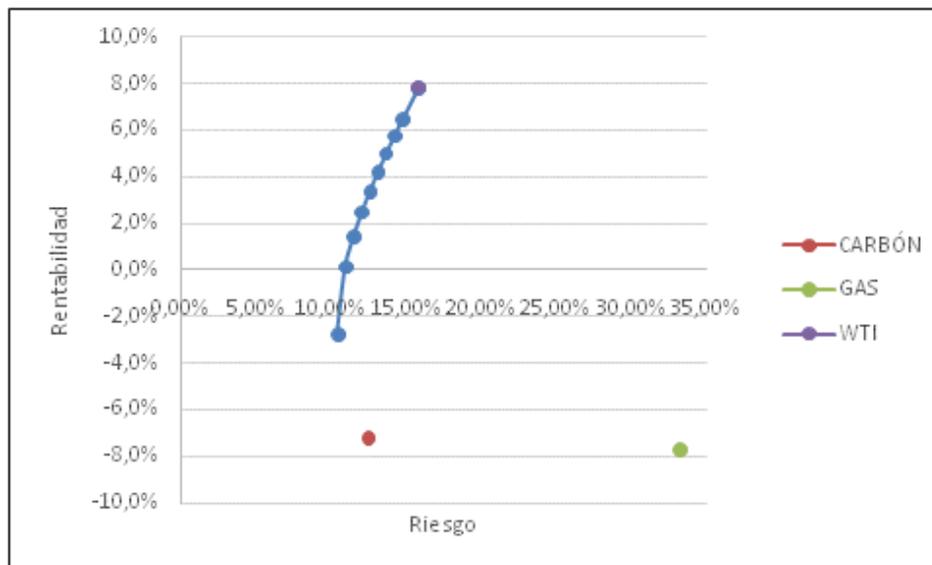
Fuente: Elaboración propia.

Con relación a los resultados obtenidos por esta metodología, es posible identificar que en general las condiciones relativas entre los tres combustibles, con relación a las condiciones de riesgo y rentabilidad, se mantienen entre los tres modelos, donde el carbón continuó presentando el menor riesgo estimado y el gas presenta el mayor riesgo individual. Así mismo, la estimación de los parámetros, tanto de riesgo y rentabilidad como de las correlaciones condicionales por modelos GARCH, representa un punto intermedio entre las metodologías revisadas anteriormente.

La frontera eficiente calculada con base en los parámetros estimados por el modelo GARCH, presenta una mayor pendiente en los puntos, lo cual puede representar que para el modelo se encuentran mayores beneficios esperados por cada unidad de riesgo adicional asumida, sin embargo, esto puede traducirse a una mayor incertidumbre, con relación a las demás metodologías, pues el aumento esperado en los costos puede variar significativamente para una variación en el riesgo asumido. Esta condición o particularidad encontrada puede ser objeto de revisión para futuras investigaciones.

Para esta metodología el portafolio óptimo, es decir el portafolio de mínima varianza se encuentra conformado por un 60,97% de carbón, 7,92% para el gas y un 31,11% de petróleo. Esta composición de la cartera permite esperar una disminución anual de los costos del 2,8% con una desviación, o riesgo, estimada del 10,42% al año (véase Gráfica 13).

Gráfica 13. Combinación de portafolios eficientes estimando las volatilidades a través GARCH.



Fuente: Elaboración propia.

6.4. Estimación del VaR paramétrico para las carteras de mínima varianza.

Con la intención de estandarizar los resultados de la aplicación a un criterio común con relación al riesgo, el cual permita realizar posibles inferencias sobre los resultados individuales y de esta manera concluir la bondad o ventajas entre un modelo y otro, se realiza la estimación del valor en riesgo (VaR) paramétrico para cada uno de los portafolios de mínima varianza estimados para cada una de las metodologías.

Dicha estimación se realiza a un nivel de confianza del 99% para un período de un año. (véase Tabla 9). En particular, teniendo en cuenta los resultados obtenidos, vale la pena resaltar que para el VaR estimado para la cartera que considera las volatilidades a través del EWMA, es considerablemente menor que la desviación estimada para la cartera con volatilidades determinísticas, lo cual puede implicar la sobre-estimación o sub-estimación del riesgo para alguno de los modelos. En el mismo sentido, el resultado de la estimación del VaR para la cartera a través de los modelos GARCH representa un punto intermedio ante las expectativas del riesgo al que se encuentran expuestos tanto productores de combustibles fósiles, como los generadores de energía.

Tabla 9. Contraste del valor en riesgo (VaR) para los portafolios estimados con Pearson, EWMA y GARCH.

METODOLOGÍA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	FACTOR DE CONFIANZA (Z)	VAR
Volatilidades determinísticas	23,12%	2,3263	53,79%
Volatilidades a través de EWMA	5,20%	2,3263	12,09%
Volatilidades con modelos GARCH	10,42%	2,3263	24,24%

Fuente: Elaboración propia.

7. Conclusión

El presente artículo presenta una revisión general a las condiciones en las que se desarrolla el mercado de energía en Colombia, particularmente en lo que se refiere a la actividad de generación y el uso de combustibles fósiles en las carteras de generación como alternativas para ofrecer mayor estabilidad en los costos y la disminución en la volatilidad de los mismos.

En este sentido, por las necesidades propias del mercado colombiano y por los estudios realizados en los demás mercados de energía, se ha podido identificar los esfuerzos coordinados entre el estado y la industria energética, para establecer las condiciones en el mercado y en la regulación, de tal forma que se pueda garantizar la continuidad y la calidad de la energía eléctrica, ante un escenario de altas volatilidades en los insumos y el precio mismo de la energía.

De igual forma es necesario un desarrollo más amplio de las nuevas tecnologías que permitan la implementación de fuentes renovables como posibles componentes de las carteras de generación en el largo plazo, sin que este hecho implique un aumento importante de los costos, ni una desventaja competitiva con relación a las fuentes de generación tradicional. Para lograr este objetivo, es importante la previa implementación de la estimación de los impactos ambientales y sociales en la valoración de los costos por fuente de generación.

Sin embargo, y teniendo conciencia de las necesidades planteadas, actualmente el mercado colombiano no cuenta con las condiciones necesarias en regulación, tecnología y disponibilidad de recursos, para la implementación de estas nuevas fuentes renovables. Por lo tanto, se hace necesaria la consideración de estrategias basadas en la conformación de carteras eficientes con las fuentes de generación tradicionales como los combustibles fósiles, los cuales permiten establecer alternativas a la alta concentración en la generación de energía con recursos hídricos a la que se encuentra expuesto el país.

De esta forma, se hace necesario plantear escenarios de generación basada en combustibles fósiles que permitan analizar la exposición y los efectos, no solo para el cumplimiento de los objetivos de continuidad y calidad en la energía, sino también con relación a la disminución de incertidumbre a los inversionistas, generando así mayor confianza, la cual posteriormente pueda ser canalizada para el aumento de la inversión.

Por su parte, teniendo en cuenta la aplicación y la revisión de los resultados, se evidencia la alta volatilidad en los costos de generación a la que se encuentran expuestos los inversionistas. Sin embargo, particularmente para el caso colombiano es posible mitigar estos riesgos a través de la implementación gradual y controlada de plantas de generación mixta que incluyan en sus combustibles de generación el carbón. La anterior afirmación, se realiza teniendo en cuenta los demás estudios que se han realizado al respecto, el aprovechamiento de la disponibilidad del recurso, y los resultados obtenidos del análisis de los retornos, en los cuales se evidencia que es el combustible fósil menos volátil y que de manera consistente conforma parte de las carteras eficientes calculadas para los diferentes modelos de volatilidad.

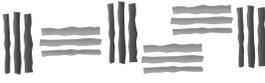
Adicionalmente, con relación al contraste de los modelos de volatilidad usados para la estimación de las mismas en la aplicación a los combustibles fósiles, se encuentran ventajas en los modelos EWMA y GARCH con relación a la metodología tradicional de estimación de las volatilidades determinísticas. Lo anterior, toda vez que estos modelos presentan mejores ajustes a las condiciones del mercado y no se afectan significativamente por sucesos o momentos de volatilidad que hayan ocurrido en el pasado.

Finalmente, se encuentra que al realizar el contraste de los modelos de volatilidad en la aplicación a la cartera de generación basada en combustibles térmicos, los resultados obtenidos indican que las estimaciones por volatilidades determinísticas presentan valores muy superiores en cuanto al riesgo estimado, lo cual puede representar un menor ajuste comparado con las otras dos metodologías, que finalmente puede llegar a disminuir el incentivo de los inversionistas para aumentar un mayor nivel de inversión en el sector de generación eléctrica. En contraste, se encuentra que las estimaciones obtenidas por el modelo GARCH, o el modelo EWMA como caso particular de este modelo, presentan un mejor ajuste, con relación a lo observado empíricamente, al estimar escenarios de volatilidad en proyectos de inversión en sector energético.

Referencias

- [1] Unidad de Planeación Minero Energética - UPME (2013). "Plan de Expansión de Referencia Generación-Transmisión 2014—2028". Bogotá: Ministerio de Minas y Energía. Disponible en http://www.upme.gov.co/Docs/Plan_Expansion/2014/Plan%20GT%202014%20-%202028_Vpreliminar.pdf.

- [2] J.P.Morgan/Reuters (1996). "RiskMetrics™—Technical Document", 4th edition. Disponible en http://www.phy.pmf.unizg.hr/~bp/TD4ePt_5.pdf.
- [3] C. Grajales y F. Pérez (2008). "Modelos discretos y continuos para estimar la densidad de probabilidad de la volatilidad estocástica de los rendimientos de series financieras". *Cuadernos de Administración*, vol. 21, pp. 113 - 132.
- [4] A. Escudero y S. Botero (2006). "Caracterización del mercado de energía eléctrica para usuarios no regulados en Colombia". *Ensayo de Economía*, vol. 15, p. 55 - 70.
- [5] *Ley 142 de 1994, de 11 de julio, por la cual se establece el régimen de los servicios públicos domiciliarios y se dictan otras disposiciones*. Diario Oficial 41.433 del 11 de julio de 1994.
- [6] *Ley 143 de 1994, de 11 de julio, por la cual se establece el régimen para la generación, interconexión, transmisión, distribución y comercialización de electricidad en el territorio nacional, se conceden unas autorizaciones y se dictan otras disposiciones en materia energética*. Diario Oficial 41.434 del 12 de julio de 1994.
- [7] Comisión de Regulación de Energía y Gas - CREG. (2014). *Cargo por Confiabilidad*. Disponible en http://www.creg.gov.co/cxc/secciones/que_es/que_es.htm [25 de agosto 2014].
- [8] XM (2014). "Informe de Demanda de Energía y Fronteras —SIN". Medellín: XM.
- [9] BP. (2014). "BP Energy Outlook 2035 shows global energy demand growth slowing, despite increases driven by emerging economies, Energy Outlook 2035. Disponible en <http://www.bp.com/en/global/corporate/press/press-releases/energy-outlook-2035.html> [3 de diciembre de 2014].
- [10] F. Roques, D. Newbery y W. Nuttall (2008). "Portfolio Optimization and Utilities' Investments in Liberalized Power Markets". En M. Bazilian y F. Roques (eds.). "Analytical Methods for Energy Diversity & Security". Oxford: Elsevier, pp. 219 - 246.
- [11] J.W. Mjelde y D.A. Bessler (2009). "Market integration among electricity markets and their major fuel source markets". *Energy Economics*, vol. 31, pp. 482-491.
- [12] D.C. Matisoff, D.S. Noonan y J. Cui (2014). "Electric utilities, fuel use, and responsiveness to fuel prices". *Energy Economics*, vol. 46, pp. 445 - 542.
- [13] R. Guerrero-Lemus, G.A. Marrero y L.A. Puch (2012). "Costs for conventional and renewable fuels and electricity in the worldwide transport sector: A mean-variance portfolio approach". *Energy*, vol. 44, pp. 178 - 188.
- [14] G. Caspary (2009). "Gauging the future competitiveness of renewable energy in Colombia". *Energy Economics*, vol. 31, pp. 443 - 449.
- [15] B.J. Ruiz y V. Rodríguez-Padilla (2006). "Renewable energy sources in the Colombian energy policy, analysis and perspectives". *Energy Policy*, vol. 34, pp. 3684 - 3690.
- [16] F. Gökgöz y M.E. Atmaca (2012). "Financial optimization in the Turkish electricity market: Markowitz's mean-variance approach". *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 16, pp. 357 - 368.
- [17] T. Bollerslev, R.F. Engle and J.M. Wooldridge (1988). "A capital asset pricing model with time-varying covariance". *Journal of Political Economy*, vol. 96, pp. 116 - 131.



Factores explicativos del rendimiento escolar en Latinoamérica con datos PISA 2009

DE JORGE-MORENO, JUSTO

Departamento de Economía y Dirección de Empresas

Universidad de Alcalá de Henares (España)

Correo electrónico: justo.dejorge@uah.es

RESUMEN

Este trabajo ha tenido como objetivo principal determinar el efecto país, tipo de centro (su titularidad, pública o privada) y sus recursos sobre los resultados educativos de los alumnos del sistema de enseñanza latinoamericano del programa PISA 2009. Los resultados obtenidos aplicando un análisis multinivel revelan que las diferencias de rendimiento académico a favor de los centros privados son explicadas por la titularidad del centro dando respaldo empírico a favor de la hipótesis Coleman-Hoffer. Las características del entorno familiar del alumno y de los recursos de la escuela también tienen un fuerte poder explicativo. En relación a las primeras, los alumnos nativos en familias nucleares y con mayor nivel socioeconómico y recursos en el hogar obtienen mayores rendimientos que el resto de categorías. Este hecho es especialmente significativo a la hora de sealar algunos aspectos que el sistema educativo debería tener en cuenta a la hora de garantizar la igualdad de oportunidades educativas. En relación a las segundas, el tamaño de la escuela, el clima en el aula y los recursos disponibles en los centros tienen una fuerte influencia en el rendimiento académico.

Palabras claves: Latinoamérica; nivel socio-económico; efecto compañero; titularidad; PISA2009.

Clasificación JEL: H52; I21; I28; C38.

MSC2010: 97B10; 97B20; 97B70; 62P25; 62J12.

Factors Explaining School Performance in Latin America with PISA 2009 Data

ABSTRACT

This work has as main objective to determine the effect country, type of institution (its ownership, public or private) and their resources on educational outcomes for students of Latin-American education system from PISA 2009. The results obtained by applying a multilevel analysis reveal that differences in academic performance in favor of private schools are explained by the type of school providing empirical support for the hypothesis Coleman-Hoffer. The environment features student and school resources also have strong explanatory power. Regarding the former, native students in nuclear families with higher socioeconomic status and household resources get higher yields than other categories. This is especially significant in pointing out some aspects that the education system should take into account when ensuring equal educational opportunities. Regarding the latter, the size of the school, the classroom environment and the resources available in the centers have a strong influence on academic performance.

Keywords: Latin America; socioeconomic status; peer effect; ownership; PISA 2009.

JEL classification: H52; I21; I28; C38.

MSC2010: 97B10; 97B20; 97B70; 62P25; 62J12.



1. Introducción

Importantes y rápidos cambios se están produciendo a escala global, la economía del conocimiento y la educación, considerados factores claves para obtener mayores niveles de competitividad y bienestar social. Estos cambios en el contexto latinoamericano pueden observarse en la mejora del acceso a la educación a gran escala. No obstante, algunos investigadores manifiestan que la calidad ha sido sacrificada a favor de este proceso de expansión (Bassi *et al.*, 2012).

La disponibilidad de información sobre el sector educativo a nivel internacional a través de los informes PISA (Programme for International Student Assessment) elaborado por la OECD (Organización para la cooperación y el desarrollo) o SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) de la OREALC/UNESCO entre otros, permite realizar análisis comparativos para medir el conocimiento académico y el desempeño¹. En 2007, un total de 16 países de América Latina participaron en SERCE para los alumnos en el tercer y sexto grado de primaria. La participación de países latinoamericanos en PISA ha ido aumentando, pasando a ser nueve países en la oleada de 2009. Utilizando estos datos para Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México, Panamá, Perú y Uruguay que, con la excepción de México, no pertenecen a la OCDE, este artículo tiene como objetivo principal determinar el efecto país, tipo de centro (su titularidad, pública o privada) y sus recursos sobre los resultados educativos de los alumnos del sistema de enseñanza latinoamericano. Este objetivo, es relevante para los diferentes agentes del sistema educativo. En este sentido, los decisores de política económica tienen una importante responsabilidad como consecuencia de las necesarias reformas para la mejora de la calidad de la educación o la financiación del sistema. Como señalan Calero y Escardíbul (2007), la dificultad de este tipo de análisis se encuentra en la necesidad de controlar el efecto de la titularidad de los centros teniendo en cuenta la especificidad de los mismos, considerando los recursos disponibles y la forma de gestionarlos, las propias características de los alumnos y del entorno al que pertenecen.

En PISA se evalúa el rendimiento de los alumnos en cuatro ámbitos: comprensión lectora, comprensión de textos científicos, matemáticas y resolución de problemas. En todos ellos, las pruebas dan énfasis al dominio de procesos, a la comprensión de conceptos y a la capacidad de desenvolverse en distintas situaciones. En cada una de las ediciones se trata con mayor profundidad uno de los cuatro ámbitos mencionados. En PISA-2009 el ámbito seleccionado fue el de comprensión lectora; en consecuencia, es el considerado en nuestro análisis. No obstante y al objeto de considerar el efecto escuela dentro de cada país también se consideraron los valores plausibles de matemáticas y ciencias. El análisis comparativo entre países permite enriquecer los resultados frente al análisis a nivel nacional (Godard y Smith, 2004). Autores como Kyriakides (2006) indican la necesidad de realizar mayores estudios comparativos internacionales para comprender con mayor profundidad los resultados de la educación, y las prácticas educativas llevadas a cabo entre países. Autores como

¹ Algunos países de la región han participado en las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), el Progreso en el Estudio Internacional de Competencia en Lectura (PIRLS), y Educación Cívica y Ciudadanía (ICCS), todos realizados por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA).

(Cordero *et al.*, 2011a) mencionan que, dado que los datos del rendimiento utilizando el informe PISA se realizan a través de una prueba que evalúa las competencias y destrezas aprendidas por los alumnos en lugar de contenidos curriculares, este tipo de datos facilita en gran medida la comparación de los resultados obtenidos por los países participantes.

En la Tabla 1 se proporciona una primera aproximación a los resultados de PISA-2009 y a la situación comparativa de estudiantes latinoamericanos, referido a los distintos países, así como los valores medios correspondientes a la OECD.

Tabla 1. Evolución de índices PISA de lectura, matemáticas y ciencias en países latinoamericanos durante periodo 2000-2009.

País	Lectura				Matemáticas				Ciencias			
	2000	2003	2006	2009	2000	2003	2006	2009	2000	2003	2006	2009
Argentina	418		376	398	388		381	388	396		391	401
Brasil	396	403	393	412	334	356	370	386	375	390	390	405
Chile	410		442	449	384		411	421	415		438	447
Colombia			385	413			370	381			388	402
México	422	400	410	425	387	385	406	419	422	405	410	419
Perú	327			370	292			365	333			369
Uruguay		434	413	426		422	427	427		438	428	427
OECD	500	500	500	493	500	500	500	493	500	500	500	501

Fuente: Bassi *et al.* (2012).

Los valores de la Tabla 1 muestran una tendencia creciente para las tres competencias. Sin embargo, se encuentran alejados de los valores medios para el conjunto de países de la OECD, cuyas diferencias en 2009 llegan a situarse en el caso de Perú a 123, 128 y 132 puntos en lectura, matemáticas y ciencias respectivamente.

La organización del trabajo es la siguiente. En primer lugar se realiza la revisión de la literatura, descripción de los datos y selección de variables. En el apartado 3 se explica la metodología. En el apartado 4 se presentan los resultados. Finalmente, el apartado 5 recoge las conclusiones.

2. Revisión de la literatura, descripción de la muestra y variables del modelo

En este apartado se realizara la revisión de la literatura para situar el marco de la investigación. En el apartado de descripción de la muestra y variables del modelo se mostrará un análisis descriptivo y la elección de las variables de control de las características del alumno, socioeconómicas de la familia y los recursos y características de los centros.

2.1 Revisión de la literatura

Existe una abundante literatura que analiza el efecto escolar sobre el rendimiento académico desde el trabajo pionero de (Coleman *et al.*, 1982). Estos autores se basan en la hipótesis de que el rendimiento de los estudiantes es mejor en las escuelas privadas que en las escuelas públicas, con

especial incidencia en aquellos estudiantes que pertenecen a un estrato social más bajo, en Estados Unidos.

A pesar de la proliferación de trabajos que abordan el efecto de la titularidad en el rendimiento académico, no parece existir un resultado concluyente. Considerando el tipo de variable de rendimiento relacionada con los datos a utilizar, las variables de control (características personales, familiares, escolares) o la metodología, los resultados son diferentes.

Algunos estudios confirman la hipótesis de Coleman *et al.* (1982) como los referidos al caso de Estados Unidos: Hanushek (1986), Miller y Moore (1991), Evans y Schwab (1995), Figlio y Stone (1997), Neal (1997), Stevans y Sessions (2000) u Opendakker y Van Damme (2006). En el contexto de los países en desarrollo pueden mencionarse los trabajos de Cox y Jiménez (1991), Jiménez *et al.* (1991) y Angrist *et al.* (2002). Con datos PISA-2000, Corten y Dronkers (2006) encuentran que las escuelas privadas financiadas con fondos públicos son ligeramente más eficaces.

Otros trabajos encuentran un efecto nulo del tipo de centro sobre el rendimiento de los alumnos, controlado por el entorno socioeconómico de los estudiantes. Entre ellos pueden mencionarse: para el caso de Estados Unidos a Noell (1982), Sander (1996), Dronkers (2004) y Altonji *et al.* (2005); para el contexto latinoamericano y de Reino Unido, Somers *et al.* (2004) y Smith y Naylor (2005), respectivamente. Con el uso de datos PISA: Fertig (2003) y Abburrà (2005) para los casos de Alemania e Italia respectivamente; De Jorge y Santín (2010) para 19 países de la UE y Calero y Escardibul (2007) o Perelman y Santín (2011) para España, se encuentran en este mismo grupo.

El grupo de trabajos que encuentran que la titularidad privada de las escuelas influye de forma negativa sobre los resultados de los alumnos es muy reducido. En este grupo se encuentran los trabajos de Kirjavainen y Loikkanen (1998) para Finlandia y Newhouse y Beegle (2006) para Indonesia.

2.2 Descripción de la muestra y variables del modelo

Como es conocido, el informe PISA (Instituto de Evaluación, 2010) es una iniciativa llevada a cabo por la OCDE desde su primera oleada en el año 2000 y cuya finalización está prevista para el año 2015, con el objetivo de evaluar internacionalmente y de forma continuada, las competencias de los alumnos de 15 años. Como mencionan Cordero *et al.* (2011a), la finalidad del estudio es generar indicadores sobre aspectos relacionados con el rendimiento educativo que puedan ser de utilidad tanto para investigadores como para los responsables políticos. En el caso de los informes PISA, el rendimiento académico de los alumnos es medido a través de los valores plausibles, entendidos como una representación del rango de habilidades que tiene cada estudiante.

La Tabla 2 muestra el valor medio por país para cada uno de los valores plausibles en cada una de las tres pruebas: matemáticas, comprensión lectora y ciencias.

Tabla 2. Valores plausibles medios de los resultados en matemáticas, lectura y ciencias en PISA 2009.

	Argentina	Brasil	Chile	Colombia	México	Panamá	Perú	Uruguay
Math_1	393.1	379.6	426.1	389.6	424.8	364.5	367.8	426.0
Math_2	393.7	379.8	426.1	389.8	424.6	365.2	369.1	426.1
Math_3	393.7	379.3	427.0	389.3	424.6	365.6	369.0	425.2
Math_4	393.6	379.5	426.3	389.8	424.5	365.0	366.9	426.3
Math_5	393.4	379.8	426.2	389.9	424.7	364.7	368.2	425.3
Read_1	403.7	405.0	455.2	425.8	432.6	380.6	373.8	424.8
Read_2	404.2	405.0	454.5	425.6	432.6	381.7	373.9	425.3
Read_3	403.9	405.0	455.5	425.7	432.3	381.9	373.5	424.9
Read_4	404.3	405.2	454.7	426.1	432.6	381.2	373.3	425.3
Read_5	404.6	405.1	454.4	425.7	432.5	379.8	374.0	424.7
Scie_1	407.4	400.2	453.2	410.2	420.5	379.2	371.4	426.8
Scie_2	406.8	400.0	452.4	410.6	420.6	381.2	372.9	426.1
Scie_3	407.3	399.6	453.3	410.4	420.4	380.8	372.6	426.1
Scie_4	407.4	399.9	452.5	410.2	420.6	379.9	370.8	427.4
Scie_5	407.4	399.9	453.0	410.3	420.5	380.9	371.9	426.0

Math =matemáticas; Read = comprensión lectora; Scie = ciencias

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3, se muestra el número de estudiantes y la relación de escuelas públicas y privadas por país.

Tabla 3. Número de estudiantes y relación de escuelas.

País	Nº estudiantes	Pública	Privada	Total
Argentina	4563	164	35	199
Brasil	19803	816	131	947
Chile	5505	166	44	210
Colombia	7856	229	46	275
México	37854	1316	219	1535
Panamá	3385	151	37	188
Perú	5860	198	42	240
Uruguay	5220	193	39	232

Fuente: Elaboración propia.

Como mencionan Calero y Escardibul (2007:45), las variables explicativas pertenecen a dos niveles: estudiantes y escuelas. Con respecto al primer nivel, los alumnos proporcionan información relacionada con aspectos personales, familiares y de actitud hacia la escuela, las matemáticas y su aprendizaje. Con respecto al segundo, los directores informan acerca de las características del centro, sus recursos (de personal y material), los criterios de admisión de alumnos y los procesos de enseñanza-aprendizaje. Las variables explicativas son de tres tipos: cuantitativas, que provienen de las respuestas a los cuestionarios; índices que resultan de la transformación de una o más variables; e índices escalados, mediante la “teoría de respuesta al ítem”. Estas variables han sido utilizadas por

Calero y Escardibul (2007), De Jorge y Santín (2010) Cordero *et al.* (2011b) o Creso-Cebada *et al.* (2014), entre otros.

Las variables elegidas son las siguientes:

- Estatus socioeconómico del alumno (ESCS): es una variable construida por PISA (Economic, Social and Cultural Status) se trata de un índice obtenido a partir de tres variables relacionadas con el contexto socioeconómico familiar.
- Efecto compañeros (EFCO): es el nivel de conocimientos que un alumno asimila en función de las características de sus compañeros.
- Recursos educativos del hogar (HEDRES): es un índice desarrollado por los analistas de PISA como consecuencia de las entrevistas realizadas a los directores de las escuelas relativas a siete preguntas sobre la disponibilidad de los recursos de la escuela (ordenadores, libros, *software* educativo, etc.)
- Nivel educativo de los padres (PARED): el nivel educativo más elevado de los padres medidos en años.
- Pertenencia al sistema educativo (PAIS): es posible que existan diferencias estadísticamente significativas entre los sistemas educativos de los países analizados.
- Inmigrante (INMIG): se ha considerado la siguiente clasificación.
 - a) Alumnado nativo (INMIG1): se refiere a los alumnos nacidos en el país en el que recibe la educación y con al menos un padre también nacido en el mismo país. También son nativos, los alumnos que han nacido en el extranjero con al menos un padre nacido en el país en el que recibe la educación.
 - b) Alumno de primera generación (INMIG2): se refiere a los alumnos nacidos en el país en el que reciben la educación pero con ambos padres nacidos en el extranjero.
 - c) Alumno no nativo (INMIG3): son los alumnos que tanto ellos como los padres nacen en un país distinto al del que el alumno se encuentra escolarizado.
- Estructura familiar (ESTRUCF): se ha considerado la siguiente clasificación.
 - a) Monoparental: cuando el alumno vive con sólo uno de los siguientes: su padre, su madre, un padrastro o una madrastra.
 - b) Nuclear: cuando el alumno vive con su madre o padre biológicos.
 - c) Mixta: cuando el alumno vive con su madre o padre biológico y su pareja (distinta de su padre o madre biológica, respectivamente) o con un padrastro y una madrastra.
 - d) Otros: cuando el alumno declara vivir en otras estructuras familiares.

- Titularidad de la escuela (TITULARIDAD): escuela pública o privada.
- Sexo (GENERO): se pretende analizar si los alumnos son más, igual o menos eficientes que las alumnas.
- Repetición (REPETIR): determina el efecto de repetir el curso
- Disciplina en el aula (CLIMA): este índice se construyó a partir de las respuestas que cada alumno declara sobre la frecuencia con la que ocurren en clase los siguientes hechos: a) los alumnos no escuchan lo que el profesor dice, b) hay ruido y desorden, c) el profesor tiene que esperar mucho tiempo hasta que los alumnos se están quietos, d) los alumnos no pueden trabajar bien, y e) se tarda un largo período desde que empieza la clase hasta que los alumnos comienzan a trabajar. El índice fue construido tal que valores positivos de la variable indican la percepción de un clima de trabajo positivo. De esta manera se pretende contrastar en qué medida el entorno que proporciona el resto de compañeros y el profesor en el aula ayuda, perjudica o es indiferente en el rendimiento del alumno.

2.3 Metodología

El método elegido en este trabajo es el análisis multinivel (Goldstein, 1995; Calero y Escardíbul, 2007; Murillo, 2008; Ma *et al.*, 2008) entre otros. Esta técnica permite descomponer la varianza de los resultados en distintos niveles (en PISA, países, estudiantes y escuelas); asimismo, pueden conocerse los efectos de las variables explicativas sobre la dependiente para cada unidad de los niveles superiores. Con referencia al primer aspecto, mediante una regresión multinivel puede calcularse el peso que tienen las escuelas en el total de la varianza de los resultados.

De las ecuaciones (1) y (2), donde “i” se refiere a los alumnos (nivel 1) y “j” a las escuelas (nivel 2) y “k” al país (nivel 3):

$$Y_{ijk} = \alpha_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad (1)$$

$$\alpha_{jk} = \gamma_0 + \mu_{jk} \quad (2)$$

donde Y_{ijk} es el resultado en lectura (matemáticas o ciencias) del alumno “i” en la escuela “j” y país “k”; α_{jk} es el resultado promedio para la escuela “j” formado por el resultado del conjunto de escuelas (γ_0) y la desviación de la escuela “j” y el país “k” respecto de dicha media (μ_{jk}); y ε_{ijk} es la desviación del resultado del individuo “i” respecto al resultado promedio de la escuela “j” y país “k” al que pertenece.

Mediante el cálculo del coeficiente de correlación intraclase (ρ), obtenido a partir del modelo multinivel sin variables explicativas, puede conocerse cuánto representa la varianza entre países respecto a la varianza total. En consecuencia, si $\rho = 0$, es innecesario el uso de estimaciones multinivel.

$$\rho = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2 + \sigma_j^2 + \sigma_i^2} = \frac{\text{Varianza entre países}}{\text{Varianza entre países} + \text{Varianza entre escuelas} + \text{Varianza dentro de la escuela}} \quad (3)$$

Una vez descrito el modelo de regresión multinivel sin variables, a continuación se amplía el análisis con la introducción de variables independientes que, además, permiten calcular qué partes de la varianza (entre países/escuelas y dentro de países/escuelas) son explicadas por dichas variables. Las ecuaciones (4), (5) y (6) recogen el componente fijo y variable así como las variables consideradas:

$$Y_{ijk} = \alpha_{jk} + \sum_{k=1}^n \beta_{kjl} + X_{kijl} + \varepsilon_{ijk} \quad (4)$$

$$\alpha_{jk} = \gamma_0 + \sum_{k=1}^n \gamma_{kjl} Z_{kjl} + \mu_{jk} \quad (5)$$

$$\beta_{jk} = \gamma_1 + \sum_{k=1}^n \gamma_{kjl} Z_{kjl} + \pi_{jk} \quad (6)$$

En dichas ecuaciones, X_{kijl} representa la característica “k” del alumno “i” que pertenece a la escuela “j” y país “l”, variable explicativa de nivel 1; y Z_{kjl} la característica “k” de la escuela “j”, variable de nivel 2, y país “l”, variable de nivel 3.

3. Resultados del análisis

Los resultados se muestran en la Tabla 4. Cada columna expone los resultados de los modelos estimados. El primer modelo (#1) incorpora sólo la constante, al objeto de conocer la variación de resultados de PISA entre y dentro de los países. Posteriormente se incluyen las variables explicativas de forma sucesiva; en primer lugar las referidas al estudiante, el entorno familiar y la escuela.

El primer modelo (#1) a partir de la ecuación (3) permite concluir que la variación entre los países analizados es tan sólo del 8,86%. El modelo #2 incorpora variables relacionadas con las características personales. Los resultados indican una desventaja *ceteris paribus* para las alumnas. Los alumnos que repiten obtienen un menor rendimiento en relación a los que no lo hacen.

El modelo #3 incorpora las características familiares, apreciándose una importante disminución de la varianza explicada. Los resultados de este modelo revelan que los alumnos con mayor nivel socio económico, nativos (nacidos en el país en el que llevan a cabo su educación) en familias nucleares, así como los que tienen mayores recursos en libros (disponer de más de 100 libros en el hogar) obtienen un mayor rendimiento. La formación de los padres muestra una relación curvilínea en forma de U. El acceso a internet o la posesión de ordenador no ha tenido ninguna incidencia. El modelo #4 realiza el ajuste incorporando la titularidad de la escuela: el signo negativo y estadísticamente significativo muestra que los alumnos pertenecientes a las escuelas privadas obtienen mayor rendimiento académico que los que asisten a los centros públicos. Finalmente el modelo #5 permite un análisis de los resultados estabilizados, después de incorporar el grupo de variables referidas a las características de los alumnos, el entorno familiar y las características de las escuelas. Este modelo incorpora las variables relativas a este último grupo. La mayor dotación de

recursos de las escuelas y el mejor clima en el aula se relaciona con un mayor desempeño. El efecto compañero no es significativo, probablemente por el efecto de la titularidad. Un hecho a destacar es que la inclusión de variables relacionadas con los diferentes grupos mencionados apenas elimina la significatividad de las variables personales, familiares y de titularidad. Así mismo, la varianza explicada se va reduciendo desde el modelo #1 hacia el #5 como es esperable con la utilización de esta metodología.

Tabla 4. Regresión multinivel: modelo #1 = vacío; modelo #2 = características personales; modelo #3 = entorno familiar; modelo #4 = titularidad; y modelo #5 = características de la escuela.

Parte fija	Mod #1		Mod #2		Mod #3		Mod #4		Mod #5	
	Coef.	E. Est.	Coef.	E. Est.	Coef.	E. Est.	Coef.	E. Est.	Coef.	E. Est.
Intercepto	401.01	9.82***	335.71	15.45***	14.22	62.67***	36.36	62.98	49.05	62.91
Edad			5.62	0.77***	18.43	3.85***	18.09	3.84***	17.07	3.84***
Mujer			-16.96	0.42***	-17.57	2.15***	-17.63	2.15***	-17.34	2.15***
Repite 1			-52.12	0.72***	-62.31	4.85***	-62.1	4.84***	-59.97	4.84***
Repite varias			-75.58	1.42***	-115.6	9.71***	-115.48	9.70***	-115.62	9.76***
Escs (socio-economico)					24.47	1.96***	23.78	1.97***	23.48	1.97***
Inmigrante_1					-44.3	14.39***	-44.34	14.37***	-42.77	14.33
Inmigrante_2					-10.38	16.81***	-9.79	16.81	-9.39	16.78
Familia_2					-2.19	2.70***	-2.15	2.7	-2.49	2.69
Familia_3					-22.94	5.46***	-22.85	5.46***	-21.83	5.46***
Educa_padres					2.55	2.18***	2.71	2.18	2.54	2.17
Educa_padres^2					-0.2	0.09***	-0.20	0.09***	-0.21	0.09**
Libros>100					13.46	3.15***	13.36	3.15***	13.08	3.15***
Tiene ordenador					0.83	2.95	1.03	2.95	0.54	2.94
Tiene acceso a internet					2.29	2.98	2.16	2.98	2.13	2.97
Escuela Pública							-15.88	4.65***	-16.77	5.04***
Efco (compañero)									0.14	0.1
Tamaño escuela									6.0E-03	0.001***
Clima aula									4.31	1.16***
Recursos de la escuela									0.32	0.16**
Parte aleatoria										
Entre países	757.8		692.7		160.9		160.4		162.0	
Entre escuelas	3527.5		2588.2		1700.9		1671.9		1610.2	
Entre estudiantes	4265.2		3996.1		3927.7		3901.9		3819.4	

Fuente: Elaboración propia.
 ***, **, * Estadísticamente significativo al 99%, 95% y 90% respectivamente.
 Variables omitidas: hombre, no repite, nativo, familia nuclear, menos de 100 libros, tiene ordenador, tiene acceso a internet.

Finalmente se realiza el análisis a nivel país, utilizando el coeficiente de correlación intraclase. Los resultados se muestran en la Tabla 5. Los valores de la varianza global explicada para las tres competencias en Panamá, Argentina, Perú, Chile, Brasil y Colombia están por encima de la media de la OCDE (41,7%); mientras que Uruguay se encuentra próximo a este valor.

Tabla 5. Efecto escolar: porcentaje de varianza del desempeño en lectura, matemáticas y ciencias explicado por la escuela, por país.

País	Lectura	Matemáticas	Ciencias
Argentina	53,97	53,68	54,95
Brasil	41,34	46,95	44,51
Chile	47,56	48,14	41,83
Colombia	43,48	43,63	43,42
México	44,79	42,21	41,01
Panamá	56,96	56,47	55,87
Perú	51,96	50,6	47,24
Uruguay	41,23	40,77	40,88

Fuente: Elaboración propia.

Existe por tanto mayor equidad en los países a medida que las diferencias entre centros sean menores. Estos resultados ponen de manifiesto que el sistema educativo latinoamericano está alejado de los niveles de los países integrantes de la OCDE.

4. Conclusiones

Este trabajo ha tenido como objetivo principal determinar el efecto país, tipo de centro (su titularidad, pública o privada) y sus recursos sobre los resultados educativos de los alumnos del sistema de enseñanza latinoamericano del programa PISA 2009. Los resultados obtenidos aplicando un análisis multinivel revelan que las diferencias de rendimiento académico a favor de los centros privados son explicadas por la titularidad del centro dando respaldo empírico a favor de la hipótesis Coleman-Hoffer. Las características del entorno familiar del alumno y de los recursos de la escuela también tienen un fuerte poder explicativo. En relación a las primeras, los alumnos nativos en familias nucleares y con mayor nivel socioeconómico y recursos en el hogar obtienen mayores rendimientos que el resto de categorías. Este hecho es especialmente significativo a la hora de señalar algunos aspectos que el sistema educativo debería tener en cuenta a la hora de garantizar la igualdad de oportunidades educativas. En relación a las segundas, el tamaño de la escuela, el clima en el aula y los recursos disponibles en los centros tienen una fuerte influencia en el rendimiento académico.

Es interesante, observar la persistencia de la significatividad de la titularidad, modelo #4, que sigue presente en el modelo global (#5) a pesar de la presencia de la significatividad de los recursos asociados a las escuelas. Por lo tanto, la titularidad es relevante para explicar las diferencias de notas; además los alumnos de las escuelas privadas provienen de un entorno socioeconómico mejor, con un clima escolar más favorable y con mayor disponibilidad de recursos educativos. Esta mayor dotación de recursos se relaciona con escuelas privadas que están localizadas en zonas con población de nivel socioeconómico más elevado (el 64% de las escuelas privadas se sitúan en ciudades de más de un millón de habitantes y las situadas en ciudades entre 100.000 y un millón habitantes; sin embargo en el caso de las escuelas públicas, este valor se reduce al 36%); este hecho debido a la zonificación podría relacionarse con una mayor probabilidad de matricular a alumnos de

ese nivel. Como mencionan Calero y Escardíbul (2007), la segregación urbana produce así, segregación escolar.

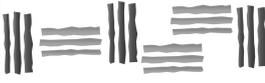
Los resultados alcanzados en este trabajo podrían ser relevantes a la hora de tomar decisiones en el ámbito de las políticas públicas del sistema educativo latinoamericano con el objetivo de aumentar las oportunidades educativas, reforzando la calidad de la educación pública. Posibles extensiones de este trabajo podrían ir encaminadas al análisis de diferentes oleadas PISA con estructura de panel.

Bibliografía

- Abburrà, L. (2005). *As good as the others. Northern Italian students and their peers in other European regions*. Instituto Ricerche Economico Sociali del Piemonte. November.
- Altonji, J.G.; T.E. Elder y C.E. Taber (2005). "Selection on observed and unobserved variables: assessing the effectiveness of catholic schools." *Journal of Political Economy*, 113 (1): 151-184.
- Angrist, J.; E. Bettinger; E. Bloom; E. King y M. Kremer (2002). "Vouchers for Private Schooling in Colombia: Evidence from a Randomized Natural Experiment." *The American Economic Review*. 92 (5): 1535-1558.
- Bassi, M.; M. Busso; S. Urzúa y J. Vargas (2012). "Disconnected: Skills, Education, and employment in Latin America". Inter-American Development Bank.
- Calero, J. y J. Escardíbul (2007). "Evaluación de servicios educativos: el rendimiento en los centros públicos y privados medido en PISA-2003". *Hacienda Pública Española*. 183: 33-66.
- Coleman, J.; T. Hoffer y S. Kilgore (1982). *High school achievement. Public, catholic and private schools compared*. New York: Basic Books.
- Cordero, J.M.; E. Crespo y F. Pedraja (2011a). "Rendimiento educativo y determinantes según PISA: Una revisión de la literatura en España". *Revista de Educación*, 362: 273-297.
- Cordero, J.M.; E. Crespo; F. Pedraja y D. Santin (2011b). "Exploring educational efficiency divergences across Spanish region in PISA 2006". *Revista de Economía Aplicada*, 57: 117-145.
- Corten, R. y J. Dronkers (2006). "School Achievement of Pupils From the Lower Strata in Public, Private Government-Dependent and Private Government-Independent Schools: A cross-national test of the Coleman-Hoffer thesis." *Educational Research and Evaluation*, 2: 179-208.
- Cox, D. y E. Jiménez (1991). "The relative effectiveness of private and public schools: Evidence from two developing countries." *Journal of Development Economics*, 34 (1-2): 99-121.
- Crespo-Cebada, E.; F. Pedraja-Chaparro y D. Santin (2014). "Does school ownership matter? An unbiased efficiency comparison for regions of Spain". *Journal of Productivity Analysis* 41: 153-172.

- De Jorge, J. y D. Santín (2010). "Determinantes de la eficiencia educativa en la Unión Europea". *Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública*, 193 (2): 131-156.
- Dronkers, J. (2004). "Do public and religious schools really differ? Assessing the European evidence". En P.J. Wolf y S. Macedo (eds.). *Educating citizens: International perspectives on civic values and school choice* (pp. 287-312). Washington, DC: Brookings Institution.
- Evans, W.N. y R.M. Schwab (1995). "Finishing high school and starting college: Do catholic schools make a difference?" *Quarterly Journal of Economics*, 110: 941-974.
- Fertig, M. (2003). "Who's to Blame? The Determinants of German Students' Achievement in the PISA 2000 Study." *IZA Discussion Paper Series*, 739.
- Figlio, D.N. y J.A. Stone (1997). "School choice and student performance: Are private schools really better?" *Institute for Research on Poverty Discussion Paper*, 1141-97.
- Godard, S. y E. Smith (2004). "An international comparison of equity in education systems". *Comparative Education*, 40(1): 15-31.
- Goldstein, H. (1995). *Multilevel Statistical Models*. Nueva York: Willey.
- Hanushek, E.A. (1986), "The economics of schooling." *Journal of Economic Literature*, 24: 1141-1177.
- Instituto de Evaluación (2010). *PISA 2009. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos: OCDE Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Jiménez, E.; M. Loochheed y V. Paqueo (1991). "The relative efficiency of private and public schools in developing countries." *The World Bank Research Observer*, 6 (2): 205-218.
- Kirjavainen, T. y H.A. Loikkanen (1998). "Efficiency differences of Finnish senior secondary schools: an application of DEA and Tobit analysis." *Economics of Education Review*, 17 (4): 377-394.
- Kyriakides, L. (2006). "Introduction international studies in educational effectiveness". *Educational Research and Evaluation*, 12(6): 489-497.
- Ma, X.; L. Ma y K.D. Bradley (2008). "Using multilevel modeling to investigate school effects". En A.A. O'Connell y D.B. McCoach (eds.). *Multilevel Modelling of Educational Data* (pp. 59-110). Charlotte: Information Age Publishing.
- Miller, M.D. y W.P. Moore (1991). "Private-public school differences in the United States: findings from the second international mathematics study." *International Journal of Educational Research*, 15: 433-444.
- Murillo, F.J. (2008). "Los modelos multinivel como herramienta para la investigación educativa". *Magis Revista Internacional de Investigación en Educación*, 1: 45-62.
- Neal, D. (1997). "The effects of catholic secondary schooling on educational achievement." *Journal of Labor Economics*, 15 (1): 98-123.

- Newhouse, D. y K. Beegle (2006). "The effect of school type on academic achievement." *The Journal of Human Resources*, 41 (3): 529-557.
- Noell, J. (1982). "Public and Catholic Schools: A Reanalysis of 'Public and Private Schools'." *Sociology of Education*, 55: 123-132.
- Opendakker, M.C. y J. Van Damme (2006). "Differences between secondary schools: A study about school context, group composition, school practice, and school effects with special attention to public and Catholic schools and types of schools." *School Effectiveness and School Improvement*, 17 (1): 87-117.
- Perelman, S. y D. Santín (2011). "Measuring educational efficiency at student level with parametric stochastic distance functions: an application to Spanish PISA results". *Education Economics*, 19 (1): 29-49.
- Sander, B. (1996). *Gestión educativa en América Latina*. Buenos Aires: Troquel.
- Smith, J. y R.A. Naylor (2005). "Schooling effects on subsequent university performance: evidence for the UK university population." *Economics of Education Review*, 24: 549-562.
- Somers, M.A.; P.J. McEwan y J.D. Willms (2004). "How effective are private schools in Latin-America?" *Comparative Education Review*, 48: 48-69.
- Stevans, L.K. y D.N. Sessions (2000). "Private/public school choice and student performance revisited." *Education Economics*, 8 (2): 169-184.



Estimación de un modelo econométrico para determinar el efecto de acciones de *marketing* en ventas de productos de cuidado personal en Colombia

ARBOLEDA, ANA M.

Departamento de Mercadeo y Negocios Internacionales
Universidad Icesi (Colombia)
Correo electrónico: amarboleda@icesi.edu.co

ALONSO, JULIO C.

Departamento de Economía
Universidad Icesi (Colombia)
Correo electrónico: jcalonso@icesi.edu.co

RESUMEN

Este estudio tiene el objetivo de mostrar a los profesionales del área del *marketing* cómo se pueden emplear modelos econométricos de panel para realizar un análisis de las acciones de *marketing*. Se emplea una base de datos que incluye los cuatro competidores de un producto de aseo personal en Colombia con información limitada para un periodo de seis años. El estudio evalúa los efectos de las acciones de *marketing* sobre las ventas para las tres subcategorías del producto: *premium*, *midprice* y *value*. Los resultados muestran que dichos efectos son diferentes para las tres subcategorías. Este sugiere que no hay un modelo general para predecir las consecuencias de las acciones de *marketing* sobre las ventas; los profesionales en *marketing* necesitan emplear métodos estadísticos para evaluar el efecto de sus decisiones. Finalmente, si bien los resultados no se pueden extrapolar a otras categorías de consumo masivo u otros países, nuestra aproximación sí se puede emplear para evaluar el efecto de las acciones de *marketing* sobre las ventas para otras categorías de producto e industrias.

Palabras claves: acciones de *marketing*; dinámicas competitivas; modelo de panel; productos de consumo.

Clasificación JEL: M10; M31; C23.

MSC2010: 91B84; 62P25.

Panel Analysis to Determine the Effect of Marketing Actions on Sales of Personal Care Products

ABSTRACT

The purpose of this study is to show marketing practitioners how to use econometric models to assess the effect of marketing actions. We use a database that includes the four competitors of a personal care product in Colombia with limited information for a period of six years. The study evaluates the effects of marketing actions on sales revenues for the three product subcategories: premium, midprice, and value. The results show that these effects are different for the three subcategories. This suggests that there is no general model to predict the consequences of marketing actions on sales revenues; marketers need to use statistical methods to assess the effect of their decisions. Finally, although our results cannot be extrapolate to other product categories or countries, our approach can be used to assess the impact of marketing actions on sales revenues in other product categories and industries.

Keywords: marketing actions; competitive dynamics; panel data; mass consumption products.

JEL classification: M10; M31; C23.

MSC2010: 91B84; 62P25.



1. INTRODUCCIÓN

Cotidianamente los profesionales del área de *marketing* y los empresarios deben tomar decisiones relacionadas con la implementación de acciones de *marketing*. Las acciones de *marketing* pueden ser por ejemplo: cambiar el precio, lanzar un producto nuevo, cambiar el gasto en publicidad, introducir promociones, realizar una determinada inversión en *marketing* y crear alianzas. El conjunto de estas acciones se conoce como el *mix* de *marketing* (Ataman, *et al.*, 2010; Aremu y Bamiduro, 2012). Analizar cómo este repertorio de acciones conjuntamente afecta las ventas permitiría a una organización entender cuál es el mejor camino para lograr una posición competitiva en el mercado (Augier y Teece, 2008).

Para determinar las acciones a tomar es común que se emplee la intuición. Y una vez tomada la decisión sobre el *mix* de *marketing* y que los competidores reaccionan, estos mismos profesionales se ven en la necesidad de determinar qué permitió el éxito o fracaso de sus acciones o cuáles acciones sí funcionaron y cuáles no (Ataman *et al.*, 2010). Es más, las decisiones sobre las acciones de *marketing* no se deben considerar de manera independiente entre ellas, se deben revisar como un conjunto y sobretodo deben relacionarse de manera sistemática con la productividad de la marca o el negocio (Mintz y Currim, 2013).

Por otro lado, no es fácil determinar el análisis del efecto del *mix* de *marketing*, y en especial, de cada una de las acciones, en presencia de competidores que también implementan acciones de *marketing*. Emplear herramientas descriptivas como gráficos y medias no permiten aislar el efecto de cada una de las acciones de una empresa sobre las ventas. En este orden de ideas, este estudio tiene como propósito mostrar a los profesionales del área del *marketing* cómo se puede emplear un modelo econométrico de panel para realizar un análisis de las acciones de *marketing* teniendo en cuenta los diferentes competidores del mercado y empleando una base de datos relativamente limitada. Para lograr nuestro propósito, se estima el efecto que tienen diferentes acciones de *marketing* en las ventas de empresas que compiten en un mercado maduro en Colombia. Emplearemos las ventas de cuatro empresas que conforman el 90% de las ventas del mercado de un producto de aseo personal en Colombia.

Adicionalmente, teniendo en cuenta la base de datos disponible y las características del producto de aseo, este documento presenta un análisis del efecto de las acciones de *marketing* para tres subcategorías de este mercado: “*Premium*”, “*Midprice*”, y “*Value*”. La subcategoría *Premium* se caracteriza por productos diseñados con mayores atributos de calidad, consistentemente son productos de precio más alto y enfocados a un consumidor con mayor poder adquisitivo. La subcategoría *Midprice* se caracteriza por una mayor estandarización entre los productos de los competidores, sus atributos de calidad son intermedios; y por esta razón, los precios son menores que la subcategoría *Premium* y mayores que la subcategoría *Value*. Finalmente, la subcategoría *Value* ofrece al consumidor unos atributos de calidad comparativamente menores con respecto a las dos anteriores subcategorías. Los productos de esta subcategoría son los que presentan el menor precio de la categoría.

Este documento está organizado de la siguiente manera. La segunda sección presenta el concepto de dinámica competitiva y las acciones de *marketing* que son objeto de este estudio. La siguiente sección presenta los datos y nuestra aproximación empírica. La cuarta parte del documento presenta los resultados de los modelos estimados para las tres subcategorías. La penúltima sección discute las implicaciones de los resultados. La última sección del documento presenta las recomendaciones del estudio con especial énfasis en las implicaciones que tiene para los empresarios el uso de un análisis de panel como el presentado en este documento.

2. ACCIONES DE *MARKETING* Y EL MERCADO ESTUDIADO

La teoría de dinámicas competitivas permite brindar un marco conceptual para el análisis de los efectos de las acciones de *marketing* sobre las ventas (véase Smith *et al.* (2001) para una discusión profunda de esta teoría). Las dinámicas competitivas implican la constante interacción entre marcas que compiten en una misma categoría o subcategoría. Las acciones de estas marcas son decisiones que, desde una posición estratégica, deben ser analizadas como el conjunto denominado *mix* de *marketing*. Para nuestro caso de estudio

cada empresa cuenta con una única marca en el mercado estudiado; por lo tanto, emplearemos el término *marca* y *empresa* como sinónimos.

Las empresas buscan ofrecer productos que les permitan ser más competitivas en su mercado. Sin embargo, en mercados maduros los competidores son típicamente grandes empresas con marcas y productos ya establecidos. Por lo tanto, Grant (2008) ilustra cómo la innovación de producto es relativamente limitada en este tipo de mercados y la diferenciación se produce empleando acciones en el *marketing* del producto y no en el producto como tal. Siguiendo a Grant (2008), las acciones competitivas de una organización se refieren a la ejecución de decisiones como por ejemplo cambiar el precio, lanzar un nuevo producto, cambiar el gasto en publicidad, introducir promociones, invertir en comunicación y crear alianzas.

Se supone que las empresas llevan a cabo estas acciones para obtener una mayor rentabilidad en relación con sus competidores. Incluso, Chen (2009) utiliza el término de “rivalidad” para explicar la competencia entre las empresas. La dinámica competitiva implica para la organización conocer el mercado y sus competidores y tener la capacidad de crear nuevas opciones de *marketing* o reenfocar las ya existentes. Así, el efecto que tienen las acciones de *marketing* sobre el desempeño organizacional se debe analizar teniendo en cuenta primero el conjunto de empresas en un mercado y segundo el efecto conjunto de las acciones.

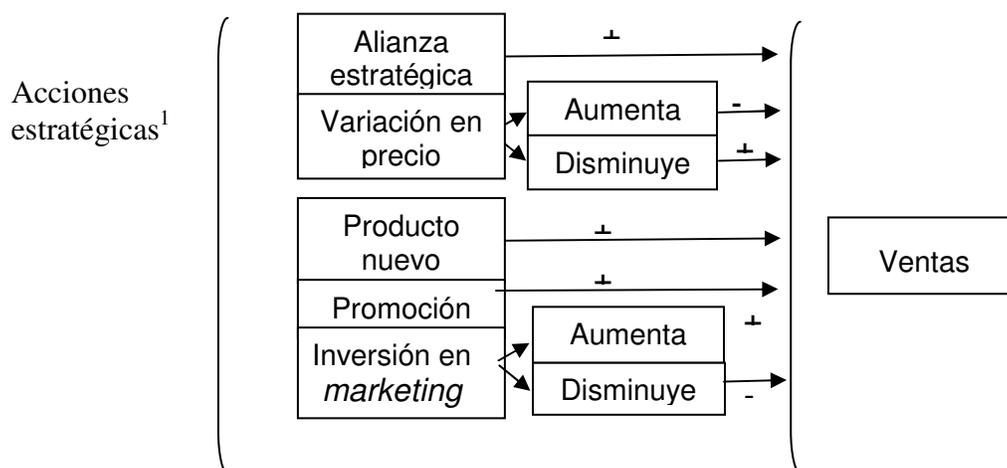
En este orden de ideas, para lograr nuestro objetivo de mostrar a los profesionales del área del *marketing* cómo se puede emplear herramientas econométricas para analizar las acciones de *marketing* en un contexto de dinámica competitiva, emplearemos un mercado maduro de productos de aseo de Colombia para el que se cuenta con una base de datos limitada que se describirá más adelante. Esta base de datos permite identificar acciones de *marketing* de cada uno de los actores. Estas acciones y su impacto esperado sobre las ventas se describen a continuación.

2.1. Acciones de *marketing*

En la dinámica relación entre empresas que ofrecen un mismo producto en un mercado, cada empresa actúa a través de acciones tácticas buscando alcanzar unos objetivos de

marketing (i.e., incremento en ventas, ampliación de mercados, fidelización de clientes y adquisición de nuevos clientes). Este comportamiento supone que el uso de acciones de *marketing* tiene un efecto sobre sus ventas. Las acciones competitivas que pueden ser implementadas por una compañía pueden resumirse en las siguientes categorías: a) alianzas estratégicas, b) variación en el precio, c) promociones, d) productos nuevos y e) inversión en *marketing* (véase Figura 1).

Figura 1. Modelo conceptual: Relación entre acciones de *marketing* y ventas



Fuente: Elaboración propia.

Una *alianza estratégica* (o *alianza* de aquí en adelante) corresponde a la unión coordinada entre diferentes empresas que les permite obtener ventajas competitivas frente a las otras. Dyer y Singh (1998), apelando a un argumento desde la perspectiva relacional, encuentran que las alianzas generan rentas positivas que extienden a los recursos internos de la organización. A través de un análisis longitudinal, Lunnan y Haugland (2008) analizan 100 alianzas; los autores encuentran que esta relación entre empresas tiende a ser exitosa en la medida en que estas se complementan y los recursos compartidos son importantes. Un ejemplo de una alianza es cuando una marca de cuadernos se pone de

¹El modelo se aplica para las subcategorías *Premium*, *Midprice* y *Value* explorando todas las posibles interacciones entre variables independientes.

acuerdo con una marca de bolígrafos para ofrecer un producto empaquetado que incluye un cuaderno y un bolígrafo.

Una variación de precio puede implicar: i) reducción de precio, en el caso específico de los descuentos; ii) aumento de precio, como una acción que se presenta cuando los descuentos son eliminados y el precio del producto regresa a su nivel estándar; y iii) conservación del precio, la continuidad de una acción tomada en periodos anteriores ya sea de aumentar o bajar el precio. Las anteriores acciones implican que no exista un cambio en la cantidad y la calidad del producto. Suponiendo que el descuento se realiza por un periodo específico, la reducción en el precio tiende a estar relacionada con un aumento en las ventas (Raju, 1992). Este hecho es determinante en el uso efectivo de esa acción de *marketing*; cuando hay una reducción en los precios de manera constante o por periodos de tiempo intermitentes los consumidores estarán más atentos a los patrones o claves de descuento dando mayor importancia a esta variable al momento de tomar su decisión de compra (Ataman *et al.*, 2010).

Las promociones corresponden a la acción de ofrecer al consumidor un incentivo por la compra de un producto, ya sea ofreciendo por el mismo precio mayor cantidad del mismo producto o un obsequio adicional. Raju (1992) encontró que esta acción tiende a ser atractiva para el caso de productos de consumo masivo, no perecederos y que no requieran mucho espacio de almacenamiento. Así mismo, el autor encontró que esta acción es complementaria a la de la variación del precio sin percibirse como un descuento directo sobre el producto y ofreciendo al consumidor la oportunidad de probar un producto adicional.

Un producto nuevo corresponde con una medida de innovación, que en este contexto se define en términos de lanzamientos de productos que las empresas comunican al mercado como “nuevos” sin ser una innovación radical en el producto. Para la categoría de aseo personal la idea de lanzar un producto nuevo se concentra en la implementación de un cambio sobre alguna de las características del producto base, realizar extensiones de línea o modificaciones en atributos accesorios al producto ya conocido por el consumidor. Baba (1989) argumenta que este tipo de innovación se debe al proceso de aprendizaje que se genera en la dinámica entre organizaciones. En este contexto, un producto nuevo

significa realizar un cambio menor en el producto que no cambia su esencia, pero se anuncia como un cambio o un beneficio importante para el consumidor. Sin importar la magnitud de la innovación, un producto nuevo motiva la percepción de calidad de la marca, construye valor de marca y en general tiene un efecto positivo sobre el desempeño de la marca (Ataman *et al.*, 2010).

La inversión en comunicación es una acción de apoyo en la medida que determina el monto de recursos que la empresa destina para soportar la implementación de acciones como la creación de nuevos productos o las promociones. La inversión en *marketing* incluye los gastos de publicidad en medios, material POP² e impulso de productos en punto de venta³. La publicidad de una marca fortalece su imagen, genera mayor recordación y reconocimiento de la marca y permite la construcción del valor de marca. Todos estos aspectos determinan una relación positiva entre la comunicación de la marca y el desempeño en ventas de la misma (Ataman *et al.*, 2010).

Teniendo en cuenta que en el comportamiento de las empresas en un mercado una acción no se presenta de manera aislada, el impacto de una acción competitiva sobre las ventas se conjuga a largo plazo con las demás acciones. Por ejemplo, un aumento en el precio por si solo puede no tener un efecto en las ventas; pero si este aumento está asociado al lanzamiento de un producto nuevo, la interacción de estas variables sí podría tener un efecto positivo sobre las ventas. Por el contrario, si se considera un periodo en el que no hay productos nuevos, un aumento en el precio conllevaría a afectar negativamente las ventas. De esta forma, la interacción entre variables permitirá explorar el efecto de las acciones de *marketing* como un conjunto. Así, nuestro modelo considerará la interacción de diferentes acciones.

Finalmente, una empresa no participa aisladamente en el mercado; el éxito de las acciones de *marketing* de una empresa depende del conjunto de acciones que realizan las empresas o marcas que compiten en el mercado y de la inercia que cada una de las marcas tengan (Ataman *et al.*, 2010). Este hecho resalta la importancia de analizar las acciones de

²Se refiere al material publicitario utilizando en el punto de venta. Comúnmente se utiliza la sigla POP por su significado en inglés "Point of Purchase".

³La inversión en mercadeo no incluye costos de producción, inversiones en beneficio de terceros o cualquier gasto o costo que requiera la estrategia principal para su desarrollo.

marketing de manera longitudinal, su efecto real no se percibirá a corto plazo porque está de por medio el valor que los consumidores asignan a las marcas competidoras.

3. DATOS Y APROXIMACIÓN EMPÍRICA

Para determinar el efecto de las diferentes acciones de *marketing*, su interacción y el efecto de las acciones de las otras empresas, este estudio muestra cómo emplear un modelo lineal con datos de panel y una base de datos limitada. Este modelo permite estimar la relación lineal entre acciones de *marketing* y las ventas. La base de datos disponible corresponde a las ventas y acciones de *marketing* por un periodo de seis años para cuatro firmas que participan en un mercado de productos de aseo. La periodicidad de la información es bimensual. La base de datos a la que se tenía acceso no tenía más información; por ejemplo, no se puede tener el precio del producto.

No obstante las limitaciones, la base de datos permite discriminar tres subcategorías de productos de aseo personal: *Premium*, *Midprice* y *Value*. La subcategoría *Value* al interior del mercado de productos de aseo se caracteriza por un producto que cumple su función y está orientado al mercado de ingresos bajos. La subcategoría *Midprice* corresponde a un producto con especificaciones superiores al de la categoría *Value* y está concentrado en consumidores de ingresos medios. Finalmente, la subcategoría *Premium* corresponde al producto con la mayor cantidad de atributos y está orientado a los consumidores de mayores ingresos.

La base de datos estudiada contiene el detalle para las cuatro empresas competidoras de la categoría (en adelante se denominarán a las empresas A, B, C y D). Estas empresas fueron seleccionados porque concentran el 90% de las ventas de la categoría. La muestra proviene de fuentes internas de una de las empresas que se analiza y de estudios sindicados comprados a través del tiempo por la misma empresa. Dada la naturaleza confidencial de la información no se presenta una mayor descripción del mercado, ni de las empresas consideradas.

Para cada una de las tres subcategorías se construye un modelo que explica las ventas de las empresas en función de las acciones de *marketing* de acuerdo con el modelo teórico que se resumen en la Figura 1. La muestra empleada contiene una serie de tiempo

con mediciones bimensuales para 33 periodos durante seis años. Las variables explicativas están definidas por las acciones *marketing* que las empresas llevan a cabo para cada uno de los periodos (véase Tabla 1). La variable dependiente del modelo corresponde a las ventas en millones de pesos constantes para cada subcategoría para el periodo (t) para la empresa (i). Las ventas fueron expresadas en pesos constantes de junio de 2008 para quitar el efecto de la inflación sobre las ventas. Las ventas fueron deflactadas empleando el índice de precios al consumidor del correspondiente rubro.

Tabla 1. Acciones de *marketing*.

Acción a medir	Variable empleada	Codificación
Variación de precio	Aumento precio – $PA_{i,t}$	1 – tiene lugar la acción
	Disminución precio - $PD_{i,t}$	0 – no tiene lugar la acción
Nuevo producto	Conserva precio	
	Nuevo producto - $NP_{i,t}$	1 – tiene lugar la acción 0 – no tiene lugar la acción
Promoción	Promoción - $P_{i,t}$	1 – tiene lugar la acción 0 – no tiene lugar la acción
Alianza	Alianza - $A_{i,t}$	1 – tiene lugar la acción 0 – no tiene lugar la acción
Comportamiento - Inversión en <i>marketing</i>	Aumento inversión - $IA_{i,t}$	1 – tiene lugar la acción
	Disminución inversión - $ID_{i,t}$	0 – no tiene lugar la acción
Valor - Inversión en <i>marketing</i>	Conserva inversión	
	Valor - Inversión en <i>marketing</i> - $inv_{i,t}$	Pesos constantes de junio de 2008

Fuente: Elaboración propia.

En especial se considera el siguiente modelo con efectos fijos:

Ecuación 1.

$$\begin{aligned}
 ventas_{i,t} = & B_1 PA_{i,t} + B_2 PD_{i,t} + B_3 inv_{i,t} + B_4 IA_{i,t} + B_5 ID_{i,t} + B_6 EP_{i,t} + B_7 AE_{i,t} + B_8 NP_{i,t} \\
 & + \gamma_1 (PA_{i,t} \cdot IA_{i,t} \cdot inv_{i,t}) + \gamma_2 (PD_{i,t} \cdot IA_{i,t} \cdot inv_{i,t}) + \gamma_3 (PD_{i,t} \cdot ID_{i,t} \cdot inv_{i,t}) \\
 & + \gamma_4 (PA_{i,t} \cdot ID_{i,t} \cdot inv_{i,t}) + \phi_1 (EP_{i,t} \cdot inv_{i,t}) + \phi_2 (NP_{i,t} \cdot inv_{i,t}) + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \varepsilon_{i,t}
 \end{aligned}$$

donde $i=1,2,3,4$ y $t=1,2,\dots,33$. En todos las subcategorías se cuenta con un panel balanceado. Para la subcategoría *Value* no se presentan alianzas durante todo el periodo de observación.

Es importante anotar que se estimaron diferentes versiones del modelo tanto empleando efectos aleatorios como efectos fijos. En todos los tres casos, la prueba de

Hausman permite concluir que el mejor modelo es el de efectos fijos⁴. Por razones de espacio solo se reportan los resultados del modelo con efectos fijos. Por otro lado, es importante mencionar que no es probable que existan problemas de endogeneidad en esta especificación, pues todas las variables explicativas corresponden a decisiones que realizan las empresas en su planeación para el bimestre. Es decir, estas acciones de *marketing* son decididas exógenamente por las empresas de acuerdo con lo observado en períodos pasados y no es una decisión que se tome durante el mismo periodo en el que se realizan las ventas.

También se estimaron modelos tanto de efectos fijos como aleatorios para los cuales la variable dependiente se expresaba en logaritmos. Los resultados obtenidos son cualitativamente los mismos. Es decir, los resultados son robustos a la escogencia de estas dos formas funcionales. Al no tener una razón para escoger una forma funcional u otra y para simplificar la interpretación de los coeficientes asociados con variables dicotómicas, se reportan únicamente los modelos con la variable ventas en sus niveles.

Una vez se estimaron los modelos con efectos fijos para cada una de las tres subcategorías, se probó la presencia de autocorrelación y heteroscedasticidad en las perturbaciones. No se encontró autocorrelación en ninguno de los modelos, pero en cada uno de los modelos se encontró la presencia de heteroscedasticidad por medio de las pruebas de White y Breush-Pagan. Para resolver el problema, y poder contar con estimadores consistentes para la matriz de varianzas y covarianzas para los parámetros, se empleó el estimador sugerido por Cribari-Neto (2004). Este autor demostró que su estimador es consistente en presencia de heteroscedaticidad y tiene un comportamiento mejor en muestras pequeñas que los estimadores sugeridos por White (1980), MacKinnon y White (1995) y Long y Ervin (2000).

4. RESULTADOS

Los resultados para cada segmento son diferentes, corroborando la idea de Grant (2008) quién señala que en mercados maduros es pertinente llevar a cabo estrategias de *marketing*

⁴ Los estadísticos de la prueba de Hausman (y valores p en paréntesis) para las subcategorías de *Premium*, *Midprice* y *Value* son respectivamente: 3,9383 (valor p = 8,207e-05); 3,5166 (valor p=4,37E-04) y 4,67082 (valor p=3,00E-06). En todos los casos se puede rechazar la hipótesis nula en favor de la alterna de que el modelo de efectos fijos es el adecuado.

diferenciando segmentos del mercado. A continuación se detallan los resultados para cada uno de los segmentos. En la Tabla 2 se resumen los resultados para la subcategoría *Premium* de productos de aseo personal.

Tabla 2. Resultados de la estimación del modelo para la subcategoría *Premium*.

Variable	Modelo sin interacción		Modelo con interacción		
	β	t	β	t	
Precio Aumenta (PA)	-2,25	-0,70	-3,77	-1,18	
Precio Disminuye (PD)	2,52	0,72	2,75	0,78	
Nuevo Producto (NP)	-0,93	-0,17	-3,06	-0,56	
Inversión Real (IR)	19,04	7,41	20,03	7,80	***
Inversión Disminuye (ID)	8,37	2,76	9,41	3,10	***
Inversión Aumenta (IA)	-5,21	-1,08	-5,89	-1,22	
Promoción (P)	0,45	0,13	1,86	0,55	
Alianza	2,92	0,57	8,98	1,76	
PD*IA*IR			-4,35	-2,23	**
PA*IA*IR			10,34	3,19	***
PD*ID*IR			-17,13	-1,73	
PA*ID*IR			-5,50	-0,68	
P*IR			-2,25	-0,64	
NP*IR			6,26	2,05	**
N	4		4		
T	33		33		
R-cuadrado	0,83		0,95		
R-cuadrado ajustado	0,85		0,94		
Log likelihood	-1.725,32		-2.965,86		
Durbin-Watson stat	1,56		1,84		
Akaike info criterion	55,34		45,21		
Schwarz criterion	46,47		45,60		
Estadístico F	98,78	***	129,33	***	

Nota: a) *** < 0,01; ** < 0,05. b) El modelo fue estimado por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios y para los errores estándar se emplea el estimador consistente en presencia de heteroscedasticidad de Cribari-Neto (2004). c) Se omiten las estimaciones para los interceptos. d) **Fuente:** Elaboración propia.

En la primera columna se presenta la estimación del modelo sin la interacción de las variables. En este caso se encuentra que las ventas de una empresa solo se ven influenciada por la acción de *marketing* que involucra la inversión. Es más, el monto de la inversión real

y la disminución de la inversión son las únicas acciones que afectan las ventas en esta subcategoría.

En la segunda columna se presenta la estimación del modelo incluye las variables explicativas anteriores y sus interacciones. Esto permite explorar la existencia de un efecto moderador. En este caso, encontramos que la disminución o aumento del precio tiene un efecto moderador sobre el monto de la inversión cuando esta está aumentando. Adicionalmente, se encuentra un efecto moderador del lanzamiento de un nuevo producto sobre el monto de la inversión.

Es decir, para la subcategoría *Premium* encontramos que un cambio en la inversión en *marketing* tiene un efecto sobre las ventas dependiendo de cómo se combina con las acciones de cambiar de precio y crear un nuevo producto. En cuanto al precio, cuando se realiza simultáneamente un aumento en el precio y se aumenta la inversión en *marketing*, se genera un aumento de las ventas. Si se produce una disminución del precio, el aumento de la inversión disminuye las ventas.

Por otro lado, sin importar la acción adoptada respecto a la inversión, un producto nuevo aumenta significativamente el efecto de cada millón invertido en *marketing* sobre las ventas de la empresa. Por ejemplo, si el precio aumenta, un millón más en inversión implica un aumento de 30,4 millones ($20,03 + 10,34$) en las ventas. Si el precio disminuye, entonces el aumento en las ventas será de 24,4 millones ($20,03 - 4,35$) por cada millón más de inversión.

De esta manera, de acuerdo con los resultados del modelo, en la situación en la que hay una inversión en *marketing* y se espera realizar un cambio en el precio, se genera un mayor desempeño en términos de ventas cuando el cambio en el precio sea un aumento y no una disminución. Adicionalmente, se puede observar que las decisiones de cambiar el precio o crear un nuevo producto no tienen por sí mismas un efecto directo sobre las ventas. Así mismo, la decisión de crear una alianza no tiene efecto sobre las ventas en el caso de productos *Premium*.

Los resultados para la subcategoría *Midprice* se presentan en la Tabla 3. En esta subcategoría se encuentra que la inversión y las alianzas son las únicas acciones de

marketing que afectan las ventas de las empresas. Al considerar el efecto moderador de las acciones, se encuentra que ninguna de ellas presentan dicho efecto.

Tabla 3. Resultados de la estimación del modelo para la subcategoría *Midprice*.

Variable	Modelo sin interacción		Modelo con interacción		
	β	t	β	t	
Precio Aumenta (PA)	0,59	0,18	5,29	1,62	
Precio Disminuye (PD)	8,18	1,85	8,30	1,88	
Nuevo Producto (NP)	6,71	0,01	16,16	0,03	
Inversión Real (IR)	13,37	3,55	45,84	12,17	***
Inversión Disminuye (ID)	1,14	0,28	3,04	0,74	
Inversión Aumenta (IA)	-5,02	-1,06	-5,05	-1,07	
Promoción (P)	-0,23	-0,05	-2,20	-0,47	
Alianza	-0,95	-5,06	-1,19	-6,31	***
PD*IA*IR			-10,52	-1,83	
PA*IA*IR			-2,76	-0,52	
PD*ID*IR			1,60	0,21	
PA*ID*IR			-16,83	-1,93	
P*IR			6,41	1,46	
NP*IR			-4,44	-0,83	
N	4		4		
T	33		33		
R-cuadrado	0,89		0,97		
R-cuadrado ajustado	0,91		0,96		
Log likelihood	-2.343,21		-2.983,84		
Durbin-Watson stat	1,45		1,97		
Akaike info criterion	53,78		45,48		
Schwarz criterion	58,32		45,88		
Estadístico F	123,34	***	186,46	***	

Nota: a) *** < 0,01; ** < 0,05. b) El modelo fue estimado por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios y para los errores estándar se emplea el estimador consistente en presencia de heteroscedasticidad de Cribari-Neto (2004). c) Se omiten las estimaciones para los interceptos. d) **Fuente:** Elaboración propia.

En resumen, para la subcategoría *Midprice*, los resultados son diferentes a la *Premium*. En este caso, las acciones de *marketing* que tienen efecto sobre las ventas son el monto de la inversión en *marketing* y realizar una alianza. De esta manera, se encuentra que un aumento de un millón de pesos en la inversión en *marketing* implica un aumento de 45,8

millones en ventas. Por otro lado, en este segmento, una disminución del precio implica un aumento en las ventas de 8,3 millones. Para complementar el efecto de las acciones de *marketing* en el segmento medio, vemos que las alianzas realizadas en esta subcategoría afectan negativamente las ventas. En especial, una alianza implica la disminución de 1,2 millones en las ventas.

Los resultados para la subcategoría *Value* se presentan en la Tabla 4. En la primera columna se presenta la estimación del modelo sin la interacción de las variables. En este caso se encuentra que las ventas de una empresa solo se ven influenciadas por la acción de *marketing* que involucra la inversión y un nuevo producto.

En la segunda columna se explora la existencia de un efecto moderador de las acciones de *marketing*. En este caso encontramos que la disminución del precio tiene un efecto moderador sobre el monto de la inversión. Adicionalmente, se encuentra un efecto moderador del lanzamiento de un nuevo producto y de las promociones sobre el monto de la inversión.

En resumen, en la subcategoría *Value* los resultados indican que sin importar el nivel de inversión un nuevo producto se traducirá en una disminución en las ventas. No obstante este efecto negativo, si un nuevo producto se acompaña de inversión en *marketing* el efecto sobre las ventas puede ser positivo. Por ejemplo, si se tiene un nuevo producto, un millón de pesos en inversión tendrá un efecto de 14,5 millones más sobre las ventas, que si no se lanza el nuevo producto. Por otro lado, la inversión real tendrá un efecto de 55,3 millones en las ventas por cada millón cuando del precio se mantiene o aumenta y la inversión aumenta y no se adopta ninguna otra acción. Las promociones también interactúan con la inversión en medios; estas aumentan el efecto de cada millón en inversión en 28,1 millones en la venta. La interacción entre la inversión real cuando esta ha disminuido y la disminución en el precio genera un aumento en las ventas. Cuando el precio del producto disminuye y la inversión disminuye, la efectividad de cada millón de pesos invertido aumenta en 94,48 millones de pesos en ventas.

Al comparar los tres segmentos, podemos observar que el conjunto de estrategias de *marketing* tiene una relativamente buena capacidad predictiva del desempeño en ventas de las marcas de la categoría.

Tabla 4. Resultados de la estimación del modelo para la subcategoría *Value*.

<i>Variable</i>	Modelo sin interacción		Modelo con interacción			
	β	<i>t</i>	β	<i>t</i>		
Precio Aumenta (PA)	48,19	0,07	81,31	0,12		
Precio Disminuye (PD)	-0,34	-0,57	-1,03	-1,71		
Nuevo Producto (NP)	-1,50	-1,66	**	-4,23	-4,70	***
Inversión Real (IR)	33,41	16,54	***	55,35	27,40	***
Inversión Disminuye (ID)	-0,46	-0,75		-1,11	-1,80	
Inversión Aumenta (IA)	5,99	0,78		6,02	0,78	
Promoción (P)	-5,41	-0,64		-8,10	-0,96	
PD*IA*IR				33,30	2,35	**
PA*IA*IR				6,46	0,46	
PD*ID*IR				94,49	41,01	***
PA*ID*IR				12,07	0,62	
P*IR				28,09	2,11	**
NP*IR				14,55	3,50	***
N	4		4			
T	33		33			
R-cuadrado	0,88		0,98			
R-cuadrado ajustado	0,92		0,98			
Log likelihood	-2.938,32		-3.053,91			
Durbin-Watson stat	1,85		1,72			
Akaike info criterion	48,39		46,53			
Schwarz criterion	48,68		46,90			
Estadístico F	223,34	***	350,63	***		

Nota: a) *** < 0,01; ** < 0,05. b) El modelo fue estimado por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios y para los errores estándar se emplea el estimador consistente en presencia de heteroscedasticidad de Cribari-Neto (2004). c) Se omiten las estimaciones para los interceptos. d) **Fuente:** Elaboración propia.

5. DISCUSIÓN

Las acciones de acción de *marketing* implementadas por las empresas tienen diferentes consecuencias sobre las ventas dependiendo de la subcategoría en la que se encuentre el producto. Así, para cada una resultan ser relevantes diferentes acciones de *marketing*, independientemente o interactuando entre ellas. Por ejemplo, nuestros resultados muestran que para la subcategoría *Premium* el lanzamiento de nuevos productos no es una acción de

marketing que por sí misma tenga un efecto sobre las ventas; es necesario que los lanzamientos estén acompañados de la inversión en *marketing* garantizando así una mayor visibilidad a través de medios y canales de distribución. Las ventas aumentan al realizar una mayor inversión en *marketing* y simultáneamente introducir un producto nuevo. Además, los consumidores *Premium* no son sensibles a los cambios en el precio. El precio se convierte en una variable relevante al moderar el efecto que tiene una mayor inversión en *marketing*. Así mismo, la promoción tipo “pague 1 – lleve 2” o “lleve un obsequio”, tampoco tienen un efecto sobre las ventas de este grupo de consumidores.

En cuanto a la inversión en *marketing*, nuestros resultados muestran que esta por sí sola tiene un impacto positivo sobre las ventas de la subcategoría *Premium*. Sin embargo, no es necesario que en el tiempo la inversión continúe aumentando; después de realizar una determinada inversión, un mayor gasto en el periodo siguiente no afecta las ventas. Por el contrario, una disminución en inversión resulta ser positiva para generar un aumento adicional en las ventas. Ahora bien, si se realiza una inversión en *marketing* y además esta incrementa con respecto al periodo anterior, encontramos que la inversión estará relacionada con un cambio en el precio afectando las ventas. La consecuencia sobre las ventas será positiva mientras la inversión en *marketing* esté asociada a un aumento en el precio, pero será negativa si esta inversión se ve relacionada con una disminución en el precio.

En comparación con la subcategoría *Premium*, los consumidores de la categoría *Midprice* tienen una mayor tendencia a decidir sus preferencias de compra al encontrar una reducción en el precio del producto, lo que implica un aumento en las ventas. De manera independiente, las ventas en la subcategoría *Midprice* también se ven positivamente influenciadas por la inversión en *marketing*. Por otro lado, una alianza resulta ser una acción que afecta negativamente el desempeño en ventas.

Dadas las características de la subcategoría *Value*, la disminución del precio afecta las ventas, si se tiene una inversión en *marketing*. Sin embargo, el efecto positivo sobre las ventas es mayor cuando la inversión en *marketing* ha disminuido dado un periodo anterior. Por lo tanto, es importante que una mayor inversión en *marketing* no transmita la percepción de un mayor precio. Congruentemente, en la subcategoría *Value*, las acciones

promocionales son importantes al potencializar la inversión en *marketing*, llevando el nivel de ventas a 28 millones adicionales. Adicionalmente, para la categoría *Value*, el lanzamiento de productos nuevos no es una acción efectiva por sí sola, debe estar acompañada de inversión real en *marketing* para lograr consecuencias positivas sobre las venas de la categoría.

Después de analizar los resultados por subcategoría y tomando las mismas acciones de *marketing*, es posible suponer que estas acciones tienen impactos diferentes y a veces totalmente contrarios dependiendo de la subcategoría en el que se utilicen. Las subcategorías que presentan mayores diferencias son *Premium* y *Value*, ya que conceptualmente están identificados por prioridades diferentes. Para la primera su identificación principal está en calidad, diferenciación y nuevas ofertas. Sin embargo, para la subcategoría *Value* el factor más importante es el precio al consumidor. La subcategoría *Midprice* es un nivel intermedio, en donde las características de calidad vs. valor percibido pueden hacerla semejante al *Value* o al *Premium* de acuerdo con las expectativas del consumidor.

6. IMPLICACIONES PRÁCTICAS

Es apenas natural que las acciones de *marketing* se diseñen e implementen esperando que tengan consecuencias positivas para el desempeño organizacional (Morgan *et al.*, 2009, p. 909); pero esta intuición muchas veces no se cumple. El elaborado plan estratégico de *marketing* que definen las organizaciones debe ser supervisado regularmente considerando como cada acción de *marketing* afecta en el corto o en el largo plazo el desempeño de la marca.

Tal como lo muestran estudios previos (Ataman *et al.*, 2010; Mintz y Currim, 2013), este estudio muestra que las acciones de *marketing* tienen un efecto sobre las ventas. Nuestros resultados confirman además el efecto indirecto que tienen las estrategias de *marketing* sobre las ventas gracias a la interacción con otras acciones de *marketing*. Este es un hecho importante ya que el *mix* de *marketing* es realmente el conjunto de acciones de *marketing* que se formula en un plan y se ejecuta para soportar el crecimiento de la marca desde los diferentes pilares del *marketing*.

Adicionalmente, este estudio muestra que los efectos de las acciones de *marketing* no son iguales para los diferentes segmentos de productos. Particularmente para el caso de productos de consumo masivo, como la categoría de cuidado personal, los resultados sugieren diferenciar las acciones de *marketing* teniendo en cuenta las subcategorías de producto con el fin de tener mayor claridad sobre la consecuencia en las ventas. En otras palabras, este hallazgo ratifica el hecho de que los productos se crean bajo segmentos y conceptos relativamente diferentes. Las acciones de *marketing* deben ser consistentes con dichos conceptos en el largo plazo ya que una misma estrategia no aplica de manera indiscriminada a diferentes segmentos.

En este orden de ideas, el aporte de este estudio es presentar una herramienta estadística que permite evaluar fácilmente el impacto de las acciones de *marketing* sobre las ventas.

REFERENCIAS

- Aremu, M.A. & Bamiduro, J.A. (2012). Marketing Mix Practice as a Determinant of Entrepreneurial Business Performance. *Interninational Journal of Business & Management*, 7 (1), 205-213.
- Ataman, M.B.; Van Heerde, H.J. & Mela, C.F. (2010). The Long-Term Effect of Marketing Strategy on Brand Sales. *Journal of Marketing Research*, 47 (5), 866-882.
- Augier, M. & Teece, D.J. (2008). Strategy as Evolution with Design: The Foundations of Dynamic Capabilities and the Role of Managers in the Economic System. *Organization Studies*, 29 (8/9), 1185-1208.
- Baba, Y. (1989). The Dynamics of Continuous Innovation in Scale-Intensive Industries. *Strategic Management Journal*, 10 (1), 89-100.
- Chen, M.-J. (2009). Competitive Dynamics Research: An insider's Odyssey. *Asia Pacific Journal of Management*, 26, 5-25.
- Cribari-Neto F (2004). Asymptotic Inference Under Heteroskedasticity of Unknown Form. *Computational Statistics & Data Analysis*, 45 (2), 215-233.

- Dyer, J.H. & Singh, H. (1998). The Relational View: Cooperative Strategy and Sources of Interorganizational Competitive Advantage. *The Academy of Management Review*, 23 (4), 660-679.
- Grant, R.M. (2008). *Contemporary Strategy Analysis* (Sexta edición): Blackwell Publishing Ltd.
- Long J.S. & Ervin, L.H. (2000). Using Heteroscedasticity Consistent Standard Errors in the LinearRegression Model. *The American Statistician*, 54, 217–224.
- Lunnan, R. & Haugland, S.A. (2008). Predicting and Measuring Alliance Performance: A Multidimensional Analysis. *Strategic Management Journal*, 29 (5), 545-556.
- MacKinnon J.G. & White, H. (1985). Some Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimators with Improved Finite Sample Properties.” *Journal of Econometrics*, 29, 305-325.
- Mintz, O. & Currim, I.S. (2013). What Drives Managerial Use of Marketing and Financial Metrics and Does Metric Use Affect Performance of Marketing-Mix Activities?*Journal of Marketing*, 77 (2), 17-40.
- Morgan, N.A.; Vorhies, D.W. & Mason, C.H. (2009). Market Orientation, Marketing Capabilities, and Firm Performance. *Strategic Management Journal*, 30, 909-920.
- Raju, J.S. (1992). The Effect of Price Promotions on Variability in Product Category Sales. *Marketing Science*, 11 (3), 207-220.
- Smith, K.A.; Ferrier, W.J. & Ndofor, H. (2001). Competitive Dynamics Research: Critique and Future Directions. En: Hitt, M.; Freeman, E. y Harrison, J. (eds.). *The Blackwell Handbook of Strategic Management*. Oxford: Blackwell.
- White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48, 817-838.



UNIVERSIDAD
PABLO DE OLAVIDE
SEVILLA



REVISTA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA
ECONOMÍA Y LA EMPRESA (22). Páginas 250–262.
Diciembre de 2016. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.
www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2350

Reglas igualitarias para los problemas de reparto con referencias múltiples

SÁNCHEZ, FRANCISCA J.

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla (España)

Correo electrónico: fsansan@upo.es

RESUMEN

En los problemas de reparto que consideramos, hay que repartir un recurso con arreglo a unas referencias de los agentes. Analizaremos estos problemas en un contexto multidimensional pues consideraremos que los agentes tienen referencias múltiples. Para obtener repartos de la cantidad disponible en estas situaciones, es necesario diseñar reglas que tengan en cuenta la multidimensionalidad de las referencias de cada agente. Proponemos y analizamos distintas reglas de reparto que se basarán en un principio igualitario y proporcionamos un procedimiento para la selección de una única asignación.

Palabras claves: problemas de reparto; referencias múltiples; regla de igual pérdida; juegos cooperativos.

Clasificación JEL: C71.

MSC2010: 91A12; 91A80.

Egalitarian Rules for Division Problems with Multiple References

ABSTRACT

We consider the division problems in which a resource must be distributed considering agents' references. We analyze this problems in a multidimensional context, we consider that agents have multiple references. For division of the amount available in these situations, we design rules that take into account the multidimensionality of the references of each agent. We propose and we analyze different rules based on an egalitarian principle and provide a procedure for the selection of a single allocation.

Keywords: division problems; multiple references; egalitarian allocation; cooperative games.

JEL classification: C71.

MSC2010: 91A12; 91A80.



1. Introducción

Un problema de reparto consiste en dividir una determinada cantidad de un bien o de varios bienes entre un conjunto de agentes de acuerdo con ciertas “características” o “referencias” asociadas a estos agentes.

El caso más simple de estos problemas y el más estudiado en la literatura es aquel en el que cada agente está caracterizado por una única cantidad o un único parámetro que es la referencia o característica de dicho agente. A este modelo nos referiremos como “el problema de reparto clásico”.

Un ejemplo de problema de reparto clásico es el problema de bancarrota, donde la referencia de cada agente (los agentes son los acreedores de la empresa) es la reclamación (derecho consolidado) que este hace sobre el valor de liquidación de la empresa en bancarrota. Este modelo ha sido muy estudiado en la literatura; véase, por ejemplo, Thomson (2003). El objetivo fundamental de esta literatura es identificar “reglas de reparto”, que permitan asociar a cada problema una división de la cantidad disponible. Una excelente revisión sobre este tema puede verse en Thomson (2007).

En nuestra investigación extenderemos el modelo de reparto clásico para poder representar y analizar situaciones más complejas de la vida cotidiana de una manera más realista. En concreto, plantearemos una extensión multidimensional del problema de reparto clásico.

Algunas situaciones reales que pueden representarse mediante el modelo de reparto con referencias múltiples son las siguientes: en un problema de bancarrota, los derechos o reclamaciones (referencias) de los acreedores sobre una empresa en bancarrota están clasificadas por categorías (por ejemplo, diferentes valores o activos financieros). Las referencias múltiples pueden también representar las distintas evaluaciones que hacen diferentes expertos de las necesidades o derechos que tienen unos agentes. El modelo también es apropiado para representar problemas en los que hay incertidumbre sobre las referencias. Por ejemplo si varios acreedores tienen derecho a recibir de una empresa, en una fecha futura, ciertas cantidades de activos financieros y la empresa deudora quiebra antes de cumplir con esta obligación, entonces para dividir el valor de liquidación de la empresa entre los acreedores se podrían tener en cuenta distintos escenarios económicos futuros. La incertidumbre sobre las reclamaciones de los acreedores se podría incluir en el modelo considerando los valores de los activos en diferentes escenarios. Estos valores serían las referencias a tener en cuenta en el reparto.

Los problemas de reparto con referencias múltiples han sido estudiados en la literatura desde dos puntos de vista. En el primero, el reparto de la cantidad (generalmente insuficiente para satisfacer todas las reclamaciones) se realiza con arreglo a diferentes conceptos y, dentro de estos conceptos, cada agente recibe su asignación (por ejemplo la Unión Europea divide su presupuesto en distintas partidas, tales como agricultura, medio ambiente, etc. y los distintos países tienen unas reclamaciones en estos diferentes conceptos). En estos problemas se procede en dos pasos: en el primero se agregan las reclamaciones de los agentes en cada concepto y se reparte la cantidad total entre los distintos conceptos con arreglo a dichas referencias agregadas y, en un segundo paso, cada una de estas

asignaciones se reparten entre los agentes. Este análisis es el que se sigue en Lorenzo-Freire *et al.* (2010), Moreno-Terner (2009) y Bergantiños *et al.* (2010, 2011).

El otro punto de vista es el que se aborda en este trabajo. Hay distintas referencias a tener en cuenta para obtener una asignación a los agentes (una de las posibles situaciones que se representan mediante este modelo es, por ejemplo, aquella en la que se pide la colaboración de expertos o árbitros para valorar las necesidades de los agentes y cada experto da unas referencias distintas que se quieren tener en cuenta en el reparto). Estos modelos se han estudiado también en los trabajos de Sánchez (2012), Hinojosa *et al.* (2012, 2013, 2014), Calleja *et al.* (2005), González-Alcón *et al.* (2007) y Ju *et al.* (2007). El objetivo fundamental de esta literatura es identificar “reglas de reparto”, que permitan asociar a cada problema una división de la cantidad disponible.

En este modelo proponemos reglas de reparto que estarán basadas en un principio igualitario; en concreto, nos centraremos en las pérdidas que sufren los agentes en el reparto. Analizaremos el problema de reparto también desde el punto de vista de la Teoría de Juegos Cooperativos (O’Neill, 1982). Para ello, asociaremos a cada problema de reparto con referencias múltiples un juego cooperativo de valoración vectorial. Para nuestra propuesta de regla en este juego, nos basaremos en la generalización de nucleolo que se presenta en Hinojosa *et al.* (2005) para un juego multi-escenario. Dada la multidimensionalidad del problema que estudiamos, la solución que proporcionarán dichas reglas no será única por lo que tendremos que buscar algún procedimiento que permita seleccionar asignaciones.

En este trabajo la estructura es la siguiente: en la Sección 2 se realiza una breve introducción del problema de reparto clásico y de la regla de igual pérdida restringida. En la Sección 3 se define el problema de reparto con referencias múltiples. Para este modelo proponemos una extensión de la regla de igual pérdida y proporcionamos un procedimiento que permitirá la selección de una única asignación en el conjunto de resultados del problema. En la Sección 4, definiremos el juego asociado al problema de reparto con múltiples referencias. En paralelo con lo realizado en la Sección 3, propondremos una regla de reparto para el juego. En la Sección 5 exponemos las conclusiones del trabajo.

2. El problema de reparto clásico

Sea $N = \{1, 2, \dots, n\}$ un conjunto de agentes. Un problema de reparto clásico consiste en dividir una cantidad $E \in \mathbb{R}_+^1$ de un bien infinitamente divisible, entre N agentes de acuerdo con unas referencias, representadas por el vector $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, donde $c_i \in \mathbb{R}_+$ representa la referencia o característica del agente $i \in N$. También podemos representar el vector \mathbf{c} como $(c_i)_{i \in N}$. Representamos el problema de reparto clásico por la terna (N, \mathbf{c}, E) y denotamos por \mathcal{C}_N a la clase de estos problemas. Si no hay confusión posible, al problema de

¹ \mathbb{R} (resp. \mathbb{R}_+ y \mathbb{R}_{++}) denota el conjunto de todos los números reales (resp. no negativos y positivos) y \mathbb{R}^N (resp. \mathbb{R}_+^N y \mathbb{R}_{++}^N) el producto cartesiano de $|N|$ copias de \mathbb{R} (resp. \mathbb{R}_+ y \mathbb{R}_{++}), donde $|N|$ denota el cardinal de N .

reparto clásico lo denotamos simplemente por (\mathbf{c}, E) .

Si para cada $i \in N$, la cantidad c_i representa la reclamación legítima del agente i sobre la cantidad a repartir, y ésta no es suficiente para satisfacer las reclamaciones de todos los agentes, esto es $c(N) = \sum_{i \in N} c_i > E$, entonces (\mathbf{c}, E) es un *problema de bancarrota* (Aumann y Maschler, 1985). En este caso, E puede interpretarse como el valor de liquidación de una empresa y cada coordenada de \mathbf{c} representa la reclamación que hace cada uno de los acreedores.

En un problema de reparto clásico se trata de determinar las cantidades que deben asignarse a cada agente de manera que la suma total sea la cantidad a repartir. Formalmente, una asignación o reparto para un problema (\mathbf{c}, E) es un vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^N$, que cumple la condición de eficiencia, $\sum_{i \in N} x_i = E$. Cada componente, x_i , representa la cantidad asignada al agente i en el reparto. Denotamos por $X(E) \subseteq \mathbb{R}_+^N$ el conjunto de todas las asignaciones de la cantidad a repartir, E .

Una *regla de reparto* es una función, R , que asocia a cada problema de reparto $(\mathbf{c}, E) \in \mathcal{C}_N$ una asignación $R(\mathbf{c}, E) \in X(E)$.

2.1. Regla de igual pérdida restringida

Son muchas las reglas de reparto que proporcionan soluciones para el problema de reparto; véase, por ejemplo, Thomson (2003). En este trabajo, nos centramos en una regla que incorpora la noción de igualdad en el reparto, como es la de igual pérdida restringida.

Esta regla es una de las más utilizadas en problemas de bancarrota. En ella se pretende que sean iguales todas las pérdidas (entendiendo éstas como la diferencia entre las reclamaciones y las asignaciones) en las que pueden incurrir los agentes, siempre que nadie reciba una cantidad negativa. La regla da prioridad a los agentes con reclamaciones más elevadas sobre los agentes con reclamaciones menores.

Para cada $(\mathbf{c}, E) \in \mathcal{C}_N$, y para cada $i \in N$,

$$CEL_i(\mathbf{c}, E) = \max\{0, c_i - \lambda\},$$

donde $0 \leq \lambda < \infty$ es tal que $\sum_{i=1}^n CEL_i(\mathbf{c}, E) = E$.

El proceso se desarrollaría de la siguiente forma: Se suman las reclamaciones de todos los agentes y se obtiene la cantidad que falta por cubrir de las reclamaciones de éstos; i.e. $c(N) - E$. Esta pérdida se reparte a partes iguales entre los agentes con la condición de que a ninguno se le asigne una cantidad negativa en el reparto final. Por tanto, si en la primera fase a algunos agentes les corresponden cantidades negativas (i.e. $(c_i - \frac{c(N)-E}{n}) < 0$ para algún i), a dichos agentes se les asigna 0 y las pérdidas que tendrían que asumir se reparten a partes iguales entre el resto de los agentes. El proceso continuaría hasta que $c(N) - E$ se reparta totalmente entre los agentes.

El caso de dos agentes podría representarse gráficamente, asignándose el punto más cercano a las reclamaciones que esté sobre la recta de posibles soluciones y que sea factible (véase Figura 1).

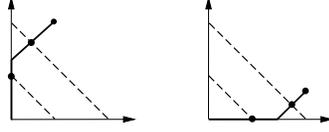


Figura 1: Regla de reparto de igual pérdida restringida.

3. El problema de reparto con referencias múltiples

Un *problema de reparto con referencias múltiples* es una terna (N, C, E) donde $N = \{1, 2, \dots, n\}$ es el conjunto de agentes, $E \in \mathbb{R}_{++}$ es la cantidad que hay que repartir y $C \in \mathbb{R}_+^{N \times M}$ es la matriz de referencias. Denotamos por c_i^j un elemento de la matriz C . Para cada $i \in N$, la columna i de la matriz C , $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^M$, representa las referencias del agente i con respecto a los diferentes atributos². Para cada $j \in M$, la fila $\mathbf{c}^j \in \mathbb{R}^N$ representa las referencias de todos los agentes respecto al atributo j . También podemos representar a la matriz C como $(\mathbf{c}_i)_{i \in N}$ o como $(\mathbf{c}^j)_{j \in M}$. Cuando no haya confusión posible, al problema de reparto con referencias múltiples se lo denota por (C, E) .

Denotamos por \mathcal{C}_N^M a la clase de todos los problemas de reparto con referencias múltiples asociado a un conjunto de agentes N y al conjunto de atributos M .

Una *asignación* para $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$ es un vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^N$, que cumple la propiedad de eficiencia, $\sum_{i \in N} x_i = E$. Sea $X(E) \subseteq \mathbb{R}_+^N$ el conjunto de todas las asignaciones para el problema de reparto con referencias múltiples, $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$.

Una *regla* de reparto para \mathcal{C}_N^M es una función, R ,³ que asocia a cada problema $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$ una asignación $R(C, E) \in X(E)$.

El objetivo fundamental de este trabajo es definir reglas de reparto para el problema con referencias múltiples, que permitan asociar a cada problema una división de la cantidad disponible.

3.1. Generalización de la regla de igual pérdida restringida

La idea que subyace en la regla de igual pérdida es que el agente con mayor grado de descontento o pérdida esté lo mejor posible. La regla proporciona un reparto en el que estos descontentos tienden a igualarse, es decir, proporciona resultados que minimizan las máximas pérdidas de los agentes. Nuestro propósito es obtener una generalización de la regla de igual pérdida restringida al caso de referencias múltiples.

En primer lugar formalizamos la extensión de la noción de pérdida por medio de un principio minimax para el caso multidimensional, es decir, generalizamos la idea de minimizar el descontento máximo de los agentes.

²Adoptaremos esta terminología, aunque en vez de atributos podríamos referirnos a distintos bienes, o diferentes escenarios futuros, o a las distintas evaluaciones que hacen un conjunto de expertos.

³Por simplicidad, si no hay confusión posible, denotamos por R tanto a la regla para el problema de reparto clásico como a la regla para el problema con referencias múltiples.

Consideraremos como medida de la pérdida o descontento de los agentes con respecto al reparto \mathbf{x} , el vector $\mathbf{p}(\mathbf{x}) = (p^1(\mathbf{x}), \dots, p^m(\mathbf{x}))$, donde:

$$p^j(\mathbf{x}) = \max_{i \in N} \{c_i^j - x_i\}, \quad i \in N, \quad j \in M.$$

Las componentes de $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ representan el máximo descontento de los agentes con respecto a \mathbf{x} en cada uno de los atributos.

Para cada agente $i \in N$ y cada asignación $\mathbf{x} \in X(E)$, definimos una función de descontento, $\mathbf{p}(\mathbf{x}, i)$, cuyas componentes vienen dadas por $c_i^j - x_i$, para todo $j \in M$. Esta función mide el descontento del agente $i \in N$ bajo la asignación \mathbf{x} en cada uno de los atributos.

Sean $a^j, j = 1, \dots, m$ los componentes del vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$. Para $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, usamos la siguiente notación: $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ si $a^j \leq b^j$ para todo $j = 1, \dots, m$; $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ si $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ y $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$; $\mathbf{a} \not\leq \mathbf{b}$ (resp. $\mathbf{a} \not\leq \mathbf{b}$) si $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ (resp. $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$) no es cierto.

Definición 3.1. $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^k$ es un vector de descontento máximo no dominado para el problema $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$, si existe $\mathbf{x} \in X(E)$ tal que $\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{x})$ y no existe $\mathbf{y} \in X(E)$ tal que $\mathbf{p}(\mathbf{y}) \leq \mathbf{p}$.

Con objeto de obtener resultados que minimicen el descontento de los agentes, definimos la regla de igual pérdida restringida para el problema de reparto con referencias múltiples.

Definición 3.2. La regla de igual pérdida restringida, $CEL(C, E)$, asigna a cada problema $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$ el conjunto de asignaciones $\mathbf{x} \in X(E)$ para las que el vector de descontento máximo, $\mathbf{p}(\mathbf{x})$, es no dominado.

Cada asignación que se obtiene con la regla de igual pérdida restringida, $CEL(C, E)$, pertenece al siguiente conjunto:

$$T(C, E) = \{\mathbf{x} \in X(E) | \mathbf{p}(\mathbf{x}, i) \leq \mathbf{p}(\mathbf{x}), \forall i \in N\}.$$

Para obtener las asignaciones en las que el máximo descontento de los agentes sea no dominado, podemos formular un problema vectorial cuya solución proporcionará el conjunto de asignaciones que da la regla $CEL(C, E)$ para el problema $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & p^1(\mathbf{x}), \dots, p^m(\mathbf{x}). \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{x} \in X(E) \end{aligned}$$

Este problema equivale al siguiente problema de programación lineal multi-objetivo; problema al que nos referiremos como (P.1.):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \{t^1, \dots, t^m\} \\ \text{s.a.} \quad & c_i^j - x_i \leq t^j, \quad \forall i \in N, \quad j \in M \\ & \mathbf{x} \in X(E). \end{aligned}$$

La generalización de la regla de igual pérdida que acabamos de definir proporciona un conjunto de repartos; por lo que sería necesario utilizar algún criterio adicional que nos permita realizar una selección en el conjunto de asignaciones. En lo que sigue nos proponemos definir un procedimiento que nos permita elegir una única asignación del conjunto de repartos posibles.

3.1.1. Selección de asignaciones

Para la selección de una asignación en el conjunto de todas las posibles, buscaremos la asignación más justa en el sentido de que el agente que resulte más desfavorecido en el reparto esté lo menos perjudicado posible. Para dicha selección, nos hemos inspirado en el procedimiento introducido por Nishizaki y Sakawa (2001) para la selección de un único punto en el problema de producción multiobjetivo.

La regla de igual pérdida restringida indicada en la Definición 3.2 también puede formularse como sigue:

$$CEL(C, E) = \arg \min_{\mathbf{x} \in X(E)} \max_{i \in N} \mathbf{p}(\mathbf{x}, i).$$

Así, podemos proponer el siguiente problema de programación lineal, al que nos referiremos como problema (P.2.):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}, \epsilon} \quad & \epsilon \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{p}(\mathbf{x}, i) \leq \epsilon, \quad \forall i \in N \\ & \mathbf{x} \in T(C, E). \end{aligned}$$

La solución óptima del problema (P.2.) la denotaremos por $\overline{CEL}(C, E)$ y será la asignación que elegiremos en el conjunto de asignaciones que proporciona la regla $CEL(C, E)$.

4. El juego

En esta Sección el principal objetivo es el estudio de cómo la Teoría de Juegos Cooperativos es capaz de proporcionar una regla de reparto en los problemas de referencias múltiples.

4.1. La regla

Para definir el juego, asociaremos a cada problema de reparto con referencias múltiples un juego de valoración vectorial. Para ello, nos basaremos en el procedimiento propuesto por O'Neill (1982).

A cada problema de reparto con referencias múltiples, $(C, E) \in \mathcal{C}_N^M$, podemos asociar un juego de valoración vectorial $(N, v_{(C,E)})$, donde $v_{(C,E)}(S) \in \mathbb{R}^M$ representa la función característica del juego. Las componentes de $v_{(C,E)}(S)$ vienen dadas por:

$$v_{(C,E)}^j(S) = \max \{ E - c^j(N \setminus S), 0 \}, \quad \forall j \in M, S \subseteq N,$$

donde

$$c^j(N \setminus S) = \sum_{i \in N \setminus S} c_i^j.$$

El valor $v_{(C,E)}^j(S)$ es una valoración pesimista de lo que la coalición S puede conseguir en el atributo $j \in M$, puesto que primero asigna a los agentes que

no pertenecen a S lo que determina su referencia y, si después de esto, queda algo de la cantidad que se reparte, E , eso sería lo que la coalición S podría asegurarse. Obsérvese que en el juego, el valor de la gran coalición en cada atributo coincide con el estado E ; i.e.:

$$v_{(C,E)}^j(N) = E, \quad j \in M.$$

Como en los juegos convencionales, una asignación del juego es un vector, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^N$, cuyas componentes representan el pago que recibe cada jugador, de forma que $\sum_{i \in N} x_i = E$. La suma $x(S) = \sum_{i \in S} x_i$ es el pago de la coalición S . Denotamos por $X(v)$ al conjunto de las asignaciones del juego.

De entre el conjunto de asignaciones de la cantidad que se reparte, que cumplen la propiedad de eficiencia, la propuesta de solución que haremos está basada en la diferencia entre lo que las coaliciones obtienen con respecto a una asignación y su valor en el juego cooperativo definido anteriormente.

Para cada asignación, $\mathbf{x} \in X(v)$, y cada coalición, $S \subseteq N$, podemos definir una *función de descontento* con valoración vectorial, $e(\mathbf{x}, S)$, cuyas componentes vienen dadas por:

$$e^j(\mathbf{x}, S) = v_{(C,E)}^j(S) - x(S),$$

para $j \in M$. Esta función mide el descontento de la coalición S con la asignación \mathbf{x} en cada atributo. Para un atributo $j \in M$, si el descontento es positivo, indica que en la asignación \mathbf{x} la coalición S recibe menos de lo que podría obtener sin contar con el resto de los jugadores fuera de S , lo que sugiere la interpretación de $e^j(\mathbf{x}, S)$ como el *sacrificio* que se pide a la coalición S para implementar la asignación \mathbf{x} . Cuando $e^j(\mathbf{x}, S)$ es negativo, la coalición S recibe en la asignación \mathbf{x} más de lo que podría garantizarse una vez que se le ha asignado toda su demanda a los jugadores fuera de S ; en este caso el descontento mide la *satisfacción* que la coalición S obtiene con la asignación \mathbf{x} .

Esta función de descontento jugará un papel muy importante en la definición de nuestra regla de reparto. Para nuestra propuesta de regla, nos basaremos en la generalización de nucleolo que para el juego multi-escenario se presenta en Hinojosa *et al.* (2005).

El objetivo es encontrar asignaciones que minimicen el máximo descontento de los agentes. Como medida de pérdida o descontento, consideraremos un vector de descontento máximo que considerará el peor valor de una asignación $\mathbf{x} \in X(v)$ en todo el conjunto de coaliciones.

Definición 4.1. *El vector de descontento máximo para la asignación $\mathbf{x} \in X(v)$, es el vector $\mathbf{q}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^M$, cuyas componentes vienen dadas por $q^j(\mathbf{x}) = \max_{S \subseteq N} e^j(\mathbf{x}, S)$, $j \in M$.*

Formalizamos la idea de seleccionar las asignaciones que minimizan el máximo descontento.

Definición 4.2. *$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^M$ es un vector de descontento máximo no dominado para el juego $(N, v_{(C,E)})$, si existe $\mathbf{x} \in X(v)$ tal que $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{x})$ y no existe $\mathbf{y} \in X(v)$ tal que $\mathbf{q}(\mathbf{y}) \leq \mathbf{q}$.*

Definición 4.3. La regla de descontento igualitario, $N(v_{(C,E)})$, asigna a cada juego $(N, v_{(C,E)})$ el conjunto de asignaciones $\mathbf{x} \in X(v)$ para las que el vector de descontento máximo, $\mathbf{q}(\mathbf{x})$, es no dominado.

Nótese que las asignaciones que proporciona esta regla pueden obtenerse como las soluciones del siguiente problema de programación lineal multiobjetivo, problema al que nos referiremos como (P.3.):

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}}{\text{mín}} \quad \{s^1, \dots, s^m\} \\ & \text{s.a.} \quad v_{(C,E)}^j(S) - x(S) \leq s^j, \quad \forall S \in N, \quad j \in M \\ & \quad \mathbf{x} \in X(v) \end{aligned}$$

4.1.1. Selección de asignaciones

Ahora la idea para elegir una asignación entre todas las posibles es buscar un equilibrio entre las posibles objeciones que las coaliciones pueden presentar, es decir, reducir el descontento de una coalición S sin incrementar el de otra en mayor medida. Las asignaciones que seleccionaremos minimizarán el mayor descontento que una coalición pueda tener.

Para cada $S \subset N$ y cada $\mathbf{x} \in X(v)$ definimos una función de descontento, $q(\mathbf{x}, S)$, cuyas componentes son $e^j(\mathbf{x}, S) = v_{(C,E)}^j(S) - x(S)$, $\forall j \in M$. Esta función mide el descontento de la coalición $S \subset N$ bajo la asignación \mathbf{x} en cada uno de los atributos.

Cada asignación que proporciona la regla descrita antes, pertenece al conjunto $R(v_{(C,E)}) = \{\mathbf{x} \in X(v) | q(\mathbf{x}, S) \leq \mathbf{q}(\mathbf{x}), \forall S \subset N\}$.

La regla de descontento igualitario indicada en la Definición 4.3 también puede formularse como:

$$N(v_{(C,E)}) = \arg \underset{\mathbf{x} \in X(v)}{\text{mín}} \underset{S \subset N}{\text{máx}} \mathbf{q}(\mathbf{x}, S).$$

Equivalentemente a esta definición podemos proponer el siguiente problema de programación lineal, al que nos referiremos como problema (P.4.), que nos permitirá elegir una única asignación entre las posibles:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}, \epsilon}{\text{mín}} \quad \epsilon \\ & \text{s.a.} \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}, S) \leq \epsilon, \quad \forall S \subset N \\ & \quad \mathbf{x} \in R(v_{(C,E)}) \end{aligned}$$

A la solución óptima del problema (P.4.) la denotaremos por $\underline{N}(v_{(C,E)})$ y será la asignación que seleccionaremos en el conjunto solución que proporciona la regla $N(v_{(C,E)})$.

Ejemplo 4.4. Consideremos un problema de reparto con referencias múltiples con tres agentes y tres atributos. Se dispone de una cantidad a repartir de $E = 4$ y las referencias en los atributos vienen dadas por $\mathbf{c}^1 = (2, 3, 5)$, $\mathbf{c}^2 = (1, 5, 2)$ y $\mathbf{c}^3 = (2, 1, 2)$.

Para obtener las asignaciones que proporciona la regla $CEL(C, E)$, formulamos y resolvemos el problema (P.1.) cuya resolución nos da los siguientes cinco

puntos extremos: $\bar{\mathbf{x}}_1 = (\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3})$, $\bar{\mathbf{x}}_2 = (\frac{1}{3}, \frac{10}{3}, \frac{1}{3})$, $\bar{\mathbf{x}}_3 = (\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{3})$, $\bar{\mathbf{x}}_4 = (0, \frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ y $\bar{\mathbf{x}}_5 = (0, 1, 3)$. Estas asignaciones definen el conjunto poliédrico representado en la Figura 2.

Para la selección de una asignación en el conjunto de asignaciones antes obtenido, formulamos el problema (P.2.). La resolución de dicho problema proporciona una única solución óptima, que en este problema coincide con el punto extremo $\bar{\mathbf{x}}_5 = \overline{CEL}(C, E) = (0, 1, 3)$.

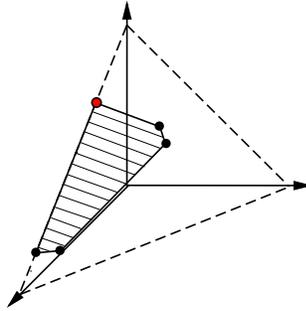


Figura 2: Generalización de la regla de igual pérdida.

Ahora vamos a buscar otra solución al problema de reparto con referencias múltiples pero esta vez desde la perspectiva de la Teoría de Juegos Cooperativos. En primer lugar, obtenemos el juego cooperativo $(N, v_{(C,E)})$ asociado al problema de reparto con referencias múltiples (C, E) :

S	$v_{(C,E)}^1(S)$	$v_{(C,E)}^2(S)$	$v_{(C,E)}^3(S)$
$\{1\}$	0	0	1
$\{2\}$	0	1	0
$\{3\}$	0	0	1
$\{1,2\}$	0	2	2
$\{1,3\}$	1	0	3
$\{2,3\}$	2	3	2
$\{1,2,3\}$	4	4	4

Para obtener las asignaciones que proporciona la regla $N(v_{(C,E)})$ formulamos y resolvemos el problema (P.3.), obteniéndose los siguientes tres puntos extremos: $\underline{\mathbf{x}}_1 = (1, 1, 2)$, $\underline{\mathbf{x}}_2 = (\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2})$ y $\underline{\mathbf{x}}_3 = (\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3})$. El conjunto poliédrico que definen se representa en la Figura 3.

Para la selección de una asignación en dicho conjunto, formulamos y resolvemos el problema (P.4.). Este problema tiene una única solución óptima, $\underline{N}(v_{(C,E)}) = (1, 1, 2)$, que en este caso además coincide con la asignación obtenida anteriormente por el punto extremo $\underline{\mathbf{x}}_1$.

5. Conclusiones

En este trabajo estudiamos el problema de reparto en un contexto multidimensional pues consideramos que los agentes tienen referencias múltiples. El

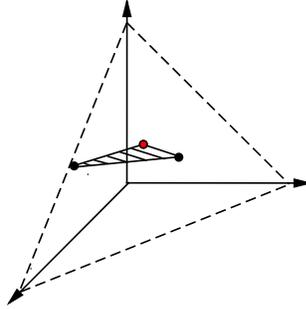


Figura 3: Regla de descontento igualitario.

problema tratado es aplicable a problemas reales como son las situaciones de bancarrota, la distribución de impuestos, el reparto de beneficios, y las herencias cuando el reparto indicado en el testamento no coincide con la herencia a repartir.

Para el problema analizado, proponemos reglas de reparto que pueden considerarse racionales independientemente del atributo considerado. Cuando se extienden las reglas de reparto al caso de múltiples referencias el inconveniente principal es que la solución no consiste en un único reparto si no en un conjunto de repartos entre los que elegir. En el caso de la generalización de la regla de igual pérdida es posible un refinamiento del conjunto de soluciones mediante un procedimiento lexicográfico análogo al utilizado en Hinojosa *et al.* (2005) para juegos cooperativos multi-escenario. Sin embargo, nuestra propuesta consiste en elegir una asignación entre todas las posibles, que será la mejor en el sentido de que el agente que resulte más desfavorecido en el reparto esté lo menos perjudicado posible.

Se podría dar otra visión sobre los procedimientos para reducir los conjuntos de repartos que consistiría en incorporar información adicional sobre la importancia de las referencias; para ello, se podrían considerar distintas ponderaciones de las referencias en los atributos.

Referencias

- Aumann, R.J. y Maschler, M. (1985):** Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud. *Journal of Economic Theory*, 36, 195-213.
- Bergantiños, G.; Lorenzo, L. y Lorenzo-Freire, S. (2010):** A characterization of the proportional rule in multi-issue allocation situations. *Operations Research Letters*, 38, 17-19.
- Bergantiños, G.; Lorenzo, L. y Lorenzo-Freire, S. (2011):** New characterizations of the constrained equal awards rule in multi-issue allocation situations. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74, 311-325.

- Calleja, P.; Borm, P. y Hendrickx, R. (2005):** Multi-issue allocation situations. *European Journal of Operational Research*, 164, 730-747.
- González-Alcón, C.; Borm, P.; Hendrickx, R. (2007):** A composite run-to-the-bank rule for multi-issue allocation situations. *Mathematical Methods of Operations Research*, 65, 339-352.
- Hinojosa, M.A.; Mármol, A.M. y Thomas, L.C. (2005):** Core, least core and nucleolus for multiscenario cooperative games. *European Journal of Operational Research*, 164, 225-238.
- Hinojosa, M.A.; Mármol, A.M. y Sánchez, F.J. (2012):** A consistent Talmudic rule for division problems with multiple references. *TOP*, 20, 3, 661-678.
- Hinojosa, M.A.; Mármol, A.M. y Sánchez, F.J. (2013):** Extended proportionality in division problems with multiple references. *Annals of Operations Research*, 206, 183-195.
- Hinojosa, M.A.; Mármol, A.M. y Sánchez, F.J. (2014):** Leximin rules for bankruptcy problems under uncertainty. *International Journal of Systems Science*, 45, 20-28.
- Ju, B-G.; Miyagawa, E. y Sakai, T. (2007):** Non-manipulable division rules in claim problems and generalizations. *Journal of Economic Theory*, 132, 1-26.
- Lorenzo-Freire, S.; Casas-Méndez, B. y Hendrickx, R. (2010):** The Two-stage Constrained Equal Awards and Losses Rules for Multi-issue Allocation Situations. *TOP*, 18, 465-480.
- Moreno-Ternero, J.D. (2009):** The proportional rule for multi-issue bankruptcy problems. *Economics Bulletin*, 29, 483-490.
- Nishizaki, I. y Sakawa, M. (2001):** On computational methods for solutions of multiobjective linear production programming games. *European Journal of Operational Research*, 129, 386-413.
- O'Neill, B. (1982):** A problem of rights arbitration from the Talmud. *Mathematical Social Sciences*, 2, 345-371.
- Sánchez, F.J. (2012):** An algorithm to compute a rule for division problems with multiple references. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA. Rect@*, 13, 107-118.
- Thomson, W. (2003):** Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: A survey. *Mathematical Social Sciences*, 45, 249-297.
- Thomson, W. (2007):** How to divide when there isn't enough. From the Talmud to game theory. Manuscript. University of Rochester.

Volumen 22 (diciembre 2016)

Diseño de un modelo específico para la predicción de la quiebra de *micro-entities*

Design of a Specific Model for Predicting Micro-Entities Failure

Blanco Oliver, Antonio J.; Irimia Diéguez, Ana I.; Vázquez Cueto, María José

Páginas 3–18

Aplicación de la metodología DMAIC de Seis Sigma con simulación discreta y técnicas multicriterio

Application of Six Sigma DMAIC with Discrete Simulation and Multicriterial Techniques

Garza Ríos, Rosario C.; González Sánchez, Caridad N.; Rodríguez González, Ernesto L.; Hernández Asco, Caridad M.

Páginas 19–35

Economía artificial: una valoración crítica

Artificial Economics: A Critical Review

Izquierdo, Segismundo S.; Izquierdo, Luis R.; Galán, José M.; Santos, José I.

Páginas 36–54

Análisis exploratorio de estructuras temporales desde la óptica de tablas múltiples. Una aplicación

Exploratory Analysis of Temporal Structures from the Multiple Tables Optic. An Application

Landaluce Calvo, M. Isabel

Páginas 55–77

¿Pueden considerarse significativas las reformas fiscales de México?

Can the Tax Reforms in Mexico be Considered Significant?

Lagunas Puls, Sergio; Ramírez Pacheco, Julio César

Páginas 78–103

Aplicación de dos técnicas del análisis multivariado en el mercado de valores mexicano

Application of Two Techniques of Multivariate Analysis in the Mexican Stock Market

Quiroga Juárez, Christian Arturo; Villalobos Escobedo, Aglaé

Páginas 104–119

Emancipación familiar en España. Análisis del comportamiento de los jóvenes en 1990, 2000 y 2010

Leaving Parental Home in Spain. Behavior of Youth Analysis in 1990, 2000 and 2010

Colom Andrés, M^a Consuelo; Molés Machí, M^a Cruz

Páginas 120–138

Metodología para elaborar leyes de posibilidad de retirada del cliente: una aplicación al sector del vestido

A Methodology to Elaborate Laws of Possibilities in the Retreat of a Client: An Application to the Dress Sector

Ortigosa Hernández, Mauricio; Gil Lafuente, Anna María

Páginas 139–163

Procedimiento para la formulación de constructos en mercadeo

Developing Measures of Marketing Constructs

Domínguez Sandoval, Stella Isabel

Páginas 164–189

Análisis de combustibles fósiles en el mercado de generación de energía eléctrica en Colombia: un contraste entre modelos de volatilidad

Analysis of Fossil Fuels in the Market for Electricity Generation in Colombia: A Contrast between Models of Volatility

Arango A., Mónica Andrea; Arroyave O., Santiago

Páginas 190–215

Factores explicativos del rendimiento escolar en Latinoamérica con datos PISA 2009

Factors Explaining School Performance in Latin America with PISA 2009 Data

De Jorge-Moreno, Justo

Páginas 216–229

Estimación de un modelo econométrico para determinar el efecto de acciones de marketing en ventas de productos de cuidado personal en Colombia

Panel Analysis to Determine the Effect of Marketing Actions on Sales of Personal Care Products

Arboleda, Ana M.; Alonso, Julio C.

Páginas 230–249

Reglas igualitarias para los problemas de reparto con referencias múltiples

Egalitarian Rules for Division Problems with Multiple References

Sánchez, F.J.

Páginas 250–262