

# UN MODELO POSTKEYNESIANO SIMPLE DE INESTABILIDAD FINANCIERA Y CICLOS\*\*\*

---

Óscar de Juan Asenjo\* y Josep González Calvet\*\*

---

Fecha de recepción: 9 de enero de 2003

Fecha de aceptación y versión final: 3 de junio de 2003

**Resumen:** En este trabajo se examina la interacción entre el sector real de la economía (representado por la tasa de crecimiento) y el sector financiero (representado por la tasa de interés). Se utiliza el modelo depredador-presa propuesto en 1926 por los científicos naturales Lotka y Volterra, que fue aplicado por primera vez al ámbito económico por Goodwin en 1967. A diferencia de los modelos convencionales del ciclo económico, cuyo punto de partida son las perturbaciones exógenas sobre la economía real, nuestra atención se centrará en descubrir los focos de inestabilidad financiera. Analizaremos también los mecanismos de propagación hacia el sector real, y las circunstancias que acotan el ciclo dentro de los límites que se observan en la realidad económica.

**Palabras clave:** Ciclos; Inestabilidad Financiera; Modelos Postkeynesianos.

**Abstract:** This paper analyzes the interaction between the real sector of the economy (represented by the rate of growth) and the financial sector (represented by the rate of interest). We apply the prey-predator model proposed in 1926 by the natural scientists Lotka and

---

\* Universidad de Castilla – La Mancha. Dpto. de Economía y Empresa. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

\*\* Universidad de Barcelona. Dpto. de Teoría Económica

\*\*\* Los autores desean agradecer la ayuda financiera del Ministerio de Ciencia y Tecnología para el proyecto SEC-2001-3392, del que forma parte el presente trabajo.

Volterra. This model was applied to Economics for the first time by Goodwin in 1967. Contrary to conventional models of economic cycles, whose starting point usually is an exogenous shock on the real sector, our attention will focus on the causes of financial instability. We shall also analyze the transmission mechanisms towards the real sector and the circumstances that bound cycles between certain limits, as we can observe in real life.

**Keywords:** Business Cycles; Financial Instability; Post-Keynesian Models.

## 1. Introducción.

En la dinámica de las economías capitalistas se aprecia la sucesión de largas olas de *prosperidad y declive*, en torno a las cuales quedan imbricados ciclos de menor duración. Detrás de cada ola de prosperidad, Schumpeter (1912) encontró una innovación decisiva (*epoch making innovations*) o un cúmulo de innovaciones menores (*clusters of innovations*) introducidas por *empresarios innovadores*. Los *empresarios imitadores* se animarán a invertir para atender los amplios mercados potenciales que se han creado y en este proceso de crecimiento arrastrarán a aquellas ramas que les suministran recursos de forma directa o indirecta. En De Juan (1999) utilizamos un modelo multiplicador – acelerador para explicar las largas olas de crecimiento. Aquí supondremos que la demanda autónoma lleva un tiempo creciendo a la misma tasa y a ella se ha ajustado la tasa garantizada de crecimiento ( $g^*$ ). Esto es, la que asegura año tras año el equilibrio macroeconómico de plena capacidad. Nuestro objetivo es explicar las oscilaciones de la tasa de crecimiento efectiva en torno a la tasa garantizada. Explicar, también, por qué estas oscilaciones suelen manifestarse como un ciclo, esto es, como una trayectoria inestable pero acotada y recurrente, un comportamiento que denota la presencia de un atractor dinámico capaz de evitar el colapso del sistema.

Las explicaciones de las fluctuaciones del producto y el empleo son diversas y no excluyentes. Goodwin (1967), siguiendo una de las teorías de la crisis de Marx, demostró que las variables distributivas eran capaces, por sí mismas, de generar fluctuaciones y que estas fluctuaciones respondían al modelo depredador-presa de Lotka-Volterra. Tras un periodo de acumulación intensa, la *tasa de empleo* subirá y con ella los salarios. Al aumentar la *tasa de salarios*, disminuirá el porcentaje de la renta disponible para la acumulación, pues la mayor parte de los salarios se consumen. Disminuirá, por tanto, la tasa de crecimiento y, con ella, las tasas de empleo y salarios. Las variables financieras pueden ser otra causa de inestabilidad. Así lo entendió Keynes (1936), y los grandes economis-

tas postkeynesianos: Minsky (1975), Kindleberger (1978) y Davidson (1978). Recientemente, numerosos autores han formalizado las relaciones entre las variables financieras y reales: Jarsulic (1989), Semmler (1989) y González – Sánchez (1994). Nuestra aportación estriba en la presentación de los ciclos financieros – reales desde la óptica de los modelos depredador – presa.

El esquema del trabajo es muy simple. En la *sección 2* presentamos un modelo de análisis (con versiones alternativas) que, partiendo de comportamientos económicos plausibles, establece los vínculos fundamentales entre el sector real (representado por la tasa de crecimiento) y el sector financiero (representado por la tasa de interés). En la *sección 3* exploramos la dinámica de estos modelos con los métodos analíticos y topológicos habituales. Indagaremos, en particular, en las condiciones requeridas para que la interacción entre el sector real y el financiero sea capaz de generar fluctuaciones autosostenidas en las que el tipo de interés fagocita la tasa de crecimiento. En la última sección se resumen las tesis principales, y se dejan caer un par de recomendaciones de política económica.

## 2. El modelo de análisis: relaciones entre las variables reales y financieras

Pretendemos encontrar un modelo que capte las relaciones dinámicas entre el sector real y el sector financiero de una economía. La formulación más general es la que hace depender la dinámica de las variables reales de los cambios en las variables financieras, y viceversa. La tasa de crecimiento de la producción y el capital ( $g$ ) representaría al sector real; su variación ( $g' = dg / dt$ ) sería función de sí misma y de las variaciones del tipo de interés. La tasa de interés ( $i$ ) representaría al sector financiero; sus variaciones ( $i' = di / dt$ ) dependerían de los cambios en la tasa de crecimiento y en la propia tasa de interés. El sistema de ecuaciones [1] representa esta formulación general<sup>1</sup>:

$$[1a] \quad g' = \gamma(g, i)$$

$$[1b] \quad i' = \rho(g, i)$$

Por supuesto, no todas las relaciones poseen la misma relevancia económica, ni todas interesan en la misma forma para una investigación particular. De ahí la conveniencia de construir el modelo desde abajo, analizando por etapas las fuerzas fundamentales que operan en el sector real y el sector financiero de la economía.

### 2.1 El sector real

El sector real de la economía vendría representado por el *stock* de capital fijo ( $K$ ). Para simplificar, asumiremos que no hay cambio técnico o que es neutral en

---

<sup>1</sup> González Calvet, J. (1999) desarrolla el marco de análisis general aplicable a cualquier sistema de este tipo, establece todas las condiciones que deben cumplirse para que aparezcan fluctuaciones, y estudia todos los casos genéricos económicamente significativos, aunque sin detallar ninguna especificación concreta como la que aquí se desarrolla.

sentido de Harrod, de manera que la relación deseada capital – producto ( $k$ ) se mantiene constante. Consecuentemente, las variaciones del stock de capital discurrirán paralelas a las variaciones de la producción. Según el principio keynesiano de la demanda efectiva, el nivel de producción en un momento dado será un múltiplo de la demanda autónoma (un múltiplo captado por el "multiplicador – acelerador"). Por la misma lógica, la tasa de crecimiento de la producción y del capital se ajustará a la tasa de crecimiento de la demanda autónoma. Supondremos que ésta lleva un tiempo estabilizada y a ella se ha ajustado la tasa garantizada ( $g^*$ ).

El capital aumenta a través de la inversión. La inversión planeada ( $I_p$ ) que hace posible atender el crecimiento de la demanda y que garantiza el equilibrio macroeconómico viene explicada por el acelerador:

$$[2] \quad I_p = k \cdot g^* \cdot Y$$

El lector (keynesiano o neoclásico) se sorprenderá de que en la función de inversión falte toda referencia al tipo de interés. Si el lector está familiarizado con los datos empíricos su sorpresa será posiblemente menor. En seguida recordará largos periodos en que la inversión ha sido pujante a pesar de los elevados tipos de interés y otros en que la inversión ha sido muy baja a pesar de intereses cercanos a cero. La explicación estriba en que el tipo de interés no figura entre los determinantes fundamentales de la inversión, a saber: la tasa de crecimiento de la demanda autónoma y la relación deseada capital-producto.

Lo anterior no implica que el tipo de interés sea irrelevante en el corto y medio plazo. Estos planes de inversión se han tomado para el tipo de interés convencional ( $i^*$ ), el que ha regido en el pasado reciente y se espera prevalezca en el futuro. Las desviaciones del tipo de interés de mercado ( $i$ ) sobre el nivel convencional pueden afectar a la inversión efectiva (que denominaremos  $I$  para distinguirla de la anterior,  $I_p$ ). Aunque la inversión planeada no cambiara, sí es probable que se altere el ritmo de ejecución de esos planes. Que se acelere la inversión cuando el interés está inusualmente bajo y que se desacelere cuando sube exageradamente. En un modelo de corto y medio plazo, como el que estamos diseñando, la inversión efectiva ( $I$ ) es diferente de la planeada ( $I_p$ ), y esta diferencia viene explicada por las desviaciones relativas del tipo de interés respecto a su nivel convencional. Otro tanto ocurrirá con las variaciones de la propia tasa de crecimiento. La manera más simple de expresarlo sería la siguiente, donde el

cambio porcentual o tasa de crecimiento de  $g$  (esto es,  $\hat{g} = \frac{dg}{g} \frac{dt}{dt} = \sigma \ln g, dt$ )

depende linealmente de la desviación relativa del tipo de interés:

$$[3a] \quad \hat{g} = \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i \end{pmatrix}$$

Esta función lineal podría ser modificada para dar cuenta de la existencia de "techos y suelos". El tipo de interés real (el nominal menos la tasa de inflación) no puede superar durante largo tiempo la tasa de beneficio. De lo contrario, los empresarios congelarían toda inversión. En segundo lugar, observamos que el tipo de interés nominal nunca ha sido negativo. El límite inferior del interés real será, por tanto, cero menos la tasa de inflación<sup>2</sup>. En aras a la simplicidad mantendremos la formulación lineal. La introducción de estos "techos y suelos" o de formulaciones no lineales contribuye a acotar las oscilaciones. Pero pronto veremos que un modelo basado en una función lineal como la [3a] es suficiente para generar ciclos. En aras a la simplicidad, tomaremos esta formulación.

Para obtener una expresión más general, al estilo de la anunciada en [1] habría que hacer depender a  $\hat{g}$  de sí misma, esto es, de sus desviaciones respecto a la tasa de crecimiento garantizada. Así, por ejemplo, una especificación de la expresión completa podría ser:

$$[3b] \quad g = \alpha \cdot \begin{pmatrix} g & g^* \\ g & \bar{g} \end{pmatrix} - \beta \cdot \begin{pmatrix} i & i^* \\ i & \bar{i} \end{pmatrix}$$

La "autoaceleración" de la tasa de crecimiento ya estaba presente en el primer modelo multiplicador – acelerador, el de Harrod de 1939. Y le confería una inestabilidad extrema, tanta que el modelo ha quedado asociado a la imagen del "filo de la navaja" (*knife edge*).

*"Departure from the warranted line sets up an inducement to depart farther from it. The moving equilibrium of advance is thus a highly unstable one"* (Harrod, 1939, p. 26).

Tamaño inestabilidad no se observa, sin embargo, en la economía real. Para evitarla algunos autores han introducido un acelerador flexible donde la reacción no es proporcional a la distancia del equilibrio. Otros han introducido "suelos y techos" que truncan la función lineal. Nuestra propuesta es cambiar la propia función de reacción del empresario inversor. Harrod asume que si los empresarios esperan una tasa de crecimiento superior a la garantizada, se sobreutilizará la capacidad productiva y los empresarios reaccionarán elevando la tasa de crecimiento esperado de la demanda. Nosotros tomamos la tasa de crecimiento de la demanda autónoma como un dato; consideramos que ésta responde a fuerzas más objetivas y estables como sería el crecimiento de los mercados que resulta del ciclo vital de los productos. Si en un momento se aprecia insuficiencia de existencias o de capacidad productiva, el

---

<sup>2</sup> En nuestro modelo postkeynesiano, la inflación obedece, fundamentalmente, a las presiones de los costes y la tomamos como dato.

empresario tratará de completarlas, a la vez que atiende una demanda creciente a una tasa  $g^{*3}$ . Con esta propuesta desaparecería el primer término de la fórmula [3b] y retornaríamos a [3a]. Habida cuenta de que el objetivo principal de este trabajo es indagar sobre el impacto de las perturbaciones financieras en el sector real, parece preferible quedarnos con esta versión reducida.

## 2.2 El sector financiero

Hemos representado al sector real de una economía por su stock de capital físico. En la misma línea, podríamos representar al sector financiero de una economía por los activos financieros que denotan la propiedad de ese capital. Se negocian en los mercados de valores (la "bolsa") donde su valor es actualizado día a día. Los propietarios se benefician de las plusvalías obtenidas, amén de los dividendos y de los intereses pagados a los activos de renta fija.

El tipo de interés constituye el nexo fundamental entre el circuito real y el financiero. El título de la obra maestra de Keynes no puede ser más significativo: "Teoría general del empleo, *el interés*, y el dinero". Este nexo es bastante frágil y puede ser causa de continuas perturbaciones capaces de generar fluctuaciones. Los economistas postkeynesianos son, posiblemente, los que más energías han gastado para esclarecer estos fenómenos monetarios-financieros. Tres libros decisivos a este respecto son los de Moore (1988), Wray (1990), Lavoie (1992). Aunque entre ellos median algunas diferencias, destacaremos las ideas fundamentales, resumiendo lo dicho en De Juan (2002):

(1) El dinero es endógeno. El sistema bancario crea dinero para satisfacer la demanda de crédito por parte de las empresas inversoras. Por supuesto, los créditos demandados también pueden destinarse a la compra de bienes de consumo duraderos y a colocaciones especulativas.

(2) El tipo de interés puede presentarse como un fenómeno "convencional". Con ello quiere decirse que no existe un equilibrio de largo plazo determinado por fuerzas reales de carácter objetivo y fundamental (al contrario de lo que ocurre con el precio de los bienes o con la tasa de beneficio). El interés de equilibrio o de referencia vendría asociado al interés que ha regido en el pasado reciente y se espera que prevalezca en el futuro. Keynes lo expresó con más fuerza:

"Quizá fuera más exacto decir que la tasa de interés es un fenómeno 'muy convencional', en vez de 'muy psicológico', porque su valor efectivo está determinado en gran parte por la opinión dominante acerca del valor que se espera irá a tener. Cualquier nivel de interés que se acepte con suficiente convicción como probablemente duradero, será duradero..." (Keynes, 1936, p. 203.).

---

<sup>3</sup> Alexander (1949) formuló una crítica similar, pero el concepto de "*knife edge*" ya había ganado carta de naturaleza.

(3) El Banco Central puede contribuir a fijar ese equilibrio convencional del tipo de interés. En sus préstamos a la banca privada fija un "tipo básico" o "tipo de intervención" ( $i_b$ ), que sirve de anclaje a toda la estructura de tipos de interés. La banca prestará a sus clientes cargando un "mark up" sobre el interés básico del banco central. Este "mark up" viene forjado por la competencia entre las instituciones financieras y ha de ser lo suficientemente amplio como para cubrir los costes de intermediación financiera y el "beneficio normal" que necesariamente ha de estar relacionado con el capital fijo invertido y con el riesgo asumido. Para un contrato representativo, digamos créditos preferentes a un año, el tipo de interés activo cargado por los bancos será:  $i_a = i_b \cdot \mu$ . El interés de la economía ( $i$ ) puede presentarse como una media ponderada de los diferentes tipos de interés que coexisten en función del vencimiento, el prestatario y el prestamista. El arbitraje financiero asegura una coherencia entre los diferentes tipos de interés, y particularmente entre el interés medio y el interés de un crédito representativo de la banca.

(4) La oferta de crédito puede representarse como una línea horizontal a la altura de  $i_a$ . Admitiendo la endogeneidad del crédito y del dinero, no hay razones para asumir que el incremento de créditos elevará el tipo de interés. ¿Significa esto que el crédito puede crecer a un ritmo ilimitado sin generar tensiones sobre los tipos de interés? No y poco costará encontrar etapas con tipos de interés en alza. Algunos de estos episodios tal vez pueden explicarse por la propia política del Banco Central que eleva el tipo básico. Pero otras veces se observa una elevación de los tipos bancarios y del tipo medio de la economía, sin que el Banco Central cambie de política. La razón estriba en que el mark-up de los bancos debe tener en cuenta el factor riesgo. Riesgo de suspensión de pagos de los prestatarios si su coeficiente de apalancamiento (deuda / capital propio) se eleva exageradamente. Riesgo de insolvencia de los propios bancos cuando los créditos concedidos dejan de guardar una proporción razonable con el capital fundacional del banco<sup>4</sup>.

(5) Al elevarse el riesgo financiero, la reacción del sistema financiero es doble. Por una parte se eleva el tipo de interés. Y recordamos que basta con elevar el coeficiente de riesgo aplicado a algunos clientes para que aumente el interés medio. Por otra parte se practican restricciones crediticias. A la vista del elevado apalancamiento de algunos prestatarios o del

---

<sup>4</sup> La inflación (la pérdida del valor adquisitivo del dinero que devuelven al prestamista) es otro "riesgo" a tener en cuenta. Los aumentos de inflación se trasladan de forma casi automática a los intereses nominales. Y si se espera una inflación creciente, la curva tipos (o estructura temporal de intereses) se empinará. Como hemos advertido, en este trabajo eliminamos por hipótesis los problemas inflacionistas. De incluirlos, las tendencias generales se reforzarían: tras un auge económico prolongado aparecerían tensiones en los costes que se traducirían en tensiones inflacionistas y mayores tipos de interés nominal.

riesgo de insolvencia del propio banco, la conducta más razonable es renunciar a conceder más créditos. Los prestatarios, por su parte, tampoco aceptarían endeudarse a un interés prohibitivo.

Sobre el telón de fondo de estas ideas, pasamos a formalizar la dinámica del tipo de interés. Distinguiremos tres escenarios.

**(a) Ausencia de especulación financiera. Demanda de crédito exclusivamente para inversiones productivas.**

Empezaremos imaginando una economía donde no hay inversiones especulativas. El dinero que se invierte en bolsa guarda relación con las acciones y obligaciones que se van creando para financiar la expansión del capital. El capital se expande a la tasa garantizada. Y otro tanto ocurre con la demanda de créditos para financiar la inversión productiva. En una economía que crece a la tasa garantizada y donde sólo se demanda crédito para inversiones productivas no hay razones para esperar una elevación del tipo de interés. Ahora bien, si los empresarios desean crecer permanentemente por encima de la tasa garantizada ocurrirá que el capital que sirve de garantía crece a un ritmo menor que la demanda de créditos por las empresas. El apalancamiento financiero irá creciendo y con él el riesgo de suspensión de pagos. En conclusión, y como primera aproximación, la

dinámica del tipo de interés (su cambio porcentual,  $\hat{i} = \frac{di/dt}{i} = d \ln i / dt$ ) puede relacionarse con las desviaciones relativas entre la tasa de crecimiento efectivo y garantizado.

$$[4a] \quad \hat{i} = \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ & g \end{pmatrix}$$

**(b) Especulación financiera ilimitada.**

Los agentes económicos aspiran a hacerse ricos con inversiones reales-productivas (creación o ampliación de una empresa) y con inversiones financieras-especulativas (compra de las acciones de una empresa existente con la esperanza de obtener plusvalías). El crédito se demanda tanto para las primeras como las segundas. El tipo de interés es un coste para ambas inversiones y una elevación del mismo debería causar mella tanto en las inversiones productivas como en las especulativas. Pero no siempre ocurre así. Cuando las perspectivas de ganancias especulativas se disparan, ("cuando la economía se convierte en un casino", que diría Keynes), es posible que las elevaciones del tipo de interés avancen paralelamente a la demanda de créditos para la especulación financiera. Las razones que explican este comportamiento son múltiples.

(1) El especulador del que nos habla Keynes (1936, cap. 15) atiende, sobre todo, a las desviaciones del tipo de interés de mercado sobre el interés convencional. Si el primero supera al segundo, los inversores financieros esperarán una reducción de los tipos de donde se seguirá el incremento del valor de los activos financieros (presumiblemente deprimidos a consecuencia de los altos intereses). Anticipando este hecho, y para asegurar las plusvalías resultantes, los agentes financieros se apresurarán a invertir en bolsa. Si la demanda de créditos para este fin es masiva es posible que los tipos de interés se eleven todavía más sobre su nivel convencional.

(2) El especulador del que nos habla Kindleberger (1989, cap. 2) observa las fuertes plusvalías que se están obteniendo en la bolsa, mucho más altas y rápidas que el rendimiento asociado a las inversiones productivas. Conoce que estos títulos están sobrevalorados, pero espera que todavía seguirán subiendo durante algún tiempo. Movidio por estas expectativas, se apresura a pedir créditos para la compra de valores. Y no se detendrá por más que los bancos exijan mayores intereses. Si son muchos los especuladores que adoptan esta conducta, sus expectativas se autorrealizarán. Asistiremos a una situación donde la negociación bursátil crece a pesar de las altas cotizaciones, y la demanda de créditos para invertir en bolsa también crece por más que se eleven los tipos de interés. La situación, concluye Kindleberger, no puede perpetuarse: el suceso más inocuo e inesperado puede "pinchar la burbuja" y precipitar un pánico financiero.

Si la disponibilidad de crédito para la especulación financiera fuera ilimitada, la evolución del tipo de interés dependería proporcionalmente de las desviaciones del tipo de interés sobre su nivel convencional. Si unimos este resultado con el de la expresión [4a] obtenemos la siguiente expresión.

$$[4b] \quad \hat{i} = \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ & g^* \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ & i^* \end{pmatrix}$$

### (c) Especulación financiera con restricciones crediticias

La expresión anterior entraña un comportamiento muy simplista por parte de los especuladores que invierten en bolsa y de los bancos que les conceden crédito. Por supuesto, ni Keynes, ni Kindleberger, ni Minsky asumen una especulación sin restricciones de ningún tipo. Todos ellos insisten en que este comportamiento no puede perpetuarse. A partir de un cierto umbral de riesgo los bancos rehusarán conceder más créditos. Y este riesgo es claramente visible cuando las posibilidades de devolver el crédito no dependen de los rendimientos de unos activos financieros sobrevalorados, sino de la posibilidad de que alguien desee comprarlos por un precio todavía mayor. Una forma sencilla de formalizar esta "prudencia financiera" consiste en agregar

a [4b] un término cuadrático negativo con relación al tipo de interés. El tipo de interés convencional representaría el nivel de equilibrio al que corresponde una cotización de las acciones y obligaciones acorde con los fundamentos económicos. La especulación financiera puede provocar una "autoaceleración" del tipo de interés tal y como se indicaba en el término de [4b] precedido por  $\varepsilon$ . Pero cuanto más nos separemos del tipo de interés convencional y de los valores económicos fundamentales, cambiará el comportamiento de los agentes financieros: las restricciones crediticias sustituirán a las elevaciones del tipo de interés.

$$[4c] \quad \dot{i} - \delta \begin{pmatrix} g & g \\ g^* & g^* \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i^* \end{pmatrix} - \gamma i^2 + \alpha$$

### 3. Dinámica de los modelos.

Para conocer qué efectos tiene para el conjunto de nuestra sencilla economía cada uno de los comportamientos del sistema financiero presentados en la sección anterior, es necesario estudiar con mayor detalle el funcionamiento del modelo. Para ello se aborda el análisis de su dinámica, que viene dada por las expresiones [3a], que se refiere al comportamiento del sector real y [4a, 4b, 4c], referidas a la conducta del sector financiero.

Nuestra economía está en equilibrio cuando las variables  $(g, i)$  toman los valores  $(g^*, i^*)$ , esto es, cuando la tasa de crecimiento es igual a la tasa garantizada y el tipo de interés se iguala al tipo de interés convencional en el sentido de Keynes. Para conocer las trayectorias que sigue la economía, estudiaremos la estabilidad del equilibrio y de su entorno, así como la estabilidad global de la economía. Dado que se trata de un sistema dinámico autónomo con sólo dos variables de estado  $(g, i)$  su análisis puede llevarse a cabo con sólo estudiar el jacobiano del sistema en el equilibrio (análisis local) y el diagrama de fases del sistema (análisis global)<sup>5</sup>. Este análisis se completará con algunas simulaciones numéricas, a título puramente ilustrativo.

#### 3.1. Modelo sin especulación financiera. El esquema puro depredador-presa

La versión más simple del modelo viene dada por las expresiones [3a] y [4a]. En este caso la tasa de crecimiento del tipo de interés sólo obedece a las desviaciones relativas de la tasa de crecimiento de la economía. No hay, por tanto, ningún tipo de comportamiento especulativo en lo referente al sector financiero. Simplemente el coste del crédito refleja el cambio de las condiciones de expansión del sector real.

<sup>5</sup> En González Calvet, J. (1999) se concreta el marco de análisis para esta clase de modelos. Los casos aquí estudiados son tres especificaciones distintas del caso 1 de la tabla 2 del Apéndice de dicho trabajo.

El sistema dinámico tiene la siguiente forma:

$$[3a] \quad g = \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & \end{pmatrix}$$

$$[4a] \quad i = \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ g & \end{pmatrix}$$

Este sistema dinámico, que viene expresado en tasas de crecimiento instantáneas, puede reescribirse en términos de un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas

$$[5] \quad \dot{g} = g \left[ \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & \end{pmatrix} \right] - \beta g \quad \beta \quad g i$$

$$[6a] \quad \dot{i} = i \left[ \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ g^* & \end{pmatrix} \right] - \delta i + \delta \quad g^* \quad g i$$

El sistema formado por las ecuaciones [5] y [6a] no es más que un sistema del tipo de Lotka-Volterra, esto es, se trata de un sistema de los llamados "conservativos" cuyo equilibrio es un centro (no es ni estrictamente estable ni inestable) y para el que las trayectorias son órbitas. En estos sistemas, los valores propios de la matriz jacobiana son imaginarios puros y puede obtenerse la solución analítica del sistema por separación de variables (obtención de la primera integral o curva integral). Por el teorema de Hirsch y Smale (1973), la curva integral o solución es una familia de infinitas órbitas cerradas en torno al equilibrio, que vienen determinadas por las condiciones iniciales (véase el apéndice para más detalles).

Este tipo de modelos se utilizaron originalmente por Alfred Lotka en el análisis de algunas reacciones químicas y por Vito Volterra, en 1926, para explicar los cambios en el volumen de pesca y en la proporción de depredadores (tiburones y otros peces selacios, no comestibles), en el Adriático antes y después de la 1ª Guerra Mundial. Son los llamados modelos presa-depredador<sup>6</sup>. Este modelo fue aplicado con un éxito notable por Goodwin (1967) para explicar la dinámica cíclica salarios reales-empleo que se halla implícita en la curva de Phillips real y

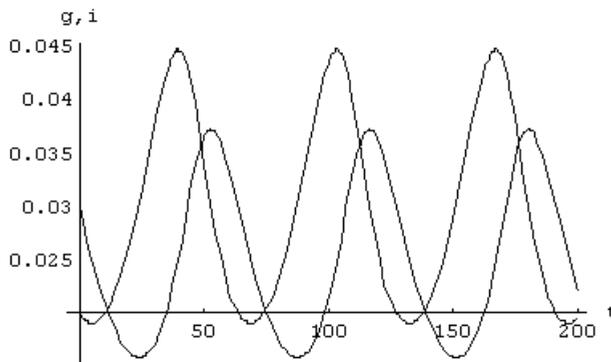
---

<sup>6</sup> Su funcionamiento es muy intuitivo: la población de, digamos, conejos, depende en primer lugar del número de conejos y, en segundo lugar, del número de depredadores (lince). Cuantos más conejos haya, tantos más conejos nacerán cada año. Pero, cuantos más lince, menos conejos sobrevivirán. En lo referente a la población de lince, en ausencia de conejos se extinguirían por falta de alimento, pero si hay conejos su población aumentará. Por consiguiente, se establece una interacción entre ambas especies. Cuando aumenta la población de conejos habrá más presas y se acabará expandiendo la población de depredadores. Pero a más depredadores mayor número de capturas, se frena la expansión de las presas y se empieza a reducir su número. Con ello, las presas empiezan a escasear cada vez más con lo que los lince pasan cada vez más hambre hasta el punto de que su población deja de crecer y empieza a reducirse. La progresiva reducción del número de lince reduce también las capturas, se detiene el descenso de la población de conejos y permite que ésta vuelva a crecer, repitiéndose el ciclo indefinidamente.

en la idea del ejército de reserva como mecanismo de moderación salarial, de Marx. En ese modelo de Goodwin, el crecimiento salarial "depreda" los beneficios (que se invierten íntegramente) y por tanto, "depreda" la tasa de empleo.

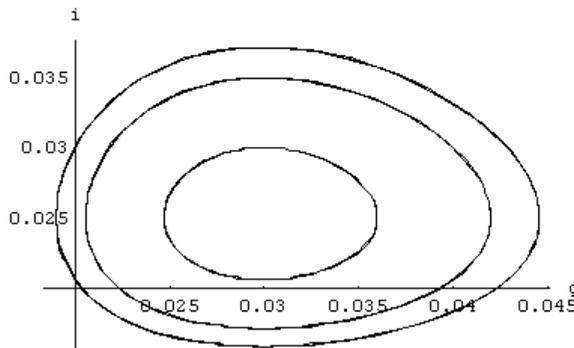
En nuestro modelo, es el tipo de interés el que "depreda" la tasa de crecimiento. En efecto, al aumentar la tasa de crecimiento, también aumenta el tipo de interés lo que repercute en un mayor coste financiero, en un menor flujo de beneficios disponibles para la acumulación y en un ulterior descenso de la tasa de crecimiento. Con la ralentización económica desciende la demanda de crédito y el tipo de interés, lo que sienta las bases para el inicio de la recuperación del crecimiento. La economía se expande de forma cíclica y el tipo de interés sigue esas mismas fluctuaciones con un retardo aproximado de un cuarto de ciclo. En el gráfico 1 se ilustra la evolución de ambas magnitudes en el tiempo para los siguientes parámetros:  $\beta = 0,1$ ;  $\delta = 0,1$ ;  $g^* = 0,03$ ;  $i^* = 0,025$  y unas condiciones iniciales  $i_0 = 0,02$ ;  $g_0 = 0,03$ .

**Gráfico 1.** Evolución de (g, i) en el modelo sin especulación financiera



En el gráfico 2 se muestra la trayectoria solución (la curva integral) en el plano de fases para tres distintas posiciones iniciales y los mismos parámetros anteriores. Nótese como cada posición inicial posible daría lugar a una órbita distinta, esto es, la solución es una familia de infinitas órbitas.

**Gráfico 2.** Curvas solución del modelo sin especulación financiera



Esta modelización de las fluctuaciones real-financieras es insatisfactoria desde varios puntos de vista. Desde el punto de vista formal, se trata de un modelo estructuralmente inestable, esto es, cualquier pequeño cambio en el comportamiento dinámico podría llevar a que el equilibrio fuera estable (y desaparecerían los ciclos) o inestable, y la economía se colapsara definitiva e irreversiblemente. Ninguna de ambas experiencias se corrobora con los datos conocidos de las economías capitalistas: las economías no se colapsan porque siguen creciendo a medio y largo plazo, pero tampoco son estables porque presentan fluctuaciones repetidas. Por otra parte, es evidente que cualquier *shock* externo va a hacer saltar la trayectoria de una órbita a otra más cercana o lejana del equilibrio, esto es, la amplitud de las fluctuaciones sólo dependería de las condiciones iniciales y de estas perturbaciones externas, lo que también es contrario a la experiencia, que muestra que las economías acostumbran a fluctuar dentro de unos márgenes acotados, pese a los *shocks* de todo tipo. Finalmente, desde el punto de vista explicativo, aunque es interesante comprobar que el esquema presa-depredador es un primer punto de partida sólido para explicar algunos ciclos real-financieros, no cabe duda que el modelo debe incorporar los comportamientos de tipo especulativo.

### 3.2. Modelo con especulación financiera ilimitada

La incorporación de la especulación financiera puede realizarse, en la versión más simple añadiendo un segundo término a la ecuación [4a], que recoja el movimiento del tipo de interés como función de sí mismo, con lo que el sistema se expresa en los términos siguientes, en su versión más simplista:

$$[3a] \quad \hat{g} = \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ \dot{i} & \dot{i}^* \end{pmatrix}$$

$$[4b] \quad \dot{i} = \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ g & g \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ \dot{i} & \dot{i}^* \end{pmatrix}$$

El segundo término expresa que el tipo de interés crece o decrece linealmente con la desviación relativa con respecto al tipo convencional. Se trata de un comportamiento simplista porque la respuesta a los cambios del tipo de interés es siempre proporcional a la desviación, con independencia de que ésta sea pequeña o grande. Como en el caso anterior, vamos a reescribir estas expresiones en términos de tasas de variación temporal, con lo que queda un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas.

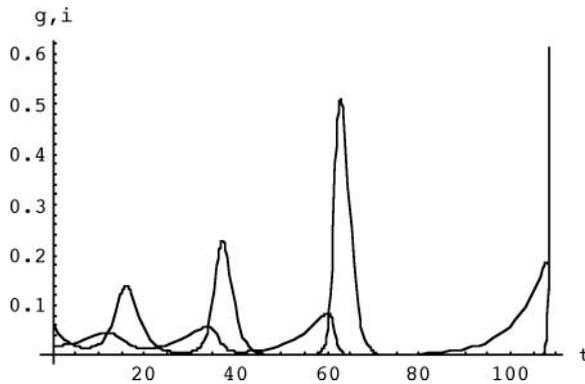
$$[5] \quad g' = g \left[ \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ \dot{i} & \dot{i}^* \end{pmatrix} \right] = \beta g \frac{\beta}{i^*} g i$$

$$[6b] \quad \dot{i} = i \left[ \delta \cdot \begin{pmatrix} g & g^* \\ g & g \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ \dot{i} & \dot{i}^* \end{pmatrix} \right] = (\delta + \varepsilon) i + \frac{\varepsilon}{i^*} i^2 + \frac{\delta}{g} g i$$

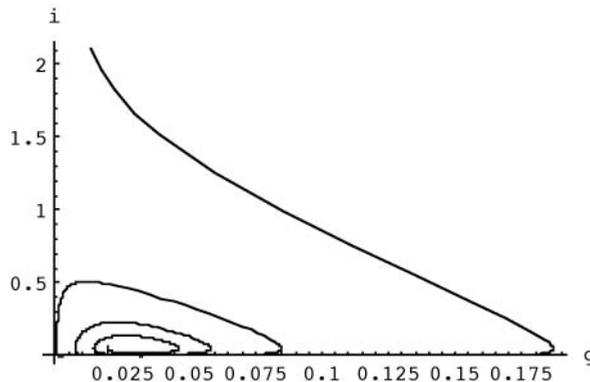
La ecuación [6b] es ahora más compleja que en el caso anterior. Las variaciones del tipo de interés pasan a depender también de los valores que toma la misma variable, que tiene una marcada autoaceleración. El análisis de la matriz jacobiana evaluada en el equilibrio nos muestra que los dos valores propios tienen su parte real positiva, por lo que el equilibrio es un foco, esto es, genuinamente inestable (véase el apéndice). El análisis del diagrama de fases muestra que las trayectorias del sistema tienen un sentido orbital y que, por lo tanto, hay fluctuaciones. Sin embargo, estas fluctuaciones no pueden acotarse y, por consiguiente, el sistema es inestable, esto es, las fluctuaciones se van agrandando hasta llegar al colapso económico irreversible (véase apéndice).

A título ilustrativo se presenta una simulación con parámetros especialmente escogidos para retrasar lo más posible el colapso final del sistema. En el gráfico 3 se presenta la evolución temporal de  $(g, i)$  y en el gráfico 4 la trayectoria de  $(g, i)$  en el espacio de fases. Los valores de los parámetros son:  $\beta = 0,15$ ;  $\delta = 0,75$ ;  $\varepsilon = 0,05$ ;  $g^* = 0,03$ ;  $i^* = 0,05$ . Los valores iniciales son  $g_0 = 0,02$ ;  $i_0 = 0,06$ .

**Gráfico 3.** Modelo con especulación financiera ilimitada. Evolución temporal



**Gráfico 4.** Modelo con especulación financiera ilimitada. Plano de fases



En este caso, la respuesta del sistema financiero ante el aumento de la demanda de crédito sólo afecta al tipo de interés. Si el sistema bancario percibe mayor riesgo, cobra tipos de interés mayores, pero no restringe el crédito. Con ello no se elude el riesgo ni se evita la quiebra de los prestatarios, sino que simplemente se aplaza, al coste de aumentar aún más la masa de crédito con alto riesgo y alto coste financiero, hasta que a partir de cierto momento la magnitud de la deuda y su elevado coste la vuelve impagable, el tipo de interés se dispara y la economía se colapsa.

### 3.3. Modelo con especulación financiera sujeta a restricciones crediticias.

La existencia de prácticas financieras especulativas generalizadas no es ningún argumento para justificar la práctica crediticia irresponsable y *naïf* del caso anterior. Todos los bancos saben que ante un aumento del riesgo de las operaciones crediticias no basta con aumentar el tipo de interés sino que debe restringirse el crédito para evitar que sea el propio banco quien acabe en una posición de riesgo fatal. Por consiguiente hay que introducir algún elemento de prudencia en la práctica bancaria. Con ello, aunque el sistema financiero seguirá alimentando la especulación financiera, se evita el colapso irreversible.

Una forma muy simple de modelar este comportamiento es el uso de un acelerador flexible, esto es, que el crecimiento del tipo de interés no dependa linealmente de las desviaciones sino que, para desviaciones grandes, éstas tengan un efecto menos que proporcional. En términos formales, basta con introducir una expresión adicional con signo negativo y de orden superior (cuadrático, cúbico u otras formulaciones más complejas) en la ecuación 6b. Adicionando un término cuadrático las relaciones básicas de este caso quedan formuladas del siguiente modo:

$$[3a] \quad \hat{g} = \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i \end{pmatrix}$$

$$[4c] \quad \hat{i} = \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ g^* & g \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i \end{pmatrix} - \gamma i^2 + \alpha$$

Reescribiendo el sistema en términos de tasas de variación, se obtiene:

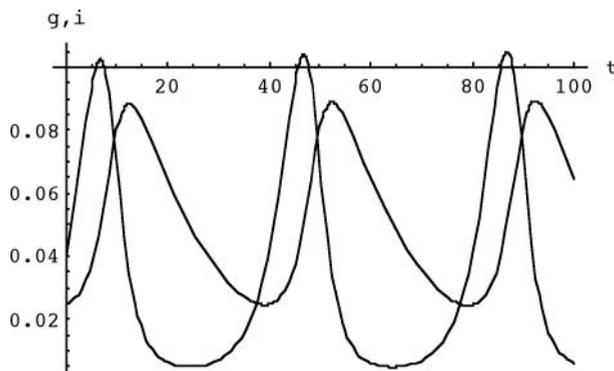
$$[5] \quad g' = g \left[ \beta \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i \end{pmatrix} \right] = \beta g \frac{\beta}{i^*} g i$$

$$[6c] \quad i' = i \left[ \delta \begin{pmatrix} g & g^* \\ g^* & g \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} i & i^* \\ i^* & i \end{pmatrix} - \gamma i^2 + \alpha \right]$$

El análisis de este sistema muestra que el equilibrio ( $g^*$ ,  $i^*$ ) es inestable,

puesto que los valores propios del jacobiano tienen su parte real positiva para un amplísimo rango de valores de los parámetros, dentro del cual se incluye el rango de valores realistas (véase el apéndice). Por otra parte, tal como se demuestra en el apéndice, esta inestabilidad queda acotada debido al componente flexible del acelerador, por lo que aparecen fluctuaciones cíclicas autosostenidas. A diferencia del modelo puro depredador-presa, estas fluctuaciones son estructuralmente estables y las perturbaciones externas sólo alteran temporalmente la trayectoria, que tiende a un ciclo límite. Las características de los ciclos no dependen, por tanto, de las condiciones iniciales o de las perturbaciones, sino que vienen determinadas endógenamente por los comportamientos de los agentes económicos reflejados en la especificación funcional y en los valores de los parámetros del modelo. En el gráfico 5 se muestra una simulación del modelo con los siguientes valores paramétricos:  $\alpha = 0,0225$ ,  $\beta = 0,4$ ,  $\delta = 0,0725$ ,  $\varepsilon = 0,05$ ,  $\gamma = 9$ . El tipo de interés convencional y la tasa garantizada son:  $i^* = 0,05$ ,  $g^* = 0,03$ . Finalmente, las posiciones iniciales son:  $g_0 = 0,04$ ,  $i_0 = 0,025$ . La adopción de otras especificaciones más complejas o de orden superior lleva a resultados similares, cualitativamente idénticos. La amplitud y frecuencia de los ciclos varía según el valor de los parámetros y la especificación concreta que se utilice.

**Gráfico 5.** Modelo con especulación financiera sujeta a restricciones crediticias



Tanto el tipo de interés como la tasa de crecimiento económico experimentan, por tanto, unas oscilaciones periódicas cuyo origen es debido íntegramente al comportamiento del sistema financiero. El mecanismo de transmisión de la inestabilidad originada por el sector financiero no es más que el clásico mecanismo keynesiano del coste financiero de la inversión, esto es, el efecto del tipo de interés y de la restricción del crédito sobre la acumulación de capital. El cambio en el ritmo de acumulación de capital inducido por las variaciones del tipo de interés afecta también a la demanda de crédito y, a través de ésta, realimenta la inestabilidad financiera. El resultado final es conocido: la senda de crecimiento de la economía es inestable, aunque por puras causas financieras (ya que se ha

excluido la posibilidad de generación de inestabilidad del sector real).

La aparición de los ciclos es el resultado de un comportamiento no lineal del sistema financiero. Ante el crecimiento de la demanda de crédito, los bancos responden con un aumento del tipo de interés pero también, a partir de cierto nivel de riesgo, con una restricción del crédito. Este comportamiento más restrictivo evita la aparición de la bola de nieve del endeudamiento creciente, con garantías inciertas y con un alto coste financiero, que acaba en el colapso total. La restricción del crédito es el mecanismo que permite cortar la avalancha del crédito aunque ello tiene un claro coste en términos de caída de la tasa de crecimiento. Al igual que en la primera versión del modelo, el sector financiero sigue apareciendo como un depredador del sector real dado que son los costes financieros los que frenan la acumulación. Pero la consideración de la especulación financiera proporciona una vía alternativa de obtención de beneficios que compite con la inversión productiva. En la medida que el sistema financiero no ponga algunos límites al crédito para la especulación, la inversión productiva es completamente expulsada y el sistema se colapsa. Sin embargo, si se aplican restricciones al crédito la dinámica explosiva de la especulación se detiene y la inestabilidad queda limitada a los ciclos de negocios habituales.

#### **4. Conclusiones.**

Nos bastarán cuatro puntos adicionales para resumir los resultados de nuestro trabajo y algunas recomendaciones de política económica que se derivan del mismo.

(1) En la explicación de la dinámica capitalista conviene distinguir los movimientos a largo plazo (largas olas de prosperidad y depresión), de los ciclos a medio plazo, que se muestran como fluctuaciones del nivel de actividad y empleo.

(2) La especulación financiera es un importante foco de inestabilidad económica. Las burbujas especulativas tensionan el tipo de interés (que se muestra sensible al riesgo financiero) y merman la inversión productiva y la tasa de crecimiento. Los modelos depredador–presa resultan útiles para aclarar las relaciones entre las variables financieras y las reales. El tipo de interés actuaría como depredador. La tasa de crecimiento sería "la presa". Su interacción da lugar a fluctuaciones compatibles con las que se observan en la realidad.

(3) Los ciclos generados por la interacción del sector real y el financiero son, por otra parte, endógenos. No requieren de perturbaciones externas. Aparecen como el resultado lógico de unas conductas plenas de "racionalidad microeconómica" (la que lleva a maximizar la rentabilidad de las carteras). Pero estas conductas pueden originar situaciones peligrosas conocidas como "burbujas especulativas" o "exuberancia irracional de los mercados". De ahí la importancia de la inspección financiera rigurosa por parte de los bancos centrales nacionales y de los organismos financieros internacionales.

(4) La política monetaria no puede evitar estos ciclos, pero sí atemperarlos. Para ello habría de plantearse como objetivo mantener el tipo de interés básico lo más bajo y estable posible. El tipo de interés actuaría como una "referencia permanente", como un "ancla" en el proceloso mar de las decisiones económicas. Cambios continuos en el tipo de interés de referencia introducen perturbaciones adicionales.

## APÉNDICE

En esta sección se aborda el análisis formal de las tres variantes del modelo y se demuestran sus propiedades dinámicas. Siguiendo la metodología estándar, se procede al análisis de la matriz jacobiana del sistema dinámico, evaluada en el equilibrio, para determinar si dicho equilibrio es o no estable. Después se procede al análisis topológico para determinar el flujo de las variables en un entorno amplio, lo que, en nuestro caso, se reduce al estudio del diagrama de fases en el plano.

### A.1. Modelo sin especulación financiera:

La matriz jacobiana del sistema y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta > 0$  son:

$$[A.1] \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g'}{\partial g} & \frac{\partial g'}{\partial i} \\ \frac{\partial g}{\partial i'} & \frac{\partial g}{\partial i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \beta i & 0 & \beta g < 0 \\ \delta & i^* & 0 & i^* g < 0 \\ g^* & i > 0 & \delta + \frac{\delta}{g^*} g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ + \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los valores propios de esta matriz son imaginarios puros, dado que la traza del jacobiano es nula y el determinante es negativo:

$$[A.2] \quad \lambda_1, \lambda_2 = \frac{TrJ \pm \sqrt{(TrJ)^2 - 4 DetJ}}{2} = 0 \pm \sqrt{- DetJ}$$

Dado que los dos autovalores son imaginarios puros, el equilibrio es un centro. Por otra parte, el sistema dinámico tiene solución analítica, pues puede hallarse su curva integral (véase, por ejemplo, Gandolfo, 1997) y por el teorema de Hirsch y Smale (1973) dicha curva es una órbita cerrada.

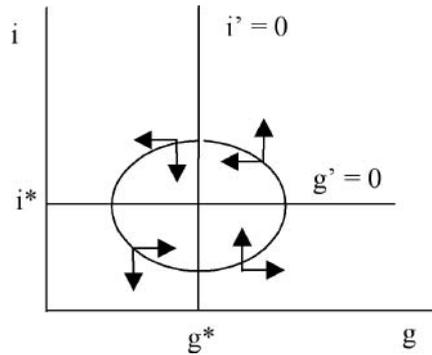
La expresión de la curva integral es:

$$[A.3] \quad g^\delta e^{\frac{\delta}{g^*} g} = A i^\beta e^{-\frac{\beta}{i^*} i}$$

Siendo A una constante de integración que viene determinada por las condiciones iniciales.

El diagrama de fases de este modelo se representa en el gráfico 6. Las isoclinas se obtienen al igualar a 0 las expresiones [5] y [6a] respectivamente.

**Gráfico 6.** Diagrama de fases sin especulación financiera



## A.2. Modelo con especulación financiera ilimitada.

La matriz jacobiana del sistema y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta, \epsilon > 0$  son:

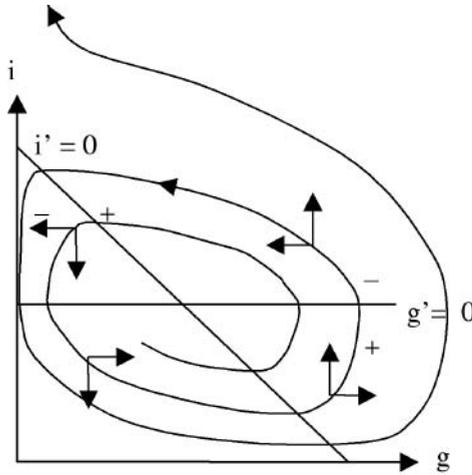
$$[A.4] \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g'}{\partial g} & \frac{\partial g'}{\partial i} \\ \frac{\partial i'}{\partial g} & \frac{\partial i'}{\partial i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \frac{\beta}{i^*} i = 0 \\ \frac{\delta}{g^*} i > 0 & (\delta + \epsilon) + 2 \frac{\epsilon}{i^*} i + \frac{\delta}{g^*} g = \epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \\ + & + \end{bmatrix}$$

Los valores propios de esta matriz son positivos o, al menos, tienen su parte real positiva, dado que tanto la traza como el determinante son positivos.

$$[A.5] \quad \lambda_1, \lambda_2 = \frac{TrJ \pm \sqrt{(TrJ)^2 - 4 DetJ}}{2} = \epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 - DetJ}$$

En consecuencia, el equilibrio es inestable. Para determinar la dirección de las trayectorias se estudia el diagrama de fases, representado en el gráfico 7.

Gráfico 7. Diagrama de fases con especulación financiera simplista



En el diagrama se observa claramente que la trayectoria orbita en sentido contrario a las agujas del reloj, pero es explosiva porque no se puede acotar la inestabilidad. No se puede construir, en torno al equilibrio, un conjunto compacto y cerrado invariante (un área dinámicamente cerrada). Se podría imponer un límite superior *ad-hoc* al ascenso del tipo de interés y entonces el modelo generaría ciclos regulares como en la tercera variante del modelo. Pero la razón para imponer ese límite no sería otra que un cambio de actitud por parte del sistema financiero a partir del momento en que el tipo de interés alcanzara cierto umbral. En el tercer modelo precisamente se incluye un mecanismo de este tipo que no funciona de forma brusca, sino gradualmente.

### A.3. Modelo con especulación financiera sometida a restricciones crediticias

La matriz jacobiana del sistema dinámico y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta, \epsilon, \alpha, \gamma > 0$  son:

[A.6]

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g'}{\partial g} & \frac{\partial g'}{\partial i} \\ \frac{\partial i'}{\partial g} & \frac{\partial i'}{\partial i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \frac{\beta}{i^*} \\ \delta & \frac{\delta}{g^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta & \frac{\beta}{i^*} \\ \delta & \frac{\delta}{g^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{i^*} g < 0 \\ (\delta + \epsilon) + \alpha & 3\gamma^2 + 2\frac{\epsilon}{i^*} + \frac{\delta}{g^*} g = \alpha + \epsilon & 3\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ + & ? \end{bmatrix}$$

El signo de  $\frac{\partial i'}{\partial i}$  evaluado en el equilibrio es, en principio, dudoso. La con-

dición que debe cumplirse para que esa expresión sea positiva es:

$$[A.7] \quad \alpha + \varepsilon > 3 \gamma i^2$$

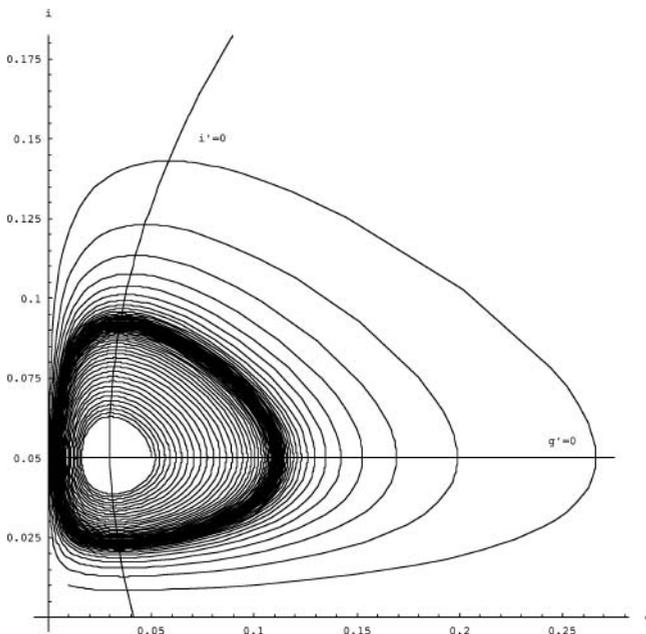
Esta condición es muy probable que se cumpla. En efecto, dado que los valores que toma el tipo de interés en el equilibrio son pequeños (entre 0,01 y 0,1) la expresión  $3\gamma i^2$  toma necesariamente valores muy pequeños, del orden de algunas milésimas, por lo que aún en el caso que  $g$  sea muy grande en comparación con  $\delta$ ,  $\varepsilon$  la expresión  $\frac{\partial i'}{\partial i}$  del jacobiano tomaría un valor positivo. En ese caso, los valores propios de esta matriz serían positivos o, al menos, tendrían su parte real positiva, dado que tanto la traza como el determinante serían positivos.

[A.8]

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{TrJ \pm \sqrt{(TrJ)^2 - 4 DetJ}}{2} = \alpha + \varepsilon \pm \sqrt{(\alpha + \varepsilon - 3\gamma i^2) DetJ}$$

En consecuencia, el equilibrio es inestable. En el gráfico 8 se representan las isoclinas del sistema y se realizan dos simulaciones (los parámetros son los mismos que los empleados en el gráfico 5) con valores iniciales distintos para ilustrar el modo en que las trayectorias convergen hacia el ciclo límite.

**Gráfico 8.** Diagrama de fases con especulación financiera y restricción del crédito



## Referencias

- ALEXANDER, S.S. (1949): "The accelerator as a generator of steady growth", *The Quarterly Journal of Economics*, pp. 174-197.
- BRICALL, J.M. y DE JUAN, O. (eds.) (1999): *Economía política del crecimiento, fluctuaciones y crisis*, Barcelona, Ed. Ariel.
- DAVIDSON, P. (1978): *Money and the Real World*, Londres, McMillan.
- DE JUAN, O. (1999): "Largas olas de prosperidad y depresión en la dinámica capitalista", en Bricall y De Juan, cap. 2, pags. 46-82.
- DE JUAN, O. (2002): "El tipo de interés, ese frágil eslabón entre el circuito económico real y financiero", en De Juan y Febrero (eds.): *La fragilidad financiera del capitalismo*, Cuenca, Ediciones de la Universidad de Castilla – La Mancha.
- GANDOLFO, G. (1997): *Economic Dynamics*, Berlín, Springer Verlag.
- GONZÁLEZ CALVET, J. y SÁNCHEZ CHÓLIZ, J. (1994): "Notes on Jarsulic's endogenous credit and endogenous business cycles", *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 16, nº 4, pgs. 605-618.
- GONZÁLEZ CALVET, J. (1999): "Los ciclos: aspectos reales y financieros", en Bricall y De Juan, cap. 4, pgs. 137-172.
- GOODWIN, R.M. (1967): "A growth cycle", en C.H. Feinstein (ed): *Socialism, capitalism and economic growth*, Londres, MacMillan, pp. 165-170.
- HARROD, R.F. (1939): "An essay in dynamic theory", *Economic Journal*, v. 49, pgs. 14-33.
- HIRSCH, M. W. y SMALE, S. (1974): *Differential equations, dynamical systems and linear algebra*, Boston, Academic Press.
- JARSULIC, M. (1989): "Endogenous credit and endogenous business cycles", *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 12, nº 1, pgs. 35-48.
- KALDOR, N. (1982): *The Scourge of Monetarism*, Oxford, Oxford University Press.
- KEYNES, J.M. (1936): *The general theory of employment, interest and money*, Londres, Macmillan. [Versión castellana en 1943: *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, México, F.C.E.]
- KINDLEBERGER, C.P. (1989): *Manias, panics and crashes*, Nueva York, Basic Books, ed. revisada [Versión castellana de 1991: *Manías, pánicos y cracs. Historia de las crisis financieras*, Barcelona, Ariel].
- LAVOIE, M. (1992): *Foundations of Post-Keynesian Economics*, Aldershot, Edward Elgar.
- MINSKY, H. (1975): *John Maynard Keynes*, Nueva York, Columbia University Press. [Versión castellana de 1987: *Las razones de Keynes*, México, F.C.E.].
- MOORE, Basile J. (1988): *Horizontalist and verticalist: the macroeconomics of credit money*, Cambridge, Cambridge University Press.
- SEMMLER, W. (ed.) (1989): *Financial Dynamics and Business Cycles: New Perspectives*, Armonk, M.E. Sharpe.
- SCHUMPETER, J. (1912): *Theorie der Wirtschaftlichen Entwicklung*, Leipzig, Dunker & Humbolt [Versión inglesa de 1934: *The Theory of Economic Development*, Cambridge, Mass, Harvard University Press; versión castellana de 1966: *La teoría del desenvolvimiento capitalista*, México, F.C.E.].
- WRAY, L. Randall (1990): *Money and credit in capitalist economies*, Cheltenham, UK, Edward Elgar.