



Análisis comparativo de modelos de planificación agregada. El caso de las empresas manufactureras colombianas

RAHMER, BRUNO DE JESÚS

Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco (Colombia)

Correo electrónico: brunodejesus.2509@gmail.com

GARZÓN SAÉNZ, HERNANDO

Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco (Colombia)

Correo electrónico: hnando2001@gmail.com

GARZÓN SOLANA, JOSÉ MANUEL

Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco (Colombia)

Correo electrónico: ingjosemsolanag@gmail.com

RESUMEN

La intención primaria del presente artículo es realizar un análisis comparativo entre estrategias de planeación de la capacidad de firmas pertenecientes a la industria manufacturera colombiana. Los planes erigidos son determinados a partir la aplicación de sofisticadas técnicas de programación matemática restringida. Se concluye, a partir de los resultados obtenidos, que la alternativa más fiable para resolver el problema de planificación agregada corresponde a aquella basada en el método de transporte, dado que permite satisfacer los requerimientos de la demanda sin transgredir las limitantes del sistema productivo y, por supuesto, las restricciones establecidas por la alta dirección. La implementación del plan permite anticipar decisiones que respectan a la programación de existencias en stock, la determinación del tamaño de fuerza laboral, así como también, en lo concerniente al dimensionamiento de las capas de inversión. La conjunción de todos estos factores será un determinantes clave para ajustar la tasa de respuesta de la empresa frente a un entorno mercantil naturalmente variante y especializado. El plan agregado, en última instancia, permite coordinar las operaciones en el orden táctico y tiene como objetivo ulterior, la proyección y suministro de los recursos necesarios para establecer un óptimo equilibrio entre la oferta y la demanda.

Palabras clave: modelo de coeficientes gerenciales, planeación agregada, programación por metas, programación entera mixta, programación lineal, pronóstico.

Clasificación JEL: 65K05; 62P30; 90C11, 90C29, 90C90

MSC2010: L6; M5; M10.

Comparative analysis of aggregate planning models. The case of the colombian manufacturing companies

ABSTRACT

The primary intention of this article is to perform a comparative analysis between capacity planning strategies of Colombian manufacturing companies. The plans are designed based on the application of mathematical programming techniques. From the results obtained, it is concluded that the most reliable alternative to solve the aggregate planning problem is that based on the transportation method, since it satisfies the requirements of the demand and does not violate the restrictions of the production system. The implementation of the plan allows to program stocks in stock, the size of the workforce, as well as the investment levels. These factors are important to adjust the response rate of the company in a specialized market. The aggregate plan coordinates tactical operations and projects the necessary resources to establish an optimal balance between supply and demand.

Keywords: aggregate planning, goal programming, mixed integer programming, linear programming, forecasting, management coefficients.

JEL classification: 65K05; 62P30; 90C11, 90C29, 90C90

MSC2010: L6; M5; M10.



1. Introducción

La apertura y especialización de los mercados en el actual siglo ha forzado a las empresas a aunar esfuerzos para satisfacer las necesidades de los consumidores, agentes racionales, que además de integrar este complejo entorno en auspicios de la maximización de la utilidad, son los rectores de su curso (Garzón, Solana & Rahmer, 2017). El éxito de la organización se verá condicionado en gran medida, por su capacidad para comprender las dependencias operativas y adaptarse a las dinámicas inherentes al entorno mercantil (Gansterer, 2015). Esto implica la reconstrucción, reconversión y encauzamiento de procesos internos para el alcance de mejoras en el desempeño operacional. Por las razones anteriormente expuestas, se torna en una labor impostergable, la formulación de planes de ventas y operaciones, que le permitan a la firma responder a las fluctuaciones de la demanda y superar las restricciones de su sistema productivo. Los elementos anteriores constituyen la base para el establecimiento de derroteros que faciliten la obtención sistemática de ventajas competitivas sostenibles en la progresión temporal. En esencia, la planificación de las ventas y de las operaciones está inextricablemente vinculada la dirección y control sistemático de los procesos de transformación de insumos en servicios y bienes terminados que son ofertados a clientes internos y externos (Krajewski, Ritzman & Maholtra, 2008).

Los sistemas de planificación y gestión integrados suelen ser configurados en función de una estructura decisional jerarquizada y segmentada en distintos niveles: el estratégico, que define marcos referenciales no específicos y objetivos a concretar en el largo plazo; el táctico, que involucra a las áreas funcionales de la empresa y fija un margen de actuación evaluado a medio plazo; y en el último estadio, el nivel operacional, en el que se ejecutan actividades puntuales en el corto plazo, a partir de las directrices proporcionadas por los niveles superiores (Albornoz, Bravo & Ortiz-Araya, 2015).

La planificación de ventas y operaciones, que implica distintos niveles de agregación, se localiza en el nivel táctico del proceso jerárquico de planificación, y suministra un marco operativo que asiste a la toma de decisiones en contextos fabriles y de servicios (Arredondo et al., 2017), la determinación del nivel general de la capacidad y la disposición de recursos financieros y de capital, amén de posibilitar el ajuste de los componentes de producción. Esto, con el objetivo de pergeñar estrategias direccionadas a satisfacer las demandas futuras, asumiendo el costo mínimo posible. (Mékidiche, Mouslim & Sahed, 2013; Noegraheni & Nuradli, 2016). De esta forma, se enlazan los objetivos estratégicos y sus directrices generales con los procesos internos, propiciando simultáneamente la vinculación sinérgica de las áreas funcionales que constituyen la empresa.

En los apartados posteriores, se presentan los resultados de un caso de estudio en el que se revela la aplicación de los principios teóricos que gobiernan el proceso de planificación agregada y la consecuente provisión de soluciones reproducibles en el contexto empresarial de la ciudad de Cartagena de Indias.

2. Metodología

En consonancia con lo subrayado anteriormente, se estima la demanda agregada durante el periodo referencial. Para tal efecto, se apela al uso de sendas técnicas de proyección puramente cuantitativas, que utilizan como input los datos históricos disponibles a fin de ajustar la capacidad operativa y garantizar la entrega oportuna de los volúmenes de productos solicitados por los consumidores finales. La información anterior servirá como entrada para la confección del plan de ventas y operaciones.

Se consideran dos tipos de alternativas para el desarrollo del plan agregado: las alternativas reactivas, que conjuntan las acciones conducentes a hacer frente a los requerimientos de la demanda, y las alternativas dinámicas, que integran las acciones direccionadas a modificar la demanda real. En el marco de este análisis, se debe hallar la carga del proceso, es decir, el trabajo liberado o planificado en el periodo referencial (Chapman, 2006) y consecutivamente se debe contemplar la posibilidad de generar modificaciones sobre el sistema, con el objeto de conciliar la disimilitud entre la capacidad disponible y la capacidad requerida; por otro lado, se contempla la alternativa opuesta: mantener inalterada las condiciones del sistema.

Para la construcción de los planes combinados se disponen de algunas técnicas matemáticas reportadas en la literatura especializada. En el primer apartado se diseña un plan agregado de producción expresado como un programa entero mixto. Asimismo, se traerá a colación el método de transporte que propone como origen, los binomios formados por la alternativa de producción y los periodos de referencia, considerados como destinos a los que se asignará esta producción. Posteriormente, se introduce la formulación de un modelo sofisticado de programación multiobjetivo que incorpora en su taxonomía funcional múltiples metas conmensurables y compatibles entre sí, ordenadas según un orden de prelación. Estos objetivos corresponden a la determinación de la mano de obra, el nivel de inventario y producción durante un período de planificación intermedio. El último modelo reportado conocido ampliamente como “modelo de coeficientes gerenciales” parte de la asunción que las decisiones de planificación en periodos antecedentes fueron consistentes y racionales.

Finalmente se muestra un análisis comparativo de diversos planes agregados de producción que incluyen las previsiones de demanda, las necesidades de material, utilización de instalaciones, uso de equipos y fuerza laboral (Madadi & Yew Wong, 2013).

3. Resultados

3.1. Diseño del modelo de pronósticos

El pronóstico de ventas corresponde al eslabón inicial del proceso de planificación y control de la producción. Se aspira, en este apartado, a seleccionar entre diversas alternativas, un modelo proyectivo consistente y superior en potencial predictivo, para reducir la incertidumbre inherente al dimensionamiento anticipativo de los requerimientos de producción. La previsión del volumen de ventas esperado en un plazo específico, es una tarea indispensable para la consecución de los propósitos centrales del presente caso de estudio, dado que es la fase inicial todo sistema de planeación. Una estimación de la demanda con un alto margen de error, conducirá inexorablemente a la producción de existencias por debajo de las expectativas de demanda o, por el contrario, a la generación excesiva de bienes.

Se compendia en la Tabla 1 información que corresponde a la demanda real de los últimos cinco años. De acuerdo a los lineamientos propuestos por Taha (2012), si el coeficiente de variación de los datos reales de la demanda es superior a 20% se presume entonces que ésta es de tipo probabilístico. Si además de ello, existe una diferencia escrutable entre los coeficientes de variación para cada periodo, se conjetura que la demanda no es de tipo estacionaria tal y como se percibe en la Tabla 2. Esta clasificación de patrones de demanda es de singular importancia, pues antecede la fase de selección del modelo de pronóstico. Es indiscutible el hecho de que el comportamiento de los datos es fluctuante, por lo que se hipotetiza que la serie es extraída de un grupo de variables aleatorias que siguen cierta distribución de probabilidad conjunta, a veces indeterminable en la práctica.

Tabla 1. Caracterización de la demanda.

Periodo	Media	Desviación Estándar	Coefficiente de Variación
Enero	234	21,3	19,83%
Febrero	222	20,4,3	28,78%
Marzo	263	27,8	20,29%
Abril	158	31,2	25,77%
Mayo	189	29,7	23,58%
Junio	209	35,6	16,12%
Julio	234	40,1	29,36%
Agosto	222	29,1	19,08%
Septiembre	263	29,2	20,48%
Octubre	258	28,5	22,13%
Noviembre	289	21,2	19,89%
Diciembre	209	32,9	19,46%

Fuente: Elaboración propia.

3.1.1. Identificación del modelo

En esta fase se determinan los órdenes de los componentes autoregresivos, de integración y de medias móviles que subyacen en el modelo en cuestión. Algunos elementos fundamentales que soportan el proceso de identificación del modelo son las funciones de autocorrelación total y parcial, pues a partir de ellas, se realiza un análisis comparativo entre los correlogramas determinados para la serie temporal y los correlogramas de los modelos teóricos expuestos en la literatura. Desde una perspectiva estrictamente analítica, se detecta autocorrelación si los elementos que se encuentran fuera de la diagonal principal de la matriz varianza-covarianza son no nulos. Por ello, se rechaza la hipótesis de que los errores son inconexos, lo que implica que están influidos por errores previos. La matriz de varianza-covarianza definida positiva y simétrica, queda expresada de la siguiente manera:

$$E[\mu\mu'] = \begin{bmatrix} \sigma^2_1 & \text{Cov}(\mu_1, \mu_2) & \dots & \text{Cov}(\mu_1, \mu_k) \\ & \sigma^2_2 & \dots & \text{Cov}(\mu_2, \mu_k) \\ & & \dots & \vdots \\ & & & \sigma^2_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2_1 & \neq 0 & \dots & \neq 0 \\ & \sigma^2_2 & \dots & \neq 0 \\ & & \dots & \vdots \\ & & & \sigma^2_3 \end{bmatrix} = \sigma^2\Omega \quad [1]$$

Por lo que es incuestionable que:

$$E[\mu_k, \mu_{k-t}] \neq 0 \quad \forall s = 1, 2, \dots, n$$

$$E[\mu_k]^2 = \sigma^2_k$$

En ese orden de ideas, defínase la función de autocorrelación entre una variable y_t y un retardo y_{t-k} :

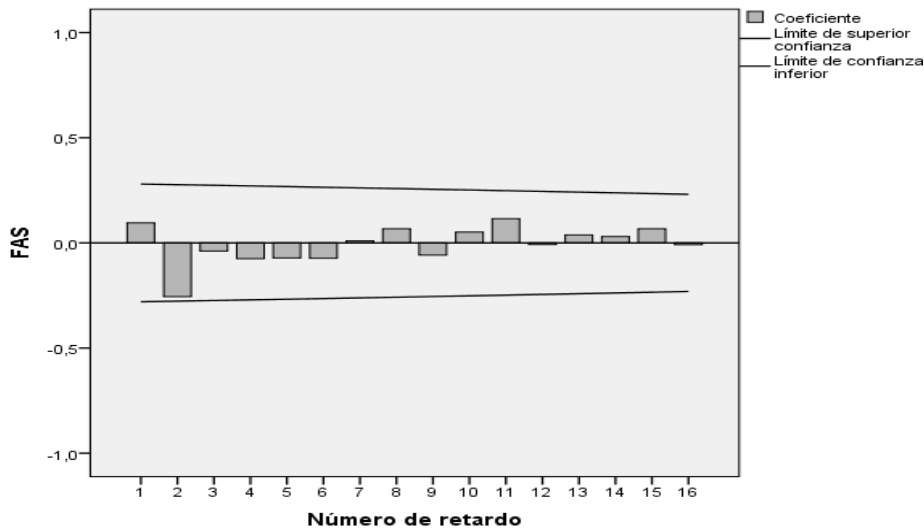
$$p_1 = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{\text{var}(y_t) * \text{var}(y_{t-k})}}$$

Mientras que el estimador muestral de la función de autocorrelación está dado por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

La Figura 1 es la representación gráfica de la función de autocorrelación simple. Se evidencia que ninguno de los coeficientes de autocorrelación, son significativamente distintos de cero a un 5% de significancia y que no existe ningún patrón descifrable entre ellos.

Figura 1. Gráfico de correlaciones.

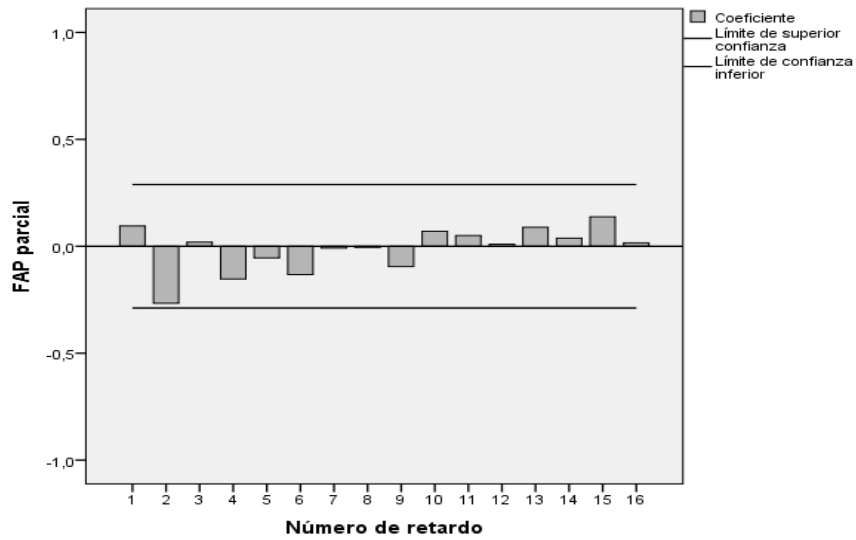


Fuente: Elaboración propia.

Se muestra en la Figura 2 la función de autocorrelación parcial que cuantifica la correlación entre las observaciones y_t y y_{t-k} de la serie temporal suprimiendo el efecto de las variables intermedias $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$. Un análisis sucinto de los gráficos aquí consignados permitirá modificar, en caso tal de que se considere perentorio, el orden del modelo seleccionado. Se evidencia, al igual que el correlograma anterior, una alternancia entre valores positivos y negativos que no exceden los límites de confianza (que son asintóticos) y, por consiguiente, la ausencia de correlación parcial significativa entre las observaciones a un 95% de confianza. Por consiguiente, la estructura de correlaciones que domina los correlogramas parece ser adecuada para proseguir a la fase de estimación paramétrica.

Con el objeto de detectar formalmente la estacionariedad de la serie (esto es, comprobar que su distribución conjunta permanece invariable en la progresión temporal) se procede a ejecutar el test de Dickey-Fuller en su versión ampliada. La hipótesis nula es que la serie tiene raíz unitaria, esto es, $H_0: \gamma = 0$, contra la alternativa $H_0: \gamma < 0$. En caso de verificarse la ausencia de estacionariedad (es decir, rechazar la hipótesis de existencia de raíz unitaria), lo lógico sería transformar la serie de tiempo mediante la aplicación de diferencias.

Figura 2. Gráfico de correlaciones parciales.



Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 2 se proporcionan los resultados de la aplicación de la prueba Dickey-Fuller aumentada.

Tabla 2. Resultados de la Prueba de Dickey-Fuller aumentada.

Test de Dickey-Fuller Aumentado			
Valor T	-6.089401	99% Confianza	-4.165756
Valor P	0.0000	95% Confianza	-3.508508
		90% Confianza	-3.184230
Test de Durbin-Watson (95% de Confianza)	1,91021		

Fuente: Elaboración propia.

Se confirma pues, que la serie es estacionaria dado que el p-valor asociado al test es menor que 0,05 y se concluye que no hay presencia de raíz unitaria en el polinomio autorregresivo, es decir, que la serie está integrada en orden cero $I(0)$. El resultado se valida en tanto que el estadístico de Durbin Watson es considerablemente menor que 2, reflejando ausencia de correlación serial. Por tanto, no se pueden colocar en tela de juicio, las conclusiones obtenidas en este inciso.

3.1.2. Estimación y Diagnóstico del modelo

El supuesto sobre el que se asienta la estimación del modelo en cuestión es que que el vector $Y = [y_1, y_2, y_3 \dots y_n]'$ es condicionalmente normal con media μ y matriz de covarianzas $\Sigma[Cov(y_q, y_n)]_{n \times n}$ la serie Y_t y, por consiguiente, su densidad condicionada viene dada por:

$$f(y_t|Y_{t-1}) = \frac{1}{2\pi \text{Var}(y_t|Y_{t-1})^{1/2}} e^{\left\{ \frac{[y_t - E(y_t|Y_{t-1})]^2}{2\text{Var}(y_t|Y_{t-1})} \right\}}$$

Para efectos de estimación del modelo se emplea el método de máxima verosimilitud y así se halla un conjunto de parámetros que maximizan la función de verosimilitud de la serie temporal obteniéndose además, los errores estándares y residuos del modelo. Al analizar la evolución cronológica de la variable “demanda” se demuestra empíricamente que el mejor modelo para pronosticar el comportamiento futuro de la serie temporal es una función lineal de valores rezagados y errores aleatorios del tipo $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_n Y_{t-n} + \alpha_t - \phi_1 \alpha_{t-1} - \dots - \phi_m \alpha_{m-1}$.

La Tabla 3 compendia un análisis de la significancia estadística de los parámetros estimados que componen el modelo. Se considera necesario desarrollar un proceso inferencial sobre los parámetros estimados en esta fase, para ajustar un modelo parsimonioso y con alta potencia predictiva. Para valores p inferiores al nivel de significancia, se aceptará como cierta la hipótesis de que un parámetro cualquiera no es estadísticamente distinto de cero y, por ello, no será admisible suprimirlo del modelo estimado. Se concluye, para este caso, que los términos autorregresivos de orden 1 y 2, el término de media móvil y la constante son significativos.

Tabla 3. Resumen de la estimación del modelo.

Parámetro	Estimado	Error Estándar	T	Valor-P
AR(1)	1,105	0,165	6,685	0,000
AR(2)	-0,506	0,172	-2,939	0,006
MA(1)	1,039	0,026	39,334	0,000
Constante	-1,9712			
Varianza estimada del ruido blanco	361,216			

Fuente: Elaboración propia.

Se mostrarán inmediatamente otros resultados en la Tabla 4 que constituyen un soporte objetivo para argüir que el modelo seleccionado es adecuado para pronosticar el comportamiento futuro de la demanda. En la siguiente fase se realiza una evaluación del modelo estimado.

Tabla 4. Comparativa con modelos alternativos.

MODELO	RMSE	MAE	MAPE	Criterio de información de Akaike	Criterio de Hannan-Quinn	Criterio de Schwarz-Bayesian
Caminata Aleatoria con drift	37,2524	26,3258	22,3426	7,73543	7,91222	8,20323
Tendencia lineal	30,6036	20,6359	17,4906	7,3839	7,57542	7,89069
Tendencia exponencial	30,5955	20,4991	17,0498	7,38338	7,57489	7,89016
Promedio móvil simple (2 términos)	37,5641	24,5431	21,5512	7,7521	7,92888	8,2199
Suavización exponencial simple	32,088	22,1314	19,3918	7,43697	7,61375	7,90477

Suavización exponencial de Brown	33,6826	22,0106	19,4763	7,53396	7,71075	8,00176
Suavización exponencial de Holt	33,1372	21,2849	18,2797	7,54298	7,7345	8,04977
Suavización exponencial de Winter	30,8095	23,9324	21,4585	6,98065	7,02484	7,0976
ARIMA(2,0,1) con constante	10,5989	15,3999	13,4802	6,30048	6,38887	6,53438
ARIMA(1,0,3)x(0,1,2) 12 con constante	14,184	16,5546	14,4343	6,62138	6,70977	6,85528

Fuente: Elaboración propia.

Es un factor crítico evaluar con relativo acierto, el desempeño proyectivo de los modelos, por lo que se hace imperioso recurrir al uso de diferentes indicadores cuantitativos que estiman la disimilitud entre los valores pronosticados y los valores reales de la serie temporal. Se optará por elegir aquel modelo predictivo que posea el menor porcentaje de error medio (MAPE), indicador que cuantifica en términos porcentuales, el valor medio del error absoluto con respecto al valor real de la variable de estudio. El MAPE parece ser una medida de desempeño más intuitiva y práctica que la raíz cuadrática media del error (RMSE), puesto que no requiere la media para dimensionar la magnitud del error. Está dado por la siguiente fórmula:

$$MAPE = \frac{1}{T} \left[\sum_{t=1}^T \frac{Y_{ts} - Y_{ta}}{Y_{ta}} \right] * 100\%$$

Nótese que el Modelo ARIMA (2,0,1) con constante tiene un desempeño superior a todos los demás modelos incluso si se toman como referencia, otras medidas de calidad, como lo son: los criterios de Información propuestos por Akaike, Schwarz y Hannan y Quinn, que comparan el beneficio de tener más información en términos de la reducción de la varianza de las innovaciones, con el costo de obtener tal beneficio en términos de la pérdida de grados de libertad en la estimación (Solera, 2000).

El criterio de Schwarz-Bayesian que penaliza parámetros libres y depende del tamaño muestral, es calculado como: $SBIC = 2 \ln(RMSE) + \frac{p \ln(n)}{n}$; el criterio de información de Akaike, que incluye una penalización en forma de función creciente del número de términos estimados se calcula como sigue: $AIC = 2 \ln(RMSE) + \frac{2c}{n}$. Según este criterio, el modelo seleccionado minimizará el cuadrado medio del error y tendrá la particularidad de poseer pocos coeficientes con respecto a la cantidad de datos que se tienen a disposición. Por último, el criterio de Hannan-Quinn que también incluye penalizaciones para la cantidad de parámetros estimados se determina mediante la siguiente fórmula: $QC = 2 \ln(RMSE) + \frac{p \ln(\ln(n))}{n}$. Todos estos criterios de información proveen un soporte adicional relevante para la selección de un modelo que explique apropiadamente el comportamiento de la variable dependiente. Tal modelo será aquel que minimice el valor de los criterios en cuestión. Por observación directa, se concluye el modelo ARIMA(2,0,1) tiene asociado los valores más bajos, por lo que se afirma que la capacidad predictiva de este modelo es sobresaliente y superior a los alternativos.

3.1.3. Pronósticos

En la Tabla 5 se encuentran los valores pronosticados de las ventas para el periodo referencial con los límites de predicción a un 95% de confianza. Los datos aquí reportados serán utilizados para el diseño de los modelos alternativos de planeación agregada.

Tabla 5. Pronósticos generados.

Periodo	Pronóstico	Límite Inferior	Límite Superior
1	234	220,191	254,277
2	222	204,013	239,535
3	263	251,256	278,448
4	258	247,991	268,597
5	289	273,495	296,925
6	209	197,7915	215,2805

Fuente: Elaboración propia.

3.2. Diseño del plan agregado

Ante variaciones de la demanda, los niveles de producción esperados no pueden determinarse inmediatamente y por ello debe construirse un plan de producción alimentado por los pronósticos que haga coincidir la tasa de producción y la tasa de demanda. Los planes diseñados se delimitan en distintos horizontes temporales, en forma secuencial. Partiendo de un enfoque de arriba hacia abajo, el plan a largo plazo se desarrolla en primera instancia y sus decisiones surten de información al plan de plazo intermedio, que a su vez proporciona cúmulos de información para el diseño de planes cortoplacistas. El enfoque de abajo hacia arriba opera con una lógica contrapuesta a la señalada anteriormente (Sipper & Rober, 1998). El plan agregado de producción permite tomar decisiones sobre los volúmenes de producción, niveles de inventario, fuerza laboral, velocidad de trabajo y otras variables como las tasas de subcontratación y uso de horas extras. Para el diseño del plan agregado se toman como insumo los pronósticos generados en el apartado anterior e información relativa a los costos asociados a cada componente de la producción.

En general, los planes agregados de ventas y operaciones establecen objetivos eventualmente discordantes. Se anotan entre ellos: la minimización de costos asociados a la producción de bienes tangibles y/o prestación de servicios y paralelamente la maximización de la utilidad económica; la reducción de fluctuaciones en las tasas de producción y en el tamaño de la fuerza laboral, así como también, en la utilización de la infraestructura física y maquinaria.

Por las razones anteriormente exhibidas es preferible contrastar diversos planes alternativos y seleccionar la estrategia de planificación que mejor se adapte a las necesidades organizacionales o satisfaga algún criterio de optimalidad. Se han propuesto entonces, los siguientes enfoques para efectuar el análisis comparativo entre los modelos de planeación agregada: un enfoque de programación entera mixta, partiendo del supuesto de que la función de costos es de tipo lineal y está compuesta por los costos de producción, contratación, despidos, manejo de inventarios y costos de desabastecimiento. Se plantean las restricciones correspondientes que dependen de las políticas de la empresa, normativa legal, la capacidad instalada y algunas otras limitaciones. Cabe señalar, que si

fuese posible capturar adecuadamente el conglomerado de variables que configuran el proceso productivo y si se poseyese un conocimiento exhaustivo de las condiciones del mismo, los enfoques de modelado aquí presentados ofrecerían, a priori, una panorámica descriptiva fiel a la realidad económica-empresarial.

Con frecuencia se referencian en la literatura especializada una gama de alternativas reactivas y dinámicas para acometer el problema de planificación agregada de la producción. En el presente caso de estudio es de sumo interés analizar cuatro estrategias fundamentales que pretenden absorber las fluctuaciones de la demanda.

La primera estrategia considerada es la *estrategia de ajuste*, consistente en la equiparación de la tasa de producción con la tasa de pedidos contratados y efectuar modificaciones en el tamaño de la fuerza laboral en función de la demanda en cada periodo. Puede objetarse la implementación de esta estrategia en tanto que no otorga la posibilidad de que la curva de aprendizaje permanezca invariable por la continua fluctuación de trabajadores. Esto produce un decrecimiento del ritmo de trabajo y un aumento de la incertidumbre en la masa laboral contratada.

La racionalidad de la estrategia catalogada como *uso de horas extras* es sumamente comprensible, pues implica el mantenimiento de una fuerza de trabajo constante y las tasas de producción se modifican vía ajuste de los turnos para satisfacer enteramente los requerimientos de la demanda. Esta estrategia procura evitar cambios innecesarios en la mano de obra, en contraste con la anterior.

La *estrategia de nivel*, por otra parte, implica conservar un nivel de fuerza laboral constante y una tasa de producción igualmente invariable. A lo largo del horizonte, la fluctuación de los niveles de inventario, postergación de ventas, o la no disponibilidad de bienes terminados suelen ser la norma. Los empleados se benefician con un horario estable a expensas de niveles de servicio a clientes potencialmente inferiores y la incursión de altos costos por concepto de mantenimiento de inventario. (Krajewski, Ritzman & Maholtra, 2008).

Finalmente, se evalúa una estrategia de *subcontratación*, que transfiere la responsabilidad de manufacturación de una porción delimitada de bienes tangibles a un agente externo para cubrir la demanda. Dentro de las desventajas de la subcontratación se enumeran: la posibilidad de que el contratista sea incapaz de garantizar la optimalidad del producto terminado, la exposición de información confidencial, pues implica una transferencia bidireccional de datos y en el peor de los casos, propiciar una atmósfera apta para el surgimiento de un nuevo competidor.

Se propone también, el diseño de un plan agregado, basado en la aplicación del método de Transporte de Programación Lineal. Esta técnica recoge en un tableau los costos acumulados de producción en tiempo normal, subcontratación y manejo de inventario en un horizonte de tiempo especificado previamente. Es preciso aclarar que, en numerosas circunstancias, no existe proclividad a ejecutar reformas estructurales en el sistema productivo y mucho menos si tales implican variaciones abruptas en el tamaño de la fuerza laboral. Por tal razón, resulta inevitable incluir cotas porcentuales o directas, de modo que las consideraciones que se deriven del modelo sean consecuentes con las políticas de la empresa; en caso tal de que no se llegue a un consenso, es posible prescindir de los resultados arrojados. Todas las estrategias de planificación están circunscritas dentro de dos nodos de decisión auto-excluyentes: absorber las fluctuaciones de la demanda y modificar la capacidad instalada en función de ésta, o en su defecto, suavizar las variaciones de la demanda en el horizonte de tiempo en el que se desarrolla el proceso de planeación. En la Tabla 6 se localizan los componentes de costos del plan de producción.

Tabla 6. Componentes de costos del plan de producción.

Componentes	Costos
Materiales	\$130.000,00
Costo de mantenimiento del inventario	\$2.000,00
Costo marginal del agotamiento de las reservas	\$7.000,00
Costo marginal de la subcontratación	\$10.000,00
Costo de contratación y capacitación	\$1.800.000,00
Costo de despidos	\$2.100.000,00
Horas de trabajo requeridas	6,0
Costo lineal	\$5.000,00
Inventario Inicial	15
Costo del tiempo extra por empleado	\$6.500,00
% Reservas de seguridad	10%
Horas diarias de trabajo	8,3
Cantidad de trabajadores inicial	6

Fuente: Elaboración propia.

El cómputo de los costos relevantes del plan obedece a la siguiente lógica:

Se segmenta el costo de mano de obra en tres modalidades. En primera instancia, se reporta el costo de la mano de obra que trabaja en turnos ordinarios, incluyendo dentro de este cálculo de las respectivas bonificaciones por desempeño productivo, salarios fijos y otras prebendas. También se relacionan los pagos asociados al uso de horas adicionales que se pactan entre las partes y que no superan las máximas legales. Por último, se calcula el pago a la entidad contratista por producir una fracción de unidades cuyo costo unitario es superior, generalmente, a las producidas internamente. Se contabiliza el costo de vinculación de nuevos obreros que envuelve los costos de reclutamiento, selección y adiestramiento para evitar detrimentos en la curva de aprendizaje; el costo de despido por su parte, incluye el pago de las prestaciones sociales del personal desvinculado, prima de antigüedad y otros costos relacionados con el despido. El costo de manejo de stock equivale a la suma del costo de oportunidad y los costos variables que se asumen para garantizar la disponibilidad del inventario, así como también los costos de almacenaje, cargas impositivas, seguros y mermas. Dentro del costo unitario se han computado los costos concernientes a materia prima, productos semi-procesados y productos finales.

3.2.1. Enfoque de Programación Entera Mixta

En este apartado se procede a diseñar un plan agregado de producción expresado como un programa entero mixto. Este género de modelos es una extensión de los programas lineales, pero difiere de estos últimos, ya que incorporan variables restringidas a admitir exclusivamente valores enteros y, por tanto, transgrede el supuesto de perfecta divisibilidad. Los valores factibles del modelo también se expresan como restricciones lineales.

La forma funcional estándar de un modelo entero mixto es la siguiente:

$$\max Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j + \sum_{k=1}^n b_k y_k$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j + \sum_{k=1}^n H_{ik} y_k \leq d_k \quad \forall i$$

$$x_j, y_k \geq 0$$

x entera

Siendo Z la función de costos totales u objetivo; $C = [c_1, c_2, c_3 \dots c_n]^T$ y $B = [b_1, b_2, b_3 \dots b_n]^T$ los vectores de coeficientes de la función objetivo; $X = [x_1, x_2, x_3 \dots x_n]^T$ y $Y = [y_1, y_2, y_3 \dots y_n]^T$ los vectores de las variables de decisión; $A = [\dots a_{ij} \dots]^T$ y $H = [\dots h_{ik} \dots]^T$ las matrices de los coeficientes técnicos y $D = [d_1, d_2, d_3 \dots d_n]^T$ el vector de demandas o recursos. Si se ejecutan las operaciones numéricas respectivas entre vectores y matrices, los componentes del modelo quedarán expresados en forma de sumatorias.

En el modelo propuesto se consideran las restricciones inherentes al sistema productivo y éstas vienen dadas como siguen:

La ecuación de balance de fuerza laboral se obtiene a partir de la diferencia entre la cantidad de trabajadores del periodo anterior y la cantidad de trabajadores despedidos en el periodo inmediato; se adicionan las contrataciones efectuadas en ese horizonte de tiempo. La cantidad de unidades producidas en un periodo cualquiera permanece constante. La capacidad disponible está condicionada por el cuello de botella del sistema. Es por ello, que el output real será igual a la tasa máxima de producción estándar de la estación bottleneck, más las unidades producidas en tiempo extra.

El inventario inicial más la producción estándar y las unidades subcontratadas en el periodo inmediato es igual a la demanda en ese periodo. Se adiciona el inventario final del periodo antecedente y el desabastecimiento presente y anterior.

A continuación, se presentan las variables de decisión y otros parámetros que integran el modelo.

$W_i =$ N° de trabajadores para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$H_i =$ N° de trabajadores contratados para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$L_i =$ N° de trabajadores despedidos para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$I_i =$ Inventario inicial para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$P_i =$ Producción estándar constante de la masa laboral antigua para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$Q_i =$ Producción estándar constante de la masa laboral nueva para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$O_i =$ Producción en tiempo extra por trabajador antiguo para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$R_i =$ Producción en tiempo extra por trabajador contratado para el mes i (i = 1,2,3 ...)

$S_i =$ Unidades subcontratadas para el mes i (i = 1,2,3 ...)

D_i = Demanda pronosticada para el mes j ($j = 1, 2, 3 \dots$)

La función objetivo corresponde a la sumatoria de los componentes de costos asociados al plan agregado de producción:

$$\text{Min } Z = \alpha \sum_{i=1}^{n=6} W_i + \beta \sum_{i=1}^{n=6} H_i + \gamma \sum_{i=1}^{n=6} L_i + \varepsilon \sum_{i=1}^{n=6} I_i + \varepsilon \sum_{i=1}^{n=6} O_i + \theta \sum_{i=1}^{n=6} P_i + \pi \sum_{i=1}^{n=6} R_i + \xi \sum_{i=1}^{n=6} Q_i + \varpi \sum_{i=1}^{n=6} S_i$$

sujeto a:

$$W_i = W_{i-1} + H_i - L_i$$

$$P_i = \phi W_i$$

$$Q_i = \omega H_i$$

$$O_i \leq \mu W_i$$

$$R_i \leq \chi H_i$$

$$S_i \leq M$$

$$I_i = I_{i-1} + P_i + Q_i + R_i + O_i + S_i - D_i$$

$$D_i = I_{i-1} + P_i + Q_i + R_i + O_i + S_i$$

$$W_i, H_i, L_i, I_i, S_i, P_i, Q_i, R_i \geq 0$$

$$W_i, H_i, L_i \text{ entera}$$

La ecuación de balance de fuerza laboral se obtiene a partir de la diferencia entre la cantidad de trabajadores del periodo anterior y la cantidad de trabajadores despedidos en el periodo actual; se adicionan las contrataciones efectuadas en ese horizonte de tiempo. Acótese que es una situación indeseable que se produzcan cambios abruptos de la fuerza laboral en el horizonte de planificación. Por consiguiente, ha de procurarse no efectuar nuevas contrataciones o despidos.

Se plantea una restricción que indica la cantidad de unidades que puede producir en horario estándar, la masa laboral en un periodo i -ésimo. Existe otra restricción que da cuenta sobre la capacidad productiva de los trabajadores contratados en un periodo del horizonte. Se subraya que la cantidad de unidades producidas permanece constante, pues la capacidad disponible está condicionada por el comportamiento del cuello de botella del sistema y por la tasa de aprendizaje de los operarios. Para cuantificar el nivel de eficiencia de trabajo de estos grupos bien distinguidos, se incorpora en la restricción, un coeficiente denotado por ω que expresa una relación entre la experiencia individual y productividad marginal de los laborantes. Las restricciones subsecuentes informan sobre el volumen de producción generado en jornada laboral extraordinaria para la masa de laborantes antiguos y recientemente vinculados, respectivamente.

No hay cotas asociadas a subcontratación. Por tanto, se desprende del tenor de esta idea que no hay restricciones en la externalización de la producción cuando la entidad sea incapaz de cubrir los requerimientos de demanda. Se adiciona una cota $L_i = 0$ para rechazar la posibilidad de que el modelo contemple la realización de despidos.

El plan derivado de la aplicación del modelo de programación entera mixta que se localiza en la Tabla 7 permite la fluctuación de la fuerza laboral en todos los periodos y trabajar a la máxima capacidad. En algunos periodos se conservarán existencias en stock que sirvan como buffer o amortiguador para periodos posteriores donde existan incrementos notables en la demanda. Sin embargo, no se evita externalizar la producción.

Tabla 7. Resultados del modelo de programación entera mixta.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Inventario inicial	15	0	0	0	0	0
Días de trabajo por mes	20	20	20	20	20	20
Horas de producción disponibles	996	996	996	996	996	996
Producción con variación regular	166	166	166	166	166	166
Proyección de la demanda	234	222	263	258	289	209
Unidades disponibles antes del tiempo extra y subcontratación	-53	-56	-97	-92	-123	-43
Unidades de tiempo extra	20	20	20	20	20	20
Unidades subcontratadas	72	58	104	92	131	44
Reserva de Seguridad	24	22	27	20	28	21
Unidades sobrantes	0	0	0	0	0	0
Trabajadores en el periodo	8	8	9	9	10	7

Fuente: Elaboración propia.

3.2.2. Enfoque de Programación Lineal (Modelo de Transporte)

El problema de transporte y asignación se concibe como un problema de flujo de red en el que se busca una solución que minimice el costo del envío de productos desde diversos puntos de origen a unos destinos; se formula frecuentemente como un modelo de programación lineal, razón por la cual, las variaciones en el volumen de los bienes manufacturados originan cambios proporcionales en la estructura de costos. La taxonomía del modelo en cuestión incluye variables y restricciones sobre la capacidad de la empresa, las entidades subcontratistas y la demanda para el horizonte de tiempo. El método de transporte resulta de gran utilidad para aquellos casos en los que no se considera plausible modificar el tamaño de la fuerza laboral.

El problema de transporte parte de la premisa de que pueden adicionarse orígenes o destinos para equiparar la demanda total a la oferta total, o en otros términos, restaurar el balance. Es fácilmente perceptible que en el tableau localizado en la Tabla 8 se localizan puntos de abastecimiento para cada periodo A_i , un punto de demanda para cada periodo D_i y otro para el inventario final si se requiere. Las unidades ofertadas son producidas bajo la modalidad de horarios regulares, turnos extraordinarios y mediante subcontrataciones. En cada celda se computa la capacidad para el periodo

correspondiente y en cada columna se asigna una demanda. Para la columna de exceso de capacidad, la demanda es equivalente a la diferencia entre la capacidad total y la demanda total. Cada celda en la matriz de transporte lleva un costo asociado. Anótese que el costo incurrido por cada unidad fabricada en un periodo cualquiera, usada para satisfacer la demanda D_i en el periodo, es justamente el costo de producción. Como no se admiten faltantes, la demanda en un periodo cualquiera no puede satisfacerse con unidades producidas en periodos posteriores; para condicionar la solución del modelo en función de esta restricción se reporta un costo finito muy alto denotado con el grafema “M”. El inventario inicial tiene un costo nulo para el primer periodo y los periodos que siguen equivalen a la suma de los costos de almacenaje de todos los periodos anteriores.

Tabla 8. Solución del problema de transporte.

Demanda para:	1	2	3	4	5	6	
Inventario Inicial	15						15
Tiempo Regular	166						166
Horas Extras	20						20
Subcontratos	33						33
Tiempo Regular		166					166
Horas Extras		20					20
Subcontratos		36					36
Tiempo Regular			166				166
Horas Extras			20				20
Subcontratos			77				77
Tiempo Regular				166			166
Horas Extras				20			20
Subcontratos				72			72
Tiempo Regular					166		166
Horas Extras					20		20
Subcontratos					103		103
Tiempo Regular						166	166
Horas Extras						20	20
Subcontratos						23	23
	234	222	263	258	289	209	
Demanda Satisfecha							

Fuente: Elaboración propia.

3.2.2.1 Variables de decisión y parámetros del modelo

x_{ij} = Producción total en el periodo $i(1,2,3 \dots)$ para la demanda del periodo $j(1,2,3 \dots)$

c_{ij} = Costo de Producción unitario en el periodo $i(1,2,3 \dots)$ para la demanda del periodo $j(1,2,3 \dots)$

b_{ij} = Unidades a producir en el periodo $i(1,2,3 \dots)$ para la demanda del periodo $j(1,2,3 \dots)$

a_i = Capacidad de producción en el periodo $i(1,2,3 \dots)$

D_j = Demanda pronosticada para el mes $j (i = 1,2,3 \dots)$

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m=6} \sum_{j=1}^{n=6} c_{ij} x_{ij}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n=6} b_{ij} \leq a_i \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n=6} b_{ij} = D_j \quad \forall j = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$a_{ij}, b_{ij}, x_{ij} \geq 0 \quad \text{para toda } i \text{ y } j$$

Nótese que la solución consignada en la Tabla 8 admite la combinación de múltiples estrategias de producción dependiendo de las necesidades específicas que deben ser atendidas en cada periodo. En el primer periodo, por ejemplo, la demanda total se satisface con unidades producidas en tiempo estándar y el inventario remanente que procede del periodo inmediatamente anterior. Se hace patente, además, que en la solución final sólo se han computado los costos asociados a mantenimiento de inventario, producción en horario normal y uso de horas extras, por lo que se asume que los costos de nómina permanecen constantes y tales deben incluirse para efectos de comparación con estrategias competentes. Esto se debe a que se mantiene un número máximo de trabajadores independientemente de las tasas de producción y variaciones en el nivel de demanda.

3.2.3. Análisis de estrategia de planificación agregada derivada del modelo de planificación por metas

Los modelos de programación por metas, que pueden comprenderse como una extensión de los modelos clásicos de programación lineal, son empleados normalmente en el contexto de la planificación agregada de la producción, por su capacidad para resolver problemas que en los cuales se establecen objetivos múltiples o incommensurables (Mansoureh & Shirouyehzad, 2014). Debe admitirse que, aunque los programas lineales y los modelos construidos bajo el paradigma multicriterio poseen estructuras homólogas, tienen la particularidad de introducir variables auxiliares catalogadas como desviaciones, que representan el distanciamiento entre los niveles de aspiración para un atributo correspondiente. Se examinan, en consecuencia, dos tipos de desviación: una desviación negativa δ^- y una positiva δ^+ , que cuantifican la falta y exceso de logro respecto al nivel de aspiración, respectivamente. En contraste con los modelos de programación lineal, en los que se optimiza directamente la función objetivo, en el enfoque de programación multiobjetivo se persigue establecer un conjunto de soluciones eficientes o Pareto óptimas en lugar de determinar un óptimo existente. Dado que los objetivos trazados en el plan de producción agregado son commensurables, se introducen ponderaciones preferentes, de modo que las metas se clasifican según un nivel de relevancia ordinal.

La función objetivo a minimizar se formula como una combinación lineal de variables de desviación y las restricciones se formulan siguiendo estos criterios. No son preferibles modificaciones estructurales de la fuerza laboral, por tanto, es deseable el mantenimiento de la cantidad inicial de trabajadores en el horizonte de planificación. Los niveles de producción generados por la fuerza laboral antigua y recientemente vinculada no deben superar el output máximo permisible por la fase de la cadena productiva más ralentizada (cuello de botella). Los niveles de subcontratación ahora se acotan a una cantidad específica, y el stock de seguridad se fija en 10% de la demanda neta en cada

periodo. No es permisible la ocurrencia de ventas perdidas y se extreman esfuerzos para evitar la postergación en la entrega de pedidos solicitados.

Otra restricción que se fija es que la demanda debe ser cubierta con las unidades producidas en horario normal y extraordinario, añadiendo los volúmenes subcontratados y el inventario que yace inmovilizado desde el periodo inmediatamente anterior.

Apréciese que las restricciones del sistema se formulan siguiendo en enfoque de modelado convencional incluyendo las respectivas desviaciones en relación a los objetivos referidos anteriormente.

$$\min Z = \rho_1 \sum_{i=1}^{n=m} \omega_i (\delta_i^+ + \delta_i^-) \quad [10]$$

sujeto a:

$$W_i = W_{i-1} + H_i - L_i + \delta_1^+ + \delta_1^- \quad (10.1)$$

$$P_i = \phi W_i + \delta_2^+ + \delta_2^- \quad (10.2)$$

$$Q_i = \tau H_i + \delta_3^+ + \delta_3^- \quad (10.3)$$

$$O_i \leq \mu W_i + \delta_4^+ + \delta_4^- \quad (10.4)$$

$$R_i \leq \chi H_i + \delta_5^+ + \delta_5^- \quad (10.5)$$

$$S_i \leq \tau + \delta_6^+ + \delta_6^- \quad (10.6)$$

$$I_i = I_{i-1} + P_i + Q_i + R_i + O_i + S_i - D_i + \delta_7^+ + \delta_7^- \quad (10.7)$$

$$D_i = I_{i-1} + P_i + Q_i + R_i + O_i + S_i + \delta_8^+ + \delta_8^- \quad (10.8)$$

$$W_i, H_i, L_i, I_i, S_i, P_i, Q_i, R_i, \delta_i^+, \delta_i^- \geq 0 \quad (10.9)$$

$$W_i, H_i, L_i \text{ entera} \quad (10.10)$$

El plan propuesto en la Tabla 9 implica la alteración del tamaño de la fuerza de trabajo mediante contrataciones en diferentes periodos. La premisa sobre la que se sustenta esta estrategia es que las tasas de producción deben ajustarse de acuerdo con los requerimientos del mercado y, por consiguiente, la fuerza laboral también debe modificarse. Donde ocurren aumentos en la demanda se considera la opción de contratar, mientras que en escenarios de baja demanda, se concibe la idea de prescindir de una fracción de trabajadores. El plan en mención también obliga a ejecutar múltiples subcontrataciones y trabajar a la máxima capacidad cuando existen incrementos notorios en la demanda. Un indicio para argüir que tal estrategia es infactible es que transgrede algunas restricciones como la cantidad máxima de unidades subcontratadas o cantidad de tiempo utilizado en tiempo extra para algunos periodos de análisis.

Tabla 9. Plan Agregado de Producción 3.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Inventario inicial	15	0	0	0	0	0
Horas de producción disponibles	996	996	996	996	996	996
Producción con variación regular	166	166	166	166	166	166
Proyección de la demanda	234	222	263	258	289	209
Unidades disponibles antes del tiempo extra	-53	-56	-97	-92	-123	-43
Unidades de tiempo extra	53	56	97	92	123	43
Unidades subcontratadas	23	22	26	26	29	21
Unidades sobrantes (Unidades disponibles antes del tiempo extra - Reserva de Seguridad)	0	0	0	0	0	0
Trabajadores en el periodo	8	8	9	9	10	7

Fuente: Elaboración propia.

3.2.4. Modelo de coeficientes gerenciales (MCG)

Este modelo parte de la asunción de que las decisiones gerenciales pretéritas son racionales y se aproximan al menos, a un óptimo local. Esta información histórica está disponible para efectos de estimación de un vector de coeficientes y para producir reglas de decisión plausibles. Este método ostenta una lógica procedimental intuitiva, lo que facilita que su implementación sea menos compleja, en agudo contraste con los modelos de decisión matemáticos con un grado de sofisticación superior. No obstante, la selección de la regla es esencialmente subjetiva y supeditada a criterios valorativos. Otro supuesto restrictivo es que el modelo construido proporciona una descripción poco verosímil de estados de cosas futuros y ello induce inexorablemente al error, pues impide que el administrador se adapte rápidamente a las condiciones impuestas por un veleidoso entorno competitivo.

Se introduce a continuación una versión modificada del modelo formal de coeficientes gerenciales construido bajo la asunción de que el entramado decisional en fases anteriores ha producido resultados consistentes. La deducción del modelo difiere significativamente de la forma estándar del MCG ya que la variable respuesta “Producción total” posee valores que adoptan una distribución gaussiana. El modelo lineal generalizado traído a colación se integra dentro de una colección unificada de modelos de regresión extendidos a un vasto abanico de distribuciones de probabilidad. Esta tipología de modelos consta de un componente aleatorio que determina la distribución de los términos de error, un componente sistemático que define un predictor, combinación lineal de las variables explicativas y, finalmente, la función enlace que proporciona la relación entre el predictor lineal y la media de la función de distribución. El modelo a diseñar reviste una importancia trascendental en virtud de su aptitud para proporcionar reglas de decisión útiles para la planificación de ventas y operaciones en el periodo referencial, a sabiendas de que no es preferible la ejecución de reformas estructurales sobre la capacidad general del sistema y que el nivel de fuerza laboral debe ser constante. Es preciso esclarecer que ordinariamente, un método como éste, será incapaz de suministrar soluciones óptimas o factibles.

La función de distribución viene expresada por:

$$\Phi_{\mu,\sigma} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} du$$

La media y varianza son entonces $E(y) = \mu$ y $Var(y) = \sigma^2$ respectivamente. Asumiendo que el parámetro de forma es constante la estructura de regresión obedece a la formulación:

$$g(\mu) = \eta_i = x_i' \beta$$

siendo $g(\cdot): (\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ una función de enlace estrictamente monótonica y dos veces diferenciable, x_i la matriz de predictores que incluye al intercepto y β el vector de coeficientes. (Corrales & Cepeda, 2015).

Para garantizar la estabilidad en el proceso de estimación paramétrica del modelo se dispone del algoritmo de las puntuaciones de Fisher que propone utilizar la matriz de información, es decir, el negativo del valor esperado de la matriz Hessiana, expresado como (Cepeda, Corrales, Cifuentes, & Zarate, 2016):

$$-E \left[\frac{\partial^2 l}{\partial \beta_k \partial \beta_j} \right] = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \left[\frac{d^2}{d\alpha_i^2} \log \Gamma(\alpha_i) - \frac{1}{\alpha_i} \right] z_{ij} z_{ki}, j, k = 1 \dots r$$

El tamaño del paso en cada iteración se decrementa a razón de $\frac{1}{2}$ hasta alcanzar un aumento del logaritmo de la verosimilitud. La máxima verosimilitud estima conjuntamente el parámetro de escala y los efectos del modelo.

Para predecir los volúmenes de producción agregada en un horizonte de planificación intermedio se han especificado los siguientes predictores lineales que incorporan la información sobre las variables independientes y están escalados métricamente: la demanda pronosticada para el periodo referencial, las unidades producidas en horario estándar y extraordinario, así como también, las unidades subcontratadas. Los valores iniciales de los parámetros son determinados aleatoriamente. El algoritmo converge a una solución óptima si el estadístico basado en la convergencia hessiana es menor que el valor positivo especificado, en este caso, el producto del valor positivo definido a priori y el valor absoluto del logaritmo de la verosimilitud.

En la Tabla 10 se muestran los estadísticos de la prueba ómnibus del ajuste del modelo con la intención de evaluar el funcionamiento del modelo actual en contraste con el modelo nulo, constituido únicamente por el intercepto. Dado que el p-valor es inferior al 0,05, se colige que el modelo estimado posee una alta capacidad explicativa dado que la totalidad de efectos principales son estadísticamente significativos. Se computan además los intervalos de Wald a un 95% de confianza y otros estadísticos que cuantifican la bondad de ajuste del modelo como la desviación igual a $G^2 = -2 \sum_{i=1}^n [l_i(\hat{u}_i) - l_i(y_i)] = x$ y el estadístico de Pearson dado por $\lambda = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{u}_i)^2}{\xi w_i(\hat{u}_i)} = x$. El valor reportado por ambos estadísticos indica el ajuste del modelo es idóneo y, por ende, las covariables seleccionadas reproducen, de forma pertinente, el comportamiento de la variable respuesta.

Tabla 10. Estimación y bondad de ajuste del modelo.

Parámetro	Coeficiente	Error estándar	Sig.	95% de intervalo de confianza de Wald	
				Inferior	Superior
(Intersección)	3,158	,3115	0,001	2,548	3,768
Producción estándar	,005	,0010	0,023	,003	,007
Producción extraordinaria	,008	,0019	0,064	,004	,012
Subcontratación	,006	,0017	0,259	,010	,003
Inventario	,005	,0016	0,035	,002	,009
Bondad de ajuste					
	Valor	gl	Valor/gl		
Desviación	,132	88	,001		
Chi-cuadrado de Pearson	,128	88	,001		
Logaritmo de verosimilitud	311,256				
Criterio de información bayesiana (BIC)	649,707				
Prueba omnibus					
Chi-cuadrado de razón de verosimilitud	Gl	Sig.			
140,072	4	,000			

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 11 se localizan los niveles de producción pronosticados para el siguiente semestre. Los valores asociados a las variables independientes son determinados a partir de la información histórica de las decisiones gerenciales materializadas. Asimismo, se computan valores asociados a la producción en tiempo normal, subcontratación y manejo de inventario en un horizonte de tiempo especificado previamente. Se descartan decisiones tendentes a modificar el tamaño de la fuerza laboral y se atienden los mismos criterios de planeación contemplados en epígrafes antecedentes. Para sortear eventuales problemáticas interpretativas, las estimaciones provistas quedarán expresadas en su escala de medida inicial. Nótese que este programa implica la no subcontratación de unidades demandadas (dado que no es una variable estadísticamente significativa) y trabajar extensivas jornadas laborales en cada periodo. A primera vista, podrá argüirse que esta estrategia no es apropiada.

Tabla 11. Estimación y bondad de ajuste del modelo.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Inventario inicial	15	11	19	0	0	0
Horas de producción disponibles	996	996	996	996	996	996
Producción con variación regular	166	166	166	166	166	166
Proyección de la demanda	234	222	263	258	289	209

Unidades disponibles antes del tiempo extra	-53	-56	-97	-92	-123	-43
Unidades de tiempo extra	53	56	97	92	123	43
Unidades subcontratadas	0	0	0	0	0	0
Unidades sobrantes (Unidades disponibles antes del tiempo extra - Reserva de Seguridad)	0	0	0	0	0	0
Trabajadores en el periodo	6	6	6	6	6	6

Fuente: Elaboración propia.

Se visualiza en la Figura 3 un análisis comparativo de las estrategias de planificación introducidas en apartados precedentes. Como es de esperarse, los costos operativos varían en función de los escenarios presagiados en cada modelo de planificación. Así, por ejemplo, los modelos de programación matemática restringida engendran planes de producción con alternativas combinadas, pues los costos totales están distribuidos en: producción de unidades en horario estándar y extra, costos por subcontratación y por mantenimiento de unidades inmovilizadas. Conviene anotar que ninguno de los planes admite la existencia de una cantidad casi despreciable de desabastecimientos.

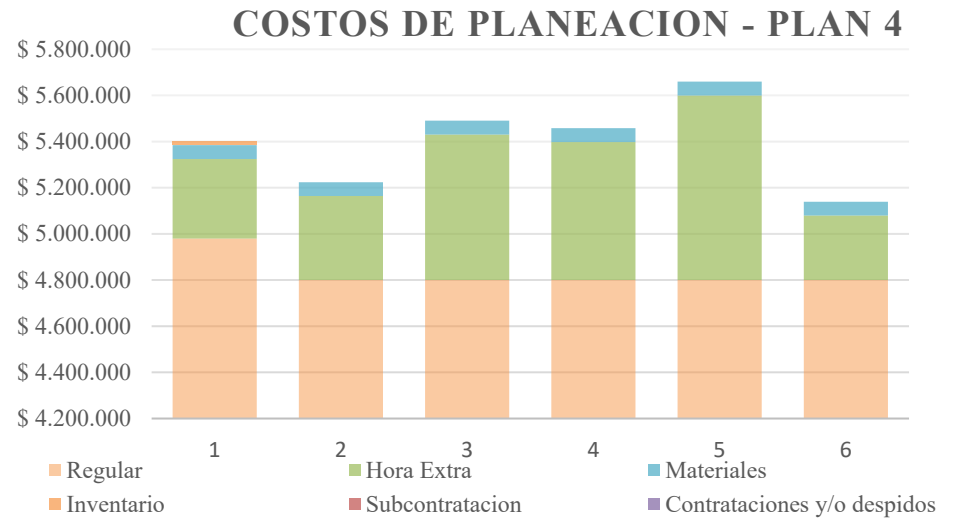
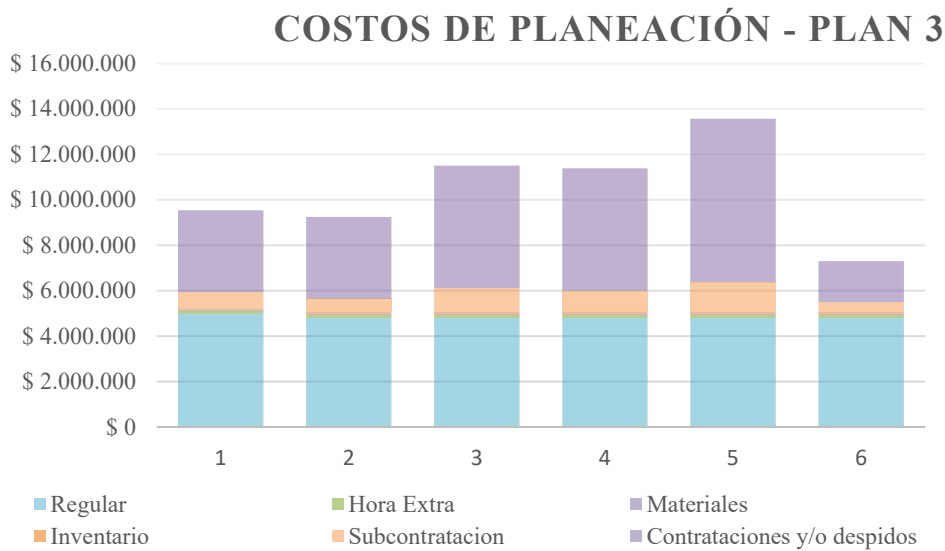
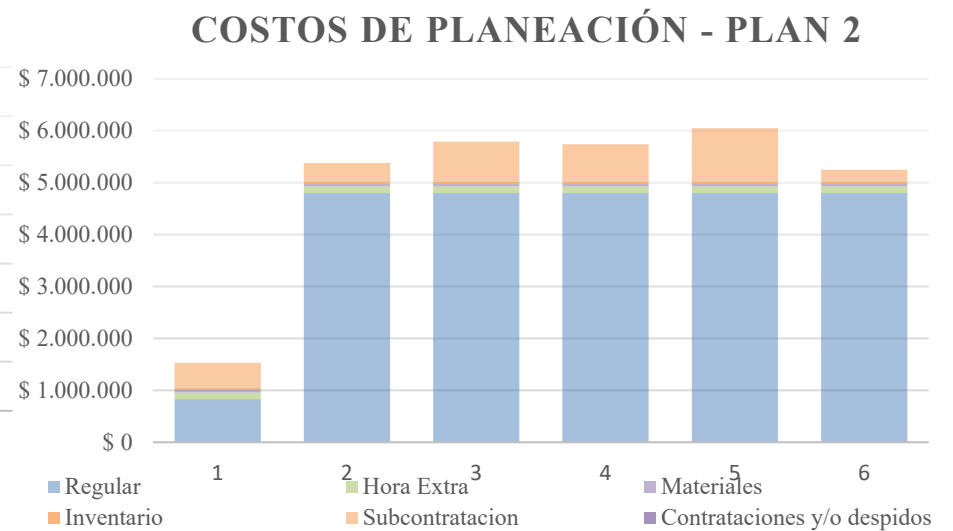
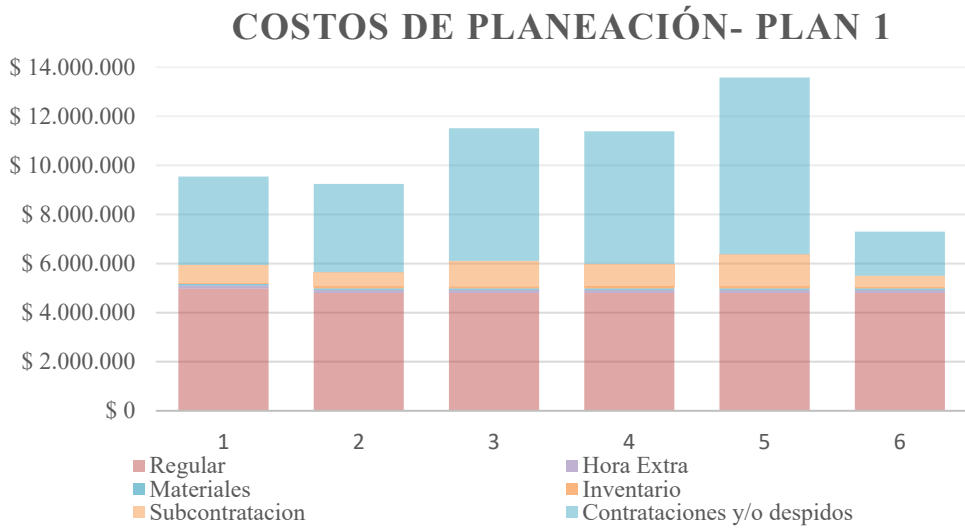
Las estrategias de planificación que implican cambios en la masa de trabajadores implican la erogación de importantes sumas de dinero para efectos de contratación. Si se inspeccionan las estrategias, a excepción de la segunda y la última, se detecta que la externalización de la función de producción supone la incursión de altos costos para cumplir con dos objetivos fundamentales: la satisfacción de la demanda pronosticada y para el mantenimiento de reservas de seguridad. Por otro lado, la estrategia basada en el modelo de transporte solo admite el cubrimiento de las unidades demandadas y no la inmovilización de unidades en stock.

4. Conclusiones

En este apartado se plasman ciertas consideraciones concluyentes a partir del análisis comparativo entre estrategias de planificación explicitadas en apartados anteriores. Tal y como se percibe, el objetivo de las mismas es efectuar modificaciones sobre el sistema productivo para reducir la disparidad entre la capacidad disponible y la capacidad requerida. La celeridad, potencia y confiabilidad de las técnicas anteriormente descriptas les ha llevado a ser un activo esencial dentro del proceso de diseño de planes agregados de ventas y operaciones, ya que incorporan en su estrategia de búsqueda de soluciones, el conocimiento disponible en el dominio gerencial.

En la fase previa al diseño del plan agregado se efectuó un análisis diagnóstico de la capacidad de producción y a la postre se generaron pronósticos de demanda en el horizonte temporal establecido; estas etapas proporcionaron insumos informativos para la construcción de sendos modelos de programación matemática, a partir de los que se derivan lineamientos operativos y administrativos. Se concluye que, de los planes evaluados, la estrategia de planificación que más se adecua a las condiciones reales del proceso es aquella determinada a partir del modelo de transporte. Tal estrategia no contempla cambios en el tamaño de la fuerza laboral, en agudo contraste, con los otros planes agregados que no satisfacen ésta y otras restricciones administrativas.

Figura 3. Análisis comparativo de las estrategias de planificación.



Fuente: Elaboración propia.

El plan agregado de ventas y operaciones asiste al proceso de toma de decisiones, amén de proporcionar una guía para la programación de la producción y actividades logísticas. De este modo se logra una franca mejoría de la capacidad del proceso productivo para responder a las necesidades de un mercado fluctuante y complejo. Se demuestra pues, en este caso de estudio, la utilidad de la aplicación de los diversos enfoques metodológicos para el abordaje de un problema de cada vez más común en el contexto organizacional. La investigación que nos ocupa, orienta a futuros investigadores a evaluar el uso de técnicas no convencionales para la elaboración de planes agregados de ventas y operaciones, de manera que pueda corroborarse empíricamente la plausibilidad e idoneidad de las mismas.

Referencias

- Albornoz, V., Bravo, D., & Ortiz-Araya, V. (2015). Plan jerárquico de producción en una cadena de suministro con productos de demanda estacional. *DYNA Management*, 3(1), 1-15. <https://doi.org/10.6036/MN7646>
- Arredondo, G., Ocampo, K., Orejuela, J., & Rojas, C. (2017). Modelo de planeación y control de la producción a mediano plazo para una industria textil en un ambiente make to order. *Revista Ingenierías*, 16(30), 169-193.
- Cepeda, E., Corrales, M., Cifuentes, M., & Zarate, H. (2016). On Gamma Regression Residuals. *Journal of The Iranian Statistical Society*, 15(1), 29-44.
- Corrales, M., & Cepeda, E. (2015). Gamma regression models with the Gammareg R package. *Comunicaciones en Estadística*, 8(2), 211-223.
- Chapman, S. (2006). *Planificación y control de la producción (Primera ed.)*. México DF: Pearson Education.
- Gansterer, M. (2015). Aggregate Planning and Forecasting in Make-to-Order Production Systems. *International Journal of Production Economics*, 170, 521-528.
- Garzón, H., Solana, J., & Rahmer, B. (2017). *Análisis comparativo de modelos de planeación agregada de las ventas y operaciones: Estudio de caso para la empresa Cartagenera de Icopores S.A.* Avances en Investigación de Operaciones y Ciencias Administrativas (pp. 145-151). Barranquilla.
- Krajewski, L., Ritzman, L., & Maholtra, M. (2008). *Administración de Operaciones: Procesos y cadena de Valor (Octava ed.)*. México: Pearson Education.
- Madadi, N., & Yew Wong, K. (2013). A deterministic aggregate production planning model considering quality of products. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 46, 1-11.
- Mansoureh, F., & Shirouyehzad, H. (2014). Proposing an Aggregate Production Planning Model by Goal Programming Approach, a Case Study. *Data Envelopment Analysis and Decision Science*, 1-13.
- Mékidiche, M., Mouslim, H., & Sahed, A. (2013). Application of tolerance approach to fuzzy goal programming to aggregate production planning. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 5(2), 183-204.
- Noegraheni, E., & Nuradli, H. (2016). Aggregate Planning to Minimize Cost of Production in Manufacturing Company. *Binus Business Review*, 7(1), 39-45.

Sipper, D., & Rober L.B. (1998). *Planeación y Control de la Producción (Primera ed.)*. México D.F: McGraw Hill.

Solera, Á. (2000). *Criterios para la selección de modelos estadísticos*. Costa Rica: Departamento de Investigaciones Económicas, Banco Central de Costa Rica.

Taha, H.A. (2012). *Investigación de Operaciones (Novena ed.)*. México D.F.: Pearson Education.