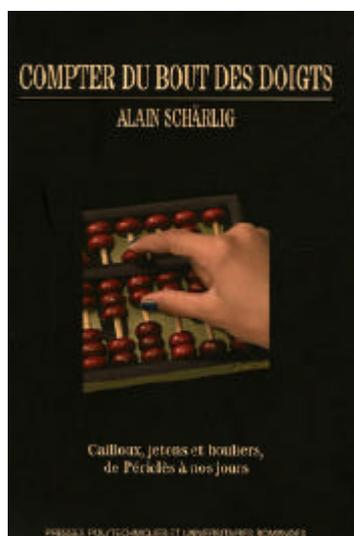


## COMENTARIOS BIBLIOGRÁFICOS

### COMENTARIO SOBRE EL LIBRO DE ALAIN SCHÄRLIG: *COMPTER DU BOUT DES DOIGTS. CAILLOUX, JETONS ET BOULIERS DE PÉRICLÈS À NOS JOURS*, LAUSANNE: PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES, 2006, 294 PÁGS.

Nos hallamos en presencia de un libro altamente interesante, que no trata propiamente de historia de la contabilidad, pero sí de una materia aneja, instrumental, que de siempre ha interesado a los investigadores de nuestra disciplina: la historia de los artilugios ideados por nuestros antepasados para poder efectuar sus operaciones aritméticas superando las



dificultades deparadas por los imperfectos sistemas antiguos de numeración. Estos artilugios o dispositivos, que el autor llama de “contar con la punta de los dedos”, han perdurado hasta nuestros días, de modo episódico, en forma de los ábacos de bolas chinos o japoneses. Confieso que el tema me ha fascinado siempre, hasta el punto de que, colgado en una pared lateral de mi despacho, junto a la butaca en que me siento para trabajar en el ordenador, tengo un ábaco chino, rodeado por sus cuatro costados por la efigie de Luca Pacioli, pintada por Jacopo de’ Barbari; la fotografía aérea de Borgo Sansepolcro, ciudad natal de Pacioli; una señal de libro, chapada en oro, conformada por el logotipo del Metropolitan Museum de Nueva York, que como es sabido consiste en una de las letras diseñadas por Pacioli para ayuda de canteros: la M, lógicamente; y un llavero con la figura de Pacioli utilizada como letra capital en algunos de los capítulos de su *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et*

*Proportionalita*, que fue elaborado precisamente como elemento conmemorativo del Quinto Centenario de la publicación de su obra. Vistos estos antecedentes, se comprenderá que nada podía agradarme más que la tarea de comentar la obra de Alain Schärli.

La numeración indo-arábiga se fue introduciendo lentamente en Europa a partir del siglo XIII. Era tan importante esta numeración en relación con hacer y llevar las cuentas y, consiguientemente, con la contabilidad, que algunos pioneros historiadores de la contabilidad, de finales del siglo XIX y primeros del XX, más dados a trabajar con razonamientos lógicos que a observar los hechos, pensaron que la contabilidad por partida doble habría debido originarse en España, pues debido a la invasión sufrida de parte de los árabes, los españoles habrían tenido conocimiento de su numeración antes que los demás pueblos europeos. Ello quiere decir que estos historiadores no podían concebir que la partida doble pudiera haberse originado sin conocimiento de la numeración arábiga. Tan importante nos parece ahora esta numeración y tanto minusvaloramos los métodos empleados por nuestros ancestros. Pero, los hechos desmintieron esta hipótesis tan pronto como se empezó a investigar en los libros de cuentas, en lugar de ceñirse a estudiar e interpretar los textos contables antiguos. Y se hizo el

gran descubrimiento: la partida doble podía existir sin necesidad de los numerales arábigos y de sus sistemas de cálculo. Es más, lo cierto es que en España, al igual que en otras naciones europeas, en los libros de cuentas por partida doble se siguió utilizando la numeración romana en la columna de cantidades hasta entrado el siglo XVII, aunque en el cuerpo de los asientos y en la paginación de los folios se utilizaran desde mucho antes los números árabes. La razón es bien sencilla: se pensaba que la numeración romana ofrecía más garantías de autenticidad, porque resultaba más complicado alterar las cifras en ella que en la numeración indo-arábiga. Como es sabido, la garantía de autenticidad, de veracidad en las cuentas, ha sido desde siempre uno de los requisitos característicos y principales de la contabilidad por partida doble. Ciertamente, en algunos países, como por ejemplo en España, se originó una variante de la numeración romana. Así, en los reinos de Castilla surgió la llamada “cuenta castellana”, bien conocida aunque su origen está todavía por estudiar. Esta variante de la numeración romana consistía en la introducción de algunos elementos de valoración relativa posicional, dos en concreto: el signo “U”, llamado calderón, que multiplicaba por mil a las cifras a su izquierda, y la abreviatura “q<sup>o</sup>”, por cuento, que las multiplicaba por un millón. Hubo necesidad de que esta variante de la numeración romana se instituyera debido a la utilización de una unidad de cuenta en la contabilidad, el maravedí, que, si bien en principio había sido una moneda de oro de mucho valor, con el tiempo lo había perdido casi completamente, hasta convertirse en una monedilla de cobre.

Sea como fuere, los que habían intuido que España debía de haber conocido la numeración arábiga antes que cualquier otro país europeo, tenían, probablemente, razón. Así lo testimonia, al menos la peripecia del monje Gerberto de Aurillac, elegido Papa a finales de su vida, cargo que desempeñó con el nombre de Silvestre II, siendo posiblemente el Papa con más conocimientos matemáticos que haya existido jamás.

Gerberto de Aurillac nació, según se cree, en Belliac, pequeña población de la Auvernia, en la Francia centro-oriental, hacia el año 945. Probablemente era de origen campesino. De inteligencia despierta, entró con pocos años en el monasterio de Saint-Geraud de Aurillac, de la orden benedictina. Allí estudió el *trivium*, es decir, Gramática, Latín y Retórica, bajo la supervisión del Abad Raimundo de Lavaur. Con ocasión de una visita que el Conde Borrell de Barcelona, nieto de Wifredo el Velloso, hizo al monasterio el año 967, el Abad le rogó que se lo llevara con él a Cataluña, pues en Aurillac ya no podían darle las enseñanzas que las dotes intelectuales del joven monje requerían. Así lo hizo Borrell, llevando a Gerberto al monasterio de Santa María de Ripoll, donde permaneció hasta el año 970. En Ripoll estudió el *quadrivium*, compuesto de las cuatro asignaturas clásicas: Aritmética, Geometría, Astronomía y Música, bajo la dirección del Obispo Attó, de Vic. El monasterio de Santa María de Ripoll, fundado por Wifredo el Velloso en 880, era un importante centro cultural, que contaba con una importante y famosa biblioteca, con numerosos volúmenes, entre los cuales se encontraban manuscritos árabes, así como traducciones de los mismos. En su mayoría estos manuscritos y estas traducciones habían sido copiados y realizadas en el *scriptorium* del propio monasterio. Esta riqueza documental le puso en contacto a Gerberto con la numeración indo-arábiga y con los avances que estos pueblos habían realizado en materia matemática y astronómica. Los árabes habían asumido el concepto del cero, surgido en la India, y habían instrumentado ya un sistema decimal con un valor posicional, muy parecido al que nosotros usamos hoy en día. Se dice incluso que, atraído

por la cultura sarracena, Gerberto, disfrazado de peregrino musulmán se desplazó a Córdoba, la más importante ciudad de la España musulmana, que constituía un emporio cultural y contaba con una biblioteca incomparablemente mejor y más nutrida que cualquier biblioteca cristiana de su tiempo. Hay quien afirma que allí asistió a las clases de una *medersa*, es decir, de una universidad musulmana.

En el año 970 el Conde Borrell y el Obispo de Vic peregrinaron a Roma, y Gerberto les acompañó. Ya no regresó a España. Pero nunca olvidó los conocimientos que había adquirido en ella. Gran interesado por la ciencia, a su muerte ocurrida en 1003 tras cuatro años de papado, dejó una gran colección de manuscritos. Se han atribuido muchos escritos a su pluma, aunque no se sabe con certeza cuáles son realmente suyos, y cuáles son obra de sus discípulos. Parece, sin embargo, que la obra matemática atribuible auténticamente a Gerberto es reducida en comparación con sus escritos sobre otros temas. De cualquier forma es muy importante. Su libro sobre el ábaco, *Regulae de numerorum abaci rationibus*, fue texto de referencia durante mucho tiempo, y en él se explicaban ya los numerales arábigos. En él expone el autor un ábaco nuevo, el ábaco de Gerberto o ábaco de los claustros, como prefieren llamarlo algunos autores alemanes. Su novedad consistía en que en lugar de utilizar una ficha o cospel por cada unidad, se utilizaban fichas de hueso con un número grabado en numeración arábiga que indicaba la cantidad de unidades que el cospel representaba.

Aunque los numerales arábigos no aparecen escritos en ningún documento que se pueda atribuir directamente a Gerberto, sí se pueden ver en un manuscrito del siglo XI que contiene una ilustración mostrando el ábaco gerbertiano y que lleva por título *Geometría II*, cuyo desconocido autor, al que se alude como Pseudo-Boecio, debió de haber sido influenciado por Gerberto. En el *Codex Vigilanus*, del año 976, que se custodia en la biblioteca del Real Monasterio del Escorial, sí aparecen ya los numerales arábigos, aunque sin incluir el cero. Se trata del manuscrito occidental más antiguo donde aparecen estos numerales.

Pero, ni los escritos y esfuerzos del Papa Silvestre II, ni los de sus discípulos Rémy d'Auxerre, Papias, Fulbert de Chartres o Radulfus de Lieja, entre otros, pudieron vencer la firme resistencia mostrada por el clero y por la civilización cristiana en general a aceptar las supuestas ventajas de un sistema numeral diseñado por infieles. De esta forma, puede comprenderse que la difusión de las cifras indo-arábigas se restringiera a un círculo elitista, el de los aritméticos. El descubrimiento de estas cifras se mantuvo, así, de momento, en un ámbito casi confidencial. Pero, de cualquier modo, lo cierto es que se había plantado ya un jalón en el largo camino hacia la aritmética moderna.

Un nuevo jalón fue el constituido por el *Liber abaci* escrito por Leonardo Fibonacci, el Pisano, en 1202, aunque sólo se conserva de él una segunda versión, la de 1228. Leonardo nació en Pisa el año 1170, pero se educó en el norte de África, donde su padre Guillermo desempeñaba un cargo consular y notarial en Bugía, ciudad en la que representaba los intereses de los mercaderes pisanos que negociaban allí. En esta ciudad, siguiendo los consejos de su padre, aprendió matemáticas y contabilidad. Comprendiendo la superioridad de los métodos de cálculo que se usaban en los países islamitas, viajó por Egipto, Siria, Grecia y Sicilia para completar sus estudios matemáticos. El año 1200 Fibonacci regresó a Pisa, donde dos años más tarde escribió el *Liber abaci*, dedicándoselo a Michael Scotus, filósofo escocés, muy conocido, sobre todo, por sus traducciones del árabe al latín. En efecto,

Scotus viajó a Toledo el año 1217, trabajando en su famosa Escuela de Traductores, donde tradujo la obra magna de Alpetragius *In astrología*. Tradujo además del árabe varios textos de Aristóteles, cuyos originales se habían perdido y solamente eran conocidos por su versión árabe, así como también importantes comentarios de Averroes sobre escritos aristotélicos. Entre sus traducciones del árabe al latín se cuenta, asimismo, la de la obra de Avicena *De animalibus*.

El *Liber abaci* consta de quince capítulos, el primero de los cuales entra ya directamente en materia. En efecto, empieza así: ‘*Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1 Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur*’, es decir, “Nueve son las cifras indias de los números: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Con estas nueve cifras, y con el signo 0, que los árabes llaman céfiro, se escribe cualquier número, como más abajo se demostrará”. La obra de Fibonacci constituye una enseñanza completa de la ciencia aritmética de los árabes: sistema de numeración, métodos de cálculo, álgebra, geometría, etc. Paradójicamente lleva el título de “ábaco”, cuyo uso se hacía innecesario con la nueva numeración. Pero, debe tenerse en cuenta que ésta era la denominación que a la sazón recibía el cálculo aritmético.

Al escribir su obra, Leonardo se inspiró fundamentalmente en dos matemáticos árabes: Abu Ja'far Muh'ammad ibn Musa, llamado Muhammed al-Khwarizmi, porque su familia -y, tal vez, él mismo- era originaria de la ciudad de Khwarizm, en el Asia central. Su nombre, latinizado como “algoritmo”, ha dado origen a un concepto aritmético. Al-Khwarizmi vivió en la primera mitad del siglo IX y su fama como astrónomo, matemático, geógrafo e historiador se basa sobre todo en dos obras matemáticas: *Algoritmi de numero Indorum*, de la que sólo se conoce la versión latina traducida en Toledo en 1130, y la dedicada al álgebra: *Aljabr w'al muqabalah*. En este libro el autor hizo uso de la obra *Elementos*, de Euclides. El otro matemático islamista en el que se apoyó Fibonacci es Abu Kamil, de cuya vida tampoco se tienen datos ciertos. Se supone que era originario de Egipto, ya que también es conocido como *al h'asib al-Mis'ri*, “el aritmético egipcio”. Se sabe con alguna certeza que vivió entre los años 850 y 930. Abu Kamil fue probablemente el primer matemático árabe que estudió los métodos de matemático griego Diofantes para afrontar la solución de determinados problemas. Muchos de los problemas ofrecidos como ejemplos por al- Khwarizmi y Abu Kamil se reproducen en la obra de Fibonacci.

Hay opiniones controvertidas sobre la influencia ejercida por el libro de Leonardo el Pisano en el proceso de introducción de la numeración arábica. Mientras unos creen que esta vez sí, que la numeración indo-arábica, cero incluido, así como los métodos de cálculo indio, penetraron profundamente en Europa gracias a él; otros piensan que todavía se tardarían siglos en que el uso de la numeración indo-arábica fuera conocida, aceptada y usada con cierta generalidad. Estos últimos citan a estos efectos varias razones o especulaciones para justificar el hecho de que el cálculo a base de fichas o discos se mantuviera tanto tiempo:

1. Una lenta difusión de las obras de Fibonacci y otras posteriores, todas ellas manuscritas, exponiendo el sistema. Entre las obras posteriores al *Liber abaci* se citan mayormente: *Liber algorismi de practica arismetrice*, basada en la aritmética de al-Khwarizmi y atribuida a Juan de Sevilla o Juan Hispano, traductor de la Escuela de Traductores de Toledo entre 1152 a 1166; *Carmen de Algoritmo*, de Alexander de

Villa Dei, escrito entre 1225 y 1235; el *Algorismus vulgaris* de Johannis de Sacrobosco, escrito hacia 1250; y el *Commentum magistri Petri Philomeni de Dacia*, que constituye un meticuloso y extenso comentario del texto de Sacrobosco, redactado hacia 1290.

2. La prohibición dictada por los gobiernos de ciertos países o regiones de emplear las cifras árabes (por ejemplo, el Consejo de Florencia en 1299).
3. El hecho de poca gente supiera leer y escribir hasta los siglos XVII o XVIII, por lo que no sentían interés por hacer cálculos sobre papel.
4. El papel no apareció realmente a un coste aceptable hasta comienzos del siglo XIX. Por tal motivo, no se disponía de papel para hacer cálculos sobre él.
5. Durante mucho tiempo, los cálculos sobre papel no resultaban cómodos.
6. Por otra parte, los sistemas monetarios no eran decimales, al revés que la numeración árabe.
7. La existencia de calculadores profesionales obstaculizaba la adopción de nuevos métodos, ya que procuraban evitarlo.
8. La existencia asimismo de razones ideológicas que no aceptaban la implantación de prácticas y sistemas provenientes de países infieles.

Fueran éstas o no las razones que ocasionaron la lenta implantación de la numeración árabe y de los sistemas de cálculo a la pluma o sobre papel, como se los denomina, que los mismos permiten, lo cierto es que durante los siglos XII al XVI tuvo lugar en Europa un enconada confrontación entre los abaquistas, como eran llamados los partidarios del cálculo tradicional, con la utilización del ábaco y los numerales romanos, y los algoristas, que defendían el uso de la numeración indo-arábiga con empleo del cero y del valor posicional de las cifras. Progresivamente se fue generalizando el uso de la numeración indo-arábiga, inclinándose el triunfo a favor de los algoristas. Si bien es cierto que en algunos países, como Francia, hubo que esperar a la Revolución francesa para que se aboliese definitivamente el empleo del ábaco, mediante la prohibición de su uso en las escuelas y en la Administración pública. En Alemania la mención de fichas o cospeles más tardía en la literatura alemana es la que se hace en el *Fausto* de Goethe, publicado el año 1808.

La historia de la introducción de la numeración árabe en el mundo europeo es el contrapunto que completa el significado de la historia de los métodos de “contar con la punta de los dedos” expuesta por Alain Schärlich en su libro *Compter du bout des doigts. Cailloux, jetons et bouliers de Périclès à nos jours*; es el mar al que va a dar el río de los distintos sistemas de ábacos; el mar que es el morir de estos sistemas; el marco cuya ausencia justificaba y aun hacía absolutamente necesarios los métodos y artilugios para “contar con la punta de los dedos”. Por esta razón me ha parecido conveniente detenerme unos instantes a recapitular el largo camino que, inexplicablemente, fue necesario para que esta numeración con tantas ventajas fuera aceptada y utilizada. Por ello, esta historia de la introducción de los numerales árabigos en Europa está también siempre presente, entre líneas o de forma expresa, en las páginas de la obra que vamos a comentar.

\* \* \*

El autor del libro, Alain Schärli, es un personaje conocido y singular. Hizo sus estudios en la École des Hautes Études Commerciales de la Universidad de Lausanne, simultaneándolos con su trabajo como empleado administrativo. Esta circunstancia de compaginar estudios con trabajo parece dar buenos resultados. Raymond de Roover, uno de los mejores historiadores económicos y financieros del siglo XX, y, sin duda, el que con más conocimiento de causa ha penetrado en los secretos de la historia de la banca y los instrumentos de crédito, compaginó también sus estudios de comercio con el trabajo en un banco y en una compañía naviera. En ambos frentes, trabajo y estudios, ha tenido éxito Alain Schärli: en su carrera administrativa ha llegado a alcanzar el puesto de Director General de su empresa, la sucursal suiza de Remy Martin; en su quehacer universitario, después de cursar a la vez dos carreras complementarias, la de Ciencias Exactas y la de Economía, obteniendo el título de Doctor en Ciencias Económicas, enseña en la Universidad de Lausanne gracias a su nombramiento como Profesor honorario.

Alain Schärli es un conocido conferenciante y divulgador científico a través de sus artículos en el *Journal de Genève* y de sus charlas en la Televisión suiza. Ha escrito asimismo diversos libros relacionados con la historia de las matemáticas y de las técnicas de gestión empresarial. Entre ellos, se cuentan los siguientes:

- *Localisation optimale et théorie des graphes*, Cahiers Vilfredo Pareto, Ginebra: Doz, 1969.
- *Où construire l'usine?*, París: Dunod, 1973.
- *Décider sur plusieurs critères. Panorama de l'aide à la décision multicritère*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1985, 1990, 1999.
- *Practiquer Electre et Promete. Un complément à Décider sur plusieurs critères*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1996.
- *Faire parler les chiffres La statistique descriptive au service de la gestion* (con Olivier Blanc), Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1997, 2000.
- *Compter avec des cailloux. Le calcul élémentaire sur l'abaque chez les anciens Grecs*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2001.
- *Compter avec des jettons. Tables à calculer et tables de compte du Moyen Age à la Révolution*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2003.

Alain Schärli es conocido también de los lectores españoles, pues su primer libro fue traducido al español por Rodolfo Argamentería García, siendo publicado en 1973 por el Instituto de Estudios Políticos con el título: *Localización óptima y teoría de grafos: contribución a la teoría de la localización óptima de la firma en una estructura de la concurrencia*.

\* \* \*

El libro que nos ocupa es la culminación de las investigaciones del autor sobre los métodos que nuestros antepasados empleaban para contar y realizar las sumas, restas e, incluso, multiplicaciones que la vida cotidiana les demandaba. La falta de numeración arábiga conllevaba también la ausencia de las actuales reglas operativas. Por ello, los griegos,

romanos y europeos de la Edad Media debieron, desde un principio, instrumentar unos medios adecuados a sus sistemas de numeración, que se fueron desarrollando, con muy ligeros avances y modificaciones, hasta los mismos comienzos de la Edad Moderna. Alain Schärliq que combina una rara habilidad para describir las cosas de forma sencilla y amena, sin que por ello la exposición pierda minuciosidad y detalle, y mucho menos rigor científico, presenta una magnífica exposición histórica del tema, que ilustrará y hará las delicias de los lectores.

El volumen consta de un Prólogo, un primer capítulo a modo de introducción y dos partes, cada una con una introducción, y seis capítulos, la primera, y cinco, la segunda. Una breve Conclusión repasa y resume los resultados de los capítulos anteriores. La Bibliografía cierra las páginas del libro.

En el Prólogo, el autor explica el propósito de la obra, que no se ocupa de la cuenta digital, es decir, de contar con los dedos, práctica que existió desde el principio de los tiempos, que sigue existiendo y que, probablemente, ha sido lo que ha originado la numeración decimal. Es la etapa siguiente la que interesa al autor, la que supone el inicio de una especie de mecanización muy primitiva y rudimentaria, en el intento de tomar en cuenta cantidades más elevadas de las que se pueden abarcar con los diez dedos de las manos. Curiosamente, esta etapa ha despertado poco interés entre los estudiosos y cuando lo han sentido su atención se ha dirigido hacia las más altas esferas, descuidando el cálculo, más aún si era manual y se hacía con la punta de los dedos. Atraído el autor, al contrario, por el aspecto material de las cosas, aclara que en el libro sólo se hablará del cálculo manual, limitado normalmente a la adición y la sustracción, aunque excepcionalmente se dedique también un poco de atención a la multiplicación.

Comenta a continuación que ya ha escrito dos libros acerca del ábaco, principal artificio de cálculo que le interesa. A este respecto, define el ábaco diciendo que es un conjunto de líneas paralelas, delimitando unas columnas, a la cabeza de las que figuran cifras o letras, y dentro de las cuales se colocan piedrecillas o cospeles. Por extensión se llama también ábaco el soporte de madera o en piedra en el que las líneas y las cifras o letras están grabadas. El primer libro, *Compter avec des cailloux*, exploró el cálculo por medio del ábaco en la antigua Grecia, mientras el segundo, *Compter avec des jettons*, describe las prácticas utilizadas en Europa a fines de la Edad Media y durante la Edad Moderna. El libro que presenta cubre el espacio intermedio, es decir, las técnicas usadas al respecto entre los romanos y en toda la Edad Media, así como los medios empleados en nuestros días para calcular con la punta de los dedos. De esta manera en el actual libro se ofrece una historia completa del cálculo manual, en la que se resume ampliamente el contenido de los dos libros anteriores y se añade la historia de los períodos que no se habían tratado.

El capítulo primero, que sirve, como se decía, a modo de introducción, se titula '*Pas plus de quatre, donc 5*' expone un principio que al autor le parece fundamental para comprender la filosofía del cálculo manual, pues rige todos los dispositivos de que trata la obra. Este principio es que el ojo humano no puede captar más de cuatro objetos a la vez, es decir, de un solo golpe de vista. De esta forma, mientras cuatro objetos pueden representarse por sus imágenes, cinco tienen que representarse ya por un signo. Schärliq resume este principio en la frase: *Nunca más de cuatro* y, citando a Georges Ifrah, ofrece una lista impresionante de las civilizaciones que expresaban las cantidades de uno a cuatro por medio

de muescas verticales. Cuando tenían que expresar cantidades mayores, las designaban separándolas en grupos de tres o de cuatro. Nunca ponían más de cuatro muescas en un solo grupo. Entre estas civilizaciones se cuentan las de Mesopotamia, Egipto, Creta, Fenicia, así como los habitantes de algunas pocas ciudades griegas. Todas éstas fueron civilizaciones que tuvieron su momento de apogeo entre el tercer y el primer milenio de nuestra era. Otras civilizaciones inventaron un signo para designar el número cinco; así hicieron, por ejemplo, los licios, los habitantes de casi todas las ciudades griegas, los etruscos y los habitantes de Palmira. Todos estos pueblos vivieron su apogeo en uno u otro momento del primer milenio. Otra consecuencia que se sigue de este principio, es el de que para designar diez objetos era necesario inventarse otro signo, y así, sucesivamente, para las unidades de nivel superior, de cinco en cinco. Los griegos, por ejemplo, se inventaron signos para 50.000, 10.000, 5.000, 1.000, 500, 100, 50, 10, 5 y 1, este último era la raya o muesca vertical que, como sabemos, usaban ya los mesopotamios.

Por otra parte, los griegos fueron también, probablemente, los inventores del ábaco a columnas, instrumentando una para cada uno de los signos anteriores, que hacían figurar en las respectivas cabezas. Los romanos imitaron el ejemplo griego, pero utilizaron letras en lugar de signos, para designar las cantidades indicadas: M (1.000), D (500), C (100), L (50), X (10), V (5) y I (1). Asimismo, descubrieron los ábacos portátiles: las piedrecillas griegas, que más tarde se convirtieron en cospeles, fueron reemplazadas por unas bolas redondas que podían deslizarse, encajadas, a lo largo de unas ranuras. Las cifras romanas fueron las que finalmente se perpetuaron con el uso del ábaco, al tiempo que, en una acción de doble sentido, fomentaron también el uso de éste.

Después del capítulo primero, comienza la primera parte del libro, que se titula '*D'un abaque à l'autre*' y se dedica al estudio detallado de la historia del ábaco desde los tiempos de la Grecia clásica hasta el fin de la Edad Moderna. Comprende una introducción y seis capítulos, que iremos reseñando por orden. La introducción de esta segunda parte hace hincapié en el hecho de que todas las numeraciones utilizadas para ilustrar el capítulo anterior eran aditivas. Es decir, consistían en la reunión de cierto número de signos, cuya suma, colocados los signos unos junto a los otros en el orden establecido, componían una cantidad. El ábaco fue inventado por gentes que no conocían más que las numeraciones aditivas, pero eso comportaba también que presentían ya la numeración posicional, pues una piedrecilla valía distinto según se colocase en una columna o en otra. Se explica, asimismo, para la mejor comprensión de los capítulos siguientes el significado de las operaciones llamadas "reducción" o "ampliación", que tienen que usarse de continuo para poder operar con el ábaco. La reducción consiste en reemplazar, por ejemplo, cinco piedrecillas o cospeles que se hallan en una columna en la que valen una unidad cada uno, es decir, una vez el valor asignado a la columna, por una piedrecilla o cospel situado en la columna con el valor cinco. La ampliación consiste exactamente en la operación inversa, y será necesario relizarla cuando se efectúen sustracciones.

El capítulo segundo se titula '*L'abaque chez les anciens Grecs*' y trata de las prácticas aritméticas de los griegos por medio del ábaco. Hace observar que los griegos, como casi todos los pueblos del Mediterráneo oriental, tenían una numeración basada en el 10. Por otra parte, tenían también un conjunto de 27 números, llamada la "numeración alfabética", consistente en tres series de números: del 1 al 9, del 10 al 90, y del 100 al 900. A cada uno de

estos números se les daba el nombre de una letra griega. El autor aporta las fuentes en que basa sus afirmaciones, distinguiendo a estos efectos entre fuentes literarias y fuentes arqueológicas. Describe la evolución de los ábacos, de los que destaca los construidos en piedra, muy a menudo mármol, muy pesados, de 100 a 600 kilos, que podrían haber pertenecido a santuarios, que en aquellos tiempos desempeñaban un papel semejante a los actuales bancos. Los mercaderes, en cambio, preferían unos ábacos más ligeros, que podrían haber sido construidos en madera. Presenta modelos de cada tipo de ábaco conocido, con fotografías de los mismos y esquemas complementarios, dando ejemplos detalladísimos, paso a paso, de los métodos empleados para hacer operaciones con los mismos, normalmente de adición y sustracción, pero también de multiplicación. De esta forma, el lector que lo desee puede aprender perfectamente el manejo de estos instrumentos.

El capítulo tercero, titulado “*Le calcul manuel chez les Romains*”, trata del uso del ábaco en la Roma antigua. Como ya se ha comentado, los romanos fueron los inventores de los ábacos portátiles, a base de bolas y ranuras, que convivían con los habituales. De la palabra latina *calculi*, piedrecilla, se derivan las actuales expresiones de “cálculo” o “calcular”. Se presentan, también en este caso, las fuentes literarias y arqueológicas de los conocimientos que describe, con diversas fotografías de escenas escultóricas en las que se representa a personas usando el ábaco, así como profusión de dibujos de ábacos para ilustrar las operaciones que se hacían con ayuda de los mismos.

El capítulo cuarto se titula “*Le calcul manuel au Moyen Âge*”. En él se describe el ábaco ideado por Gerberto d’Aurillac, de cospeles en los que se grababa el número de unidades que representaban, cospeles que vinieron a sustituir los que habían reemplazado ya las piedrecillas utilizadas anteriormente. Se habla también en este capítulo de la invención de las cifras árabes y de los inicios de su introducción en Europa, así como de sus relaciones con el sistema tradicional, tema del que ya hemos hablado por nuestra cuenta en la introducción de este comentario.

En el capítulo quinto, titulado, “*Les abaqués à ligne*”, se ofrece a modo de inicio la reproducción del frontispicio del capítulo sobre *Arithmetica* del libro de Gregor Reisch: *Margarita Philosophica*, publicado en Freiburg en 1503. En él aparecen, uno al lado del otro, sentados frente a sendas mesas, a la izquierda, Boecio realizando un cálculo a la pluma en guarismos árabes, y a la derecha, Pitágoras realizando un cálculo sobre el ábaco dibujado o grabado sobre su mesa. La cara de Boecio expresa satisfacción y complacencia, mientras la de Pitágoras denota más bien un sentimiento de inferioridad y pesadumbre. Sin duda, el autor del grabado quería significar con ello el triunfo de los modernos métodos de cálculo con respecto a los antiguos. Este ábaco es de los denominados de líneas. Esta es una modalidad de ábaco que en lugar de columnas verticales emplea líneas horizontales para colocar los cospeles. Normalmente, llevan también una o varias líneas verticales que establecen separaciones en las líneas horizontales. La característica que les da nombre es el hecho de que los cospeles no se coloquen en las franjas o filas, sino encima de las líneas. Se conocen varios de estos ábacos, no sólo porque se encuentran representados en grabados incluidos en varios libros de finales del siglo XV y comienzos del XVI. Aparte de ello han sobrevivido tres ejemplos de ábacos de estas características: tres grabados en una mesa ovalada, otro en un panel y uno más en un tapete bordado. Por otra parte, los cospeles grabados se democratizan y su producción se hace

más abundante. Llevan una decoración compleja y algunos de ellos representan una persona manejando un ábaco, como el ejemplo que Alain Schärli reproduce en fotografía.

El capítulo sexto se titula '*Les abaques à bandes*' y describe una modalidad de ábaco también utilizada a finales de la Edad Media y comienzos de la Moderna, sin que se pueda determinar si fueron anteriores o no a los ábacos de líneas. En cualquier caso, parece que convivieron. Su característica diferencial con los de líneas es que en lugar de colocarse los cospeles sobre las líneas, se situaban en las filas o espacios entre ellas. Se han conservado también varias muestras de ábacos de este tipo, que el autor enumera y describe minuciosamente, como en los casos anteriores, con inclusión de fotografías y dibujos. Asimismo en este caso, ofrece explicaciones detalladas sobre la forma de realizar las operaciones de adición y sustracción por medio de este tipo de ábacos.

En el capítulo séptimo, titulado '*Les calculs de métrologie*', se habla de los ábacos preparados específicamente para contar, no ya en abstracto o en términos monetarios, sino en las medidas de peso o capacidad de los bienes o mercaderías objeto de tráfico. Han sobrevivido también muestras de este tipo de ábacos, como el tablero de Neuchâtel del año 1612, de 163 cm. de largo por 90 cm. de ancho, que a mano izquierda tiene grabado un ábaco para contar dinero y a mano derecha uno para hacer operaciones en medidas cerealistas de capacidad. Otro ejemplo es la mesa de Bremgarten, de 125 cm. de longitud por 106 cm. de anchura, también provista de un ábaco, a la izquierda, para hacer cuentas en dos clases de moneda y de otro, a la derecha, para contar las medidas de capacidad referidas a *Kernen*, o sea, trigo desprovisto de su cascabillo, y más abajo a Roggen, es decir, centeno. Otra muestra más es la constituida por la mesa del Museo Nacional Suizo. De todas ellas ofrece el autor fotografías y dibujos.

La segunda parte del libro es titulada por el autor '*Des boules et des touches*' y en su introducción se advierte que a excepción de los dos primeros instrumentos, explicados en el capítulo octavo, todos los demás presentados en esta segunda parte se diferencian de los estudiados en la primera debido a que no tenían, como razón de ser fundamental, la necesidad de superar las dificultades inherentes al cálculo en cifras romanas. Fueron elaborados por personas que practicaban la numeración posicional y que sabían que ella permitía una fácil adición y sustracción con la pluma. Su único objetivo era, pues, el de hacer los cálculos con mayor rapidez y, sobre todo, con menor esfuerzo cerebral. Por otra parte, estos artilugios tratados en esta parte son casi todos cerrados, es decir, no pueden añadirse más fichas o bolas, porque las mismas están insertas en varillas enmarcadas. Por el contrario, los dispositivos de los que se ha tratado en la parte anterior eran abiertos, se podían añadir piedrecillas o fichas a voluntad, excepto en el caso del ábaco romano portátil. En otro orden de cosas, se especifica que en esta parte no se estudiarán ingenios como los nudos hechos en cuerdas utilizados por los incas ni las tarjas que todavía se usan por gentes sencillas en remotos lugares de Europa, pues los dos artificios tienen por objeto el recuerdo de números y, en consecuencia, pertenecen al área de la notación, no del cálculo.

Es importante indicar a este respecto, para evitar confusiones, que en francés, al revés de lo que ocurre en español o en inglés, por ejemplo, la expresión "ábaco" se utiliza solamente para los artilugios explicados en la primera parte del libro. De este modo, los actuales ábacos chinos o japoneses, por ejemplo, integrados por bolas insertadas en una varilla y que se deslizan a lo largo de ella, no se llaman en francés ábaco, sino *bouliers*.

El capítulo octavo se titula ‘*Fausses pistes au Moven Âge*’ y se dedica a explicar dos instrumentos: el tablero de contar llamado *exchequer* en inglés, del latín *scaccarium*, que fue utilizado en Inglaterra a partir del siglo XII hasta el siglo XVI, dando nombre al Ministerio de Hacienda británico, por ser en este tablero donde se calculaban los impuestos, y una tablilla italiana fechada en el siglo XIV. El autor llama a ambos “pistas falsas” pues, aunque constituyan variantes aisladas, los dos son claras derivaciones de los ábacos. La información que contamos sobre el tablero de contar inglés se reduce a la suministrada por dos libros, uno de Richard of Ely, escrito hacia el año 1180, y otro de Recorde, de 1542. Aparte de ellos, se conoce también una ilustración del *Red Book of the Exchequer*, donde se ven varios caballeros operando sobre un *exchequer*. El funcionamiento de este artilugio, que adoptaba la forma de un tablero de ajedrez, es explicado con todo detalle por el autor, que ofrece un ejemplo de adición. La tablilla italiana fue adquirida por el Deutsches Historisches Museum de Berlín en 1998, procedente de un museo particular. No había sido objeto de presentación ni publicación alguna hasta ahora, salvo la mención hecha por el autor en un coloquio mantenido en Annaberg-Buchholz. Tiene también la forma de un tablero de ajedrez, con sus típicas casillas, aunque en filas alternas están inscritos numerales romanos, mientras las filas vacías de reservan para los cospeles. También aquí Alain Schärflig ofrece dos ejemplos detallados, uno de adición y otro de sustracción.

El capítulo noveno es titulado “*Les bouliers à dix boules*”. En él se explica el funcionamiento de los ábacos de bolas contemporáneos, comenzando por el llamado “ábaco ruso”, con detallados ejemplos de su manejo tanto en adiciones como en sustracciones, y haciendo breve mención incluso de sus menguadas posibilidades operativas en el caso de la multiplicación. Una característica interesante de este tipo de ábacos es la del distinto color de sus bolas.

El capítulo décimo se titula ‘*Le boulier chinois*’ y como en todos los casos anteriores se explica con todo detalle cómo realizar operaciones en él. Asimismo se exponen sus antecedentes y distintas variedades con abundantes dibujos y fotografías. Lo mismo ocurre en el capítulo undécimo, “*Le boulier japonais*”, que se diferencia del chino por el número de varillas, 23 en lugar de las 13 o 9 chinas, el número de cuentas insertas en cada varilla y la forma de éstas, con arista en la parte superior, en lugar de redondeadas, como las chinas.

El capítulo duodécimo “*La petite calculette en bois*” se ocupa de un mundo más lúdico: el de los jugadores de naipes, estudiando los dispositivos inventados a partir del siglo XVIII, principalmente en Francia e Inglaterra, para totalizar los puntos conseguidos en sus partidas. De este modo, se describen los contadores de puntos basados en teclas o en clavijas, utilizados en la béciga, el whist y otros juegos. Se estudia la historia de este tipo de dispositivos y se ofrece abundante muestra de fotografías y dibujos de ellos, para ilustrar su forma de funcionamiento.

En la Conclusión, muy breve, el autor pasa revista a los tipos de artilugios utilizados para “contar con la punta de los dedos” que se estudiado en las páginas anteriores y los categoriza de la siguiente manera, en función de su grado de fidelidad al principio: *No más de cuatro*:

1. Dispositivos de primer rango: ábaco portátil romano, ábaco de bolas japonés y contador de puntos.

2. Dispositivo de segundo rango: ábaco de bolas chino.
3. Dispositivo de tercer rango: ábaco de bolas ruso.
4. Dispositivos de cuarto rango: todos los ábacos o sistemas abiertos.

Pero, en definitiva, el autor afirma que todos los dispositivos estudiados son primos hermanos y guardan grandes semejanzas entre sí, mostrando elevadas dosis de originalidad. Todos ellos permiten el cálculo con la punta de los dedos con un grado semejante de eficacia y, sobre todo, se muestran fieles al principio de *No más de cuatro*, aunque ni sus autores ni las personas que los utilizaban no conocían ciertamente este principio de forma explícita; pese a ello, la humanidad lo había practicado de forma empírica durante milenios, por la simple razón de que lo llevaban impreso en sus ojos y en su cerebro.

\* \* \*

Conclusiones del comentarista: Confirmando lo ya anticipado, debe decirse que se trata de un libro altamente interesante, redactado de forma sencilla y comprensible, con gran sentido del humor, en estilo ameno y grato, que no disminuye, sin embargo, la visión histórica, el rigor científico y la meticulosidad con que el autor afronta su tarea divulgadora. El lector que se adentre en él no sólo entrará en conocimiento de las vicisitudes históricas y de las características de los dispositivos estudiados, sino que aprenderá también a operar con ellos. La edición es muy cuidada, con generosidad y abundancia de ilustraciones, que resultan fundamentales para la comprensión de la operativa de los diferentes artilugios, así como para la percepción de una visión cabal e integradora de la problemática expuesta.

En consecuencia, es un libro que puede recomendarse sin vacilación a todo género de lectores interesados en los fenómenos culturales del devenir humano y también a los especialistas en historia de la contabilidad que quieran penetrar en la forma en que los antiguos contables y mercaderes realizaban las operaciones aritméticas que luego registraban en sus libros de cuentas.

**EHE**